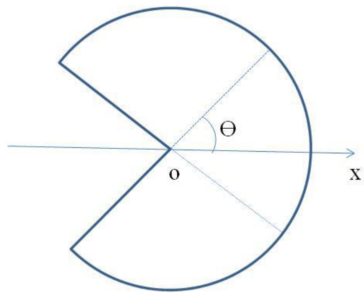
静电场

第一节 库仑定律 电场强度（p61-62）

1、B；2、C；3、B；4、$E_A=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0};E_B=\dfrac{3\sigma}{2\varepsilon_0};E_C=-\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 5、0；



6、6. 解：由对称性可知，在圆环上截掉长为 l 一段后，在圆心处产生的电场强度 $\vec{E}_1$ 等于截掉那段导线 l 在圆心处产生的电场强度 $\vec{E}_2$ 的负值。

因为$l<<R$，所以导线 l 可看作点电荷，

其在圆心处产生的场强为：

$$\vec{E}_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{i}=\frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{i}$$ 方向：$+x$ 方向

所以，截掉 l 一段后的圆环在圆心处产生的电场强度：

$$\vec{E}_1=-\vec{E}_2=-\frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\hat{i}$$ 方向：$-x$ 方向

7、解：单位长度上的电量为$\lambda_1=\dfrac{Q}{\frac{1}{2}\pi R}=\dfrac{2Q}{\pi R},\lambda_2=-\dfrac{Q}{\frac{1}{2}\pi R}=-\dfrac{2Q}{\pi R}$,

+Q 部分，
$$\begin{aligned}d\vec{E}_+&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda_1 dl}{R^2}\left(\cos\theta\hat{i}-\sin\theta\hat{j}\right)\\&=\frac{Qd\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\left(\cos\theta\hat{i}-\sin\theta\hat{j}\right)\end{aligned}$$

同理，—Q 部分，$d\vec{E}_-=\dfrac{Qd\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\left(-\cos\theta\hat{i}-\sin\theta\hat{j}\right)$

$$d\vec{E}=d\vec{E}_++d\vec{E}_-=-\frac{Q\sin\theta d\theta}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\hat{j}$$

$$\vec{E}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\vec{E}=-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Q\sin\theta d\theta}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\hat{j}=-\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\hat{j}$$

第二节 电通量 高斯定律（p63-64）

1、C；2、A；3、B；4、$\pi R^2 E$

5、解：以 o 为球心，r 为半径作一同心球面作为高斯面，

$r < R_1, \Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = \oint E \bullet dS = 0, E = 0$

$R_1 < r < R_2, \Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = \oint E \bullet dS = E \bullet 4\pi r^2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}, E = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$r > R_2, \Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = \oint E \bullet dS = E \bullet 4\pi r^2 = \frac{Q_1 + Q_2}{\varepsilon_0}, E = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

6、解：以轴为中心，以 r 为半径，作高为 1 的同心圆柱面作为高斯面。

由高斯定理$\Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$得$\Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = 2\pi r l E = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$

当$r > R_2$时,$Q_{in} = \left(\lambda_1 + \lambda_2\right) l, E = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$

7、（1）取同心球面为高斯面，由高斯定理求 E

$$r \le R: \quad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \frac{3Q}{\pi R^3}(1 - \frac{r'}{R}) 4\pi r'^2 \cdot dr'$$

$$E = \frac{\rho_0 r(4R - 3r)}{12\varepsilon_0 R} = \frac{Qr(4R - 3r)}{4\pi\varepsilon_0 R^4}$$

$$r > R: \quad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \frac{3Q}{\pi R^3}(1 - \frac{r'}{R}) 4\pi r'^2 \cdot dr'$$

$$E = \frac{\rho_0 R^3}{12\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

（2）$\frac{dE}{dr} = 0 \Rightarrow \quad r = \frac{2}{3}R$时，$E = E_{\max} = \frac{\rho_0 R}{9\varepsilon_0} = \frac{Q}{3\pi\varepsilon_0 R^2}$

8、解：以 x 轴为轴线，r 为半径，作一个圆柱面作为高斯面，圆柱面的上下底面距离原点 0 距离为 x。

由高斯定理$\Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$得$\Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{S} = 2\pi r^2 E = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$

当$x < \frac{d}{2}$时,$Q_{in} = \pi r^2 \bullet 2x\rho, E = \frac{1}{2\pi r^2}\pi r^2 \bullet 2x\rho = \frac{x\rho}{\varepsilon_0}$

当$x \ge \frac{d}{2}$时,$Q_{in} = \pi r^2 \bullet d\rho, E = \frac{1}{2\pi r^2}\pi r^2 d\rho = \frac{d\rho}{2\varepsilon_0}$

第三节 电势 电势能 (p65-66)

1、C；2、D；3、$\frac{3\sqrt{3}q}{2\pi\varepsilon_0 a}$；4、$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}, 0; \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}, \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$；5、>,>;

6、解：由高斯定理可知，空间各处电场分布为：

$r<R_1,E=0$

$R_1<r<R_2,E=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$

$r>R_2,E=\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

r 处的电势和该处电场的关系为：$V=\int_r^\infty Edr$

$r<R_1,V=\int_r^{R_1}Edr+\int_{R_1}^{R_2}Edr+\int_{R_2}^\infty Edr=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})+\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

$R_1<r<R_2,V=\int_r^{R_2}Edr+\int_{R_2}^\infty Edr=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_2})+\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}+\frac{1}{R_2})$

$r>R_2,V=\int_r^\infty Edr=\int_{R_2}^\infty\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

7、解：法一：以场源所在位置为原点，水平向右为正方向，建立直角坐标系，设想将单位正电荷从 M 点移到 P 点，电场力做功为 $W_{MP}=\varphi_M=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{2a}^{a}\frac{q}{x^2}dx=-\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 a}$

法二：以无限远的位置为零势能点，$V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2a},V_M=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a}$

以 P 点为零势能点，$V_{MP}=V_M-V_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{q}{2a}-\frac{q}{a})=-\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a}$

8、解：在圆环上取一微元 dl，所带电量为 dq=λdl，

dq 在 P 点处产生的电势为$dV=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{\sqrt{a^2+R^2}}$ ，

电势为$V=\int dV=\int_0^{2\pi R}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{\sqrt{a^2+R^2}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi R\lambda}{\sqrt{a^2+R^2}}=\frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{R\lambda}{\sqrt{a^2+R^2}}$

电场力所做的功为

$$W=-\Delta E_p=q\left(V_a-V_b\right)=q(\frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{R\lambda}{\sqrt{a^2+R^2}}-\frac{1}{2\varepsilon_0}\frac{R\lambda}{\sqrt{b^2+R^2}})=\frac{qR\lambda}{2\varepsilon_0}(\frac{1}{\sqrt{a^2+R^2}}-\frac{1}{\sqrt{b^2+R^2}})$$