

综合练习

一、选择题

1. B

提示：球体和球面外部区域电场分布相同，外部区域电场能量相等；球面内部没有电场，没有电场能量，但球体内有电场，有电场能量。所以球体的静电场总能量大于球面的静电场总能量。

2. B

$$\text{提示： } r < a, \oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} 0 \Rightarrow E \cdot 2\pi rh = \frac{1}{\epsilon_0} 0 \Rightarrow E = 0;$$

$$a < r < b, \oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \lambda h \Rightarrow E \cdot 2\pi rh = \frac{1}{\epsilon_0} \lambda h \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r};$$

$$\Rightarrow U = \int_r^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^a 0 dr + \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \frac{b}{a}.$$

3. C

$$\text{提示： } E_k = W = Q \cdot \left(\frac{q}{4\pi \epsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi \epsilon_0 2R} \right) = \frac{Qq}{8\pi \epsilon_0 R}.$$

4. A

提示：导体板两侧为匀强电场，场强为 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ，方向垂直导体板向外。

若取导体平板电势为零， $V_a = -Eh$ ， $V_b = -Eh$ ， $\Rightarrow a$ 和 b 的电势差为 $U_{ab} = V_a - V_b = 0$ 。

5. D

提示：试验电荷是电量足够小的点电荷。

6. D

提示：根据高斯定理 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{(S\text{内})} q_i$ ，高斯面内有净电荷 $\sum_{(S\text{内})} q_i \neq 0 \Rightarrow$ 电通量： $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \neq 0$ 。

二、填空题

1. $\frac{\lambda d}{\epsilon_0}$ ； $\frac{\lambda d}{\pi \epsilon_0 (4R^2 - d^2)}$ ；方向沿从 O 指向 P 的方向

$$\text{提示： } \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{(S\text{内})} q_i = \frac{\lambda d}{\epsilon_0};$$

$$E = \int_0^d \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(R + d/2 - x)^2} = \frac{\lambda d}{\pi \epsilon_0 (4R^2 - d^2)}, \text{ 方向沿从 } O \text{ 指向 } P \text{ 的方向。}$$

2. $F/4$

$$\text{提示： } F = QE = Q \frac{Q/S}{2\epsilon_0} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S};$$

$$\text{在电压 } U \text{ 保持不变，两板距离拉开到 } 2d \text{ 时， } Q' = CU = \frac{\epsilon_0 S}{2d} U = \frac{Q}{2} \Rightarrow F' = \frac{Q'^2}{2\epsilon_0 S} = \frac{F}{4}.$$

3. $\frac{1}{8\pi \epsilon_0 R} (\sqrt{2}q_1 + q_2 + \sqrt{2}q_3)$

$$\text{提示： 设无穷远处电势为零， } U = \frac{q_1}{4\pi \epsilon_0 \sqrt{2}R} + \frac{q_2}{4\pi \epsilon_0 2R} + \frac{q_3}{4\pi \epsilon_0 \sqrt{2}R} = \frac{1}{8\pi \epsilon_0 R} (\sqrt{2}q_1 + q_2 + \sqrt{2}q_3).$$

4. 负；<

提示：静电场电场线终止于负电荷或无穷远；B 处电场线比 A 处稀疏，B 点电荷量 $|q|$ 小于 A 点电荷量 Q 。

三、运用割补法。

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi d^3 \Rightarrow E \cdot 4\pi d^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi d^3 \Rightarrow E = \frac{\rho d}{3\varepsilon_0}, \text{ 方向沿各点半径向外};$$

$$\oint_{S_2} \vec{E}' \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow E' \cdot 4\pi (2d)^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow E' = \frac{\rho r^3}{12\varepsilon_0 d^2}, \text{ 方向沿各点半径向外};$$

(1) 空腔球体在 o' 点处的电场强度大小: $E_{o'} = \frac{\rho d}{3\varepsilon_0} - 0 = \frac{\rho d}{3\varepsilon_0}$, 方向沿 oo' 方向向外;

(2) 空腔球体在 P 点处的电场强度大小: $E_P = \frac{\rho d}{3\varepsilon_0} - \frac{\rho r^3}{12\varepsilon_0 d^2} = \frac{\rho}{12\varepsilon_0 d^2} (4d^3 - r^3)$, 方向沿 op 方向向外。