机械波

第一节 简谐波

1-6： B、A、D、C、A、B

1. 机械波表达式 $y = 0.03\cos6\pi(t + 0.01x)\ (SI)$，则 （B）

   $y = 0.03\cos6\pi(t + 0.01x)$ $y = 0.03\cos\left[6\pi(t + \frac{0.01x}{6\pi})\right]$

2. 简谐波传播过程中，沿传播方向相距为$\frac{1}{2}\lambda$ (λ为波长)的两点的振动速度必定（A：大小相同，方向相反）
3. 某时刻的波形图 y-x 图像，判断某一点的振动初相：沿 y 轴做简谐运动（D）
4. 平面简谐波在弹性介质中传播，在某一瞬时媒介中某质元处于平衡位置，此时能量（C: 动能最大，势能最大,(同步调)）
5. t=0 时刻的波形图，波速 u=200m/s，则 P 处质点的振动速度表达式：（A），题目中 A 点处的振幅为 0.1m。

   由图知：$\lambda = 200m$，故周期 $T = \frac{\lambda}{u} = 1s$，$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\ rad \cdot s^{-1}$，排除 B 和 D；

   P 点出的初相：平衡位置，下坡，故 P 点向 y 轴正向运动，初相位$-\frac{\pi}{2}$，且 t=0 时速度最大，而 C 选项在 t=0 时速度为 0，故选择 A。

6. 相干波源 S1 和 S2 相距$\frac{1}{4}\lambda$ (λ为波长)，S1 的相位比 S2 的相位超前 0.5π，在 S1、S2 的连线上，S1 外侧各点（如 P 点）两波引起的简谐振动相位差是（B）

   $$\Delta\varphi + \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = -\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4} = -\pi$$

7. 声波在空气中的波长为.25m, u=340m/s, 当它进入另一种介质时，波长变为.37m，则在该介质中的传播速度为：$503.2m \cdot s^{-1}$

   波的频率ν不随介质变化，故$\frac{u_1}{\lambda_1} = \frac{u_2}{\lambda_2}$，$u_2 = \frac{u_1\lambda_2}{\lambda_1} = 340 \times \frac{0.37}{0.25} = 503.2m \cdot s^{-1}$

8. 行波波形图上运动速度的方向：由上下坡法得出：abcd 四点的方向分别为：下、上、上、下。
9. 波源振动 $T = 4 \times 10^{-2}s$，$u = 300m \cdot s^{-1}$，波沿 x 轴正向传播，则位于$x_1 = 10m$ 和 $x_2 = 16m$ 的两质点振动相位差（π）

   $$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{Tu}\Delta x = \frac{2\pi}{0.04 \times 300} \times 6 = \pi$$

10. 相干波源 S1 和 S2 的振动方程分别为$y_1 = A\cos\omega t$ 和$y_2 = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. S1 距 P 点 3 个波长，S2 距 P 点$\frac{21}{4}$个波长。则两波在 P 点引起的两个振动的相位差为：（4π or 0.）

    $$\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{21}{4} - 3\right)\lambda = -4\pi$$

11. (1) $y = A\cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi_0\right]$,由题意，$T = 0.5s$，$\lambda = 10m$, $A = 0.1m$,原点的初相位 $\varphi_0 = 0$（t=0 时，波源振动的位移恰好为正方向的最大值。）故波的表达式为：

$$y = 0.1cos[4\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)]$$

(2) $y|_{x_1=\frac{\lambda}{4}, t_1=\frac{T}{4}} = 0.1cos\left[4\pi\left(\frac{T}{4}-\frac{\lambda}{20\times4}\right)\right] = 0.1m$

(3) $v(x_1,t_2) = \frac{\partial y}{\partial t}|_{x_1=\frac{\lambda}{4}, t_2=\frac{T}{2}} =- 0.4\pi\sin\left[4\pi\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)\right] =- 1.256\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

12. 关键求解 O 点处质元的初相位φ_0

$$\varphi_0+\omega\Delta t=\frac{\pi}{2},\ \ \therefore \varphi_0=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{2}=-\frac{\pi}{2}$$

（1）波函数

$$y = 0.06cos\left[\frac{2\pi u}{\lambda}\left(t-\frac{x}{u}\right)-\frac{\pi}{2}\right] = 0.06\left[\frac{\pi}{4}\left(t-\frac{x}{0.05}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

(2) P 处质元的振动方程：

$$y|_{x=0.2} = 0.06\left[\frac{\pi}{4}\left(t-\frac{0.2}{0.05}\right)-\frac{\pi}{2}\right] = 0.06\left(\frac{\pi}{4}t-\frac{3\pi}{2}\right)$$

13.

$$y_P=\frac{1}{2}(\sqrt{3}\sin\omega t-\cos\omega t)\times10^{-2}$$

$$=\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos(\omega t-\frac{1}{2}\pi)+\cos(\omega t+\pi)]\times10^{-2}$$

$$=1\times10^{-2}\cos(\omega t+4\pi/3)\ \ (\mathrm{SI}).$$

在 t 时刻，x 处与 P 处质元的相位差为 $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(x-\lambda/2)$

波的表达式为：

$$y=1\times10^{-2}\cos[\omega t+\frac{4}{3}\pi-2\pi\frac{x-\lambda/2}{\lambda}]$$

$$=1\times10^{-2}\cos(\omega t-2\pi\frac{x}{\lambda}+\frac{1}{3}\pi)\ \ (\mathrm{SI})$$

第二节：波的干涉 驻波电磁波

1. 由$\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$知，选（D）

2. 电磁波，$\vec{E}\perp\vec{H}\perp\vec{k}$知，选（C）

3. 画出驻波图像知，相邻波节与波腹之间的距离为$\frac{\lambda}{4}$，选（D）

4. 驻波中，相邻两波腹之间各质点的振幅不同，相位不同。选（D）

5. $\nu'=\frac{u}{u+v_s}\nu=\frac{340}{340+25}\times 750=699\text{Hz}$。选（B）

6. 声源相对于介质静止，故波的频率$\nu_b=\nu$。选（A）

7. 形成的驻波振幅是位置 x 的函数，即 A=A(x), 且振幅为最大位移的绝对值。选（D）

8. $y|_{x=-\frac{1}{2}\lambda}=2A\cos\left(2\pi\left(-\frac{\lambda}{2}\right)\frac{1}{\lambda}\right)\cos\omega t=-2A\cos\omega t;$

$v|_{x=-\frac{1}{2}\lambda}=\frac{dy}{dx}|_{x=-\frac{1}{2}\lambda}=2A\omega\sin(\omega t)$

9. 相位差$\Delta\phi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{7}{2}\lambda-2\lambda\right)=-4\pi;$

$$A=\sqrt{A^2+A^2+2AAcos(-4\pi)}=2A$$

10. 一完整波长λ对应于 2π，则$\frac{\pi}{3}$对应的距离为$L=\lambda\times\frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi}=\frac{\lambda}{6}=0.5m$

11. 反射端为自由端，不存在相位突变,故$y_2=A\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})$，在$x=\frac{2\lambda}{3}$处，两者的相位差为$\frac{2}{3}\pi$, 故合振动的振幅$A=\sqrt{A^2+A^2+2AAcos\left(\frac{2}{3}\pi\right)}=A$。

12. 机车正前：波源靠近观察者，$\nu_1=\frac{u}{u-v_s}\nu=\frac{340}{340-20}\times 600=637.5Hz$

机车正后：波源远离观察者，$\nu_2=\frac{u}{u+v_s}\nu=\frac{340}{340+20}\times 600=566.7Hz$;

$\nu_1>\nu_2$; 拍频$|\nu_1-\nu_2|=70.8Hz$

13. 波源功率$\overline{P}=100W$,平均能流密度$I=\frac{\overline{P}}{S}=\frac{100}{4\pi 10^2}=7.96\times 10^{-2}W\cdot m^{-2}$.

14. 解：(1) 反射点是固定端，所以反射有相位突变π，且反射波振幅为A，因此反射波的表达式为 $y_2=A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)+\pi\right]$

(2) 驻波的表达式是 $y=y_1+y_2$

$$=2A\cos(2\pi x/\lambda-\frac{1}{2}\pi)\cos(2\pi t/T+\frac{1}{2}\pi)$$

(3) 波腹位置：　$2\pi x/\lambda - \frac{1}{2}\pi = n\pi$,

$$x = \frac{1}{2}(n+\frac{1}{2})\lambda,\quad n = 1, 2, 3, 4,\cdots$$

波节位置：　$2\pi x/\lambda - \frac{1}{2}\pi = n\pi + \frac{1}{2}\pi$

$$x = \frac{1}{2}n\lambda\ ,\ n = 1, 2, 3, 4,\cdots$$

15.

解：(1) 与波动的标准表达式 $y = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$ 对比可得：

$\nu = 4$ Hz，　$\lambda = 1.50$ m，

波速　　$u = \lambda\nu = 6.00$ m/s

(2) 节点位置　$4\pi x/3 = \pm(n\pi + \frac{1}{2}\pi)$

$x = \pm 3(n+\frac{1}{2})$ m , $n = 0$，1，2，3, ⋯

(3) 波腹位置　$4\pi x/3 = \pm n\pi$

$x = \pm 3n/4$ m , $n = 0$，1，2，3, ⋯

机械波综合练习

1、D ；2、A;

3、$R_2^2 : R_1^2$　$\overline{P_1} : \overline{P_2} = \frac{\overline{\omega_1} u \Delta S_1}{\overline{\omega_2} u \Delta S_2} = \frac{\frac{1}{2}\rho A_1^2 \omega^2}{\frac{1}{2}\rho A_2^2 \omega^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$

4、解：驻波一般方程 $y=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}cos2\pi\nu t$

$y_1=A\cos2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})$ $y_2=A\cos2\pi(\nu t+\frac{x}{\lambda})$

$$A=1.5\times10^{-2}\mathrm{m};\quad 2\pi\nu t=550\pi t,\therefore \nu=275\mathrm{Hz}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}=1.6\pi,\therefore\lambda=1.25m$$

(1) $u=\lambda\nu=1.25\times275=343.75m/s$

(2) 波节 $1.6\pi x=\pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$，$\therefore x=\pm(k+\frac{1}{2})/1.6$

相邻波节之间的距离

$x_{k+1}-x_k=\frac{k+\frac{3}{2}}{1.6}-\frac{k+\frac{1}{2}}{1.6}$=0.625m

(3) $v=\frac{\partial y}{\partial t}|_{t=3\times10^{-3},x=0.625}$

4、解题关键：坐标原点处初相位的判定。

$y=A\cos[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\varphi_0]$，其中 A=3m，$\omega=4\pi,u=20m/s$

(1) 以 A 点为坐标原点，t=0 时，y=3, $\frac{dy}{dt}|_{t=0}=0$

（利用旋转矢量图法确定初始相位$\varphi_0=0$）

$$\therefore y=3\cos\left[4\pi\left(t+\frac{x}{20}\right)\right]$$

(2)以 B 点为坐标原点，$\Delta t=\frac{|AB|}{u}=\frac{10}{20}=0.5s$

$\varphi_{B0}=0-\omega\Delta t=-2\pi$，$\therefore y_{B0}=3\cos\left[4\pi\left(t+\frac{x}{20}\right)\right]$。