Chapter 15 量子物理

第一节 黑体辐射 普朗克能量子假设

- 1、选择题
- (1), A (2), D (3), C (4), D (5), B

- 2、填空题

(1)、
$$7:11$$
 由维恩定律有: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{\lambda_{m2}}{\lambda_{m1}} = \frac{0.35}{0.55} = 7:11$

- 3、(1) 由维恩定律有:

$$\therefore \lambda_m T = b$$

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.897 \times 10^{-3} \,\mathrm{m \cdot K}}{500 \times 10^{-9} \,\mathrm{m}} = 5.8 \times 10^3 \,\mathrm{K}$$

(2) 太阳辐射的总功率:
$$p = M(T)s = \sigma T^4 \cdot 4\pi \cdot (6.67 \times 10^8)^2$$

= 3.67×10²⁶ W

(3) 垂直射到地球表面每单位面积的日光功率:
$$p' = p/s = \frac{3.67 \times 10^{26} \text{ W}}{4\pi \times \left(1.5 \times 10^{11}\right)^2}$$

$$=1.3\times10^3\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

4、(1)温度为3K的黑体辐射,由维恩定律有光谱辐射出射度极大值对应的波长为:

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.897 \times 10^{-3} \,\mathrm{m \cdot K}}{3 \,\mathrm{K}} = 9.66 \times 10^{-4} \,\mathrm{m}$$

$$\therefore v = \frac{c}{\lambda_m} = \frac{3 \times 10^8 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{9.66 \times 10^{-4} \,\mathrm{m}} = 3.1 \times 10^{11} \,\mathrm{Hz}$$

(2) 地球表面接受此辐射的功率: $p = M(T)s = \sigma T^4 \cdot 4\pi \cdot R_E^2$ = $2.34 \times 10^9 \text{ W}$

第二节光电效应

- 1、选择题

- (1), D (2), D (3), C (4), C
- 2、填空题
- (1) 连续的 量子化的
- (2) $2 \frac{1}{2}$

$$(3) \qquad \frac{hc}{\lambda} \qquad \frac{h}{\lambda} \qquad \frac{h}{\lambda c}$$

3. (1)
$$eU = E_{km}$$
, $U = \frac{E_{km}}{e} = 2.5 \text{ V}$

(2)
$$W = \frac{hc}{\lambda} - E_{km} = 2.626 \times 10^{-19} \,\text{J}$$

(3)
$$hv_0 = W$$
, $v_0 = \frac{W}{h} = 3.96 \times 10^{14} \text{ Hz}$

第三节 康普顿散射

- 1、选择题
- (1), C
- (2), D
- (3), B

康普顿散射中,能量和动量守恒, $hv_0 + m_0c^2 = hv + mc^2$, 故反冲电子的能量

$$\Delta E = mc^2 - m_0c^2 = h v_0 - h v = 0.1 \text{MeV}$$

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{\Delta \lambda hc}{\lambda_0 \lambda} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} (h v_0 - \Delta E) \qquad \therefore \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta E}{h v_0 - \Delta E} = \frac{0.1}{0.5 - 0.1} = 0.25$$

- (4) , D
- (5), A
- 2、填空题
- (1) π ; 0

(2) 0.586 or
$$2 - \sqrt{2}$$

3. (1)
$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda = 1.0243 \times 10^{-10} \,\mathrm{m}$$

$$(2) \quad E_k = h \, v_0 - h \, v$$

=
$$hc(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}) = 4.716 \times 10^{-17} \,\mathrm{J}$$

第四节 氢原子的玻尔模型 实物粒子的波动性

- 1、选择题
- (1), A
- (2), C (3), C (4), A (5), C

- 2、填空题
- (1) 13.6eV、5; (2) 6; (3) 波动性; (4) 短; (5) 1、4; (6) $\frac{h}{\sqrt{2em_e U_{12}}}$ 。

3. (1)
$$qv_{\alpha}B = m_{\alpha}\frac{v_{\alpha}^2}{R}$$
, $m_{\alpha}v_{\alpha} = qRB$,

$$\lambda = \frac{h}{m_{\alpha}v_{\alpha}} = \frac{h}{qRB} = 9.98 \times 10^{-12} \,\mathrm{m}$$

(2)
$$v_{\neq \tilde{\mu}} = v_{\alpha} = \frac{qBR}{m_{\alpha}} = 10000 \,\text{m/s}$$

$$\lambda_{\text{GH}} = \frac{h}{m_{\text{GH}} v_{\text{GH}}} = 6.626 \times 10^{-34} \,\mathrm{m}$$

4. (1)
$$p_{\oplus 7} = p_{\% 7} = \frac{h}{\lambda} = 3.313 \times 10^{-24} \ kg \cdot m/s$$

(2)
$$E_{k \oplus 7} = \frac{p^2}{2m_e} = 6.02 \times 10^{-18} \,\text{J}$$

$$E_{\text{HF}} = \frac{hc}{\lambda} = 9.939 \times 10^{-16} \,\text{J}$$

5.
$$\frac{1}{\lambda} = R_H (\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2})$$

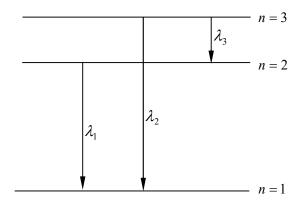
$$E = \frac{hc}{\lambda} = R_H hc(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2})$$

12.6=13.6
$$(1-\frac{1}{n^2})$$
, $n=3.69$, $\Re n=3$

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2})$$
, $\text{(4)}: \lambda_1 = 1.21 \times 10^{-7} \text{ m}$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H (\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2})$$
, $\text{#: } \lambda_2 = 1.026 \times 10^{-7} \,\text{m}$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R_H (\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2})$$
,得: $\lambda_3 = 6.563 \times 10^{-7}$ m,可见光



第五节 不确定关系

- 1, D
- 微观粒子的波粒二象性 2、海森堡
- 3、大于等于

$$4, \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\Delta p = \frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda$$

$$\Delta x \ge \frac{h}{\Delta p} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = 0.3 \,\mathrm{m}$$

5.
$$\Delta r = 3.6 \times 10^{-15} \,\mathrm{m}$$

$$\Delta r \cdot \Delta p \ge h$$

$$\Delta p \ge \frac{h}{\Delta r} = 1.84 \times 10^{-19} \, kg \cdot m / s$$

$$p = \Delta p = 1.84 \times 10^{-19} kg \cdot m/s$$

$$E_k = \frac{p^2}{2m_\alpha} = 2.53 \times 10^{-12} \,\mathrm{J}$$

第六节 薛定谔方程与一维无限深势阱

- 1、选择题
- (1) A; (2) D; (3) C; (4) A;

- 2、填空题
 - (1) 波函数 薛定谔
 - 某时刻某点附近单位体积元中粒子出现的概率 (2)

(3)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \psi(r,t) \right|^2 d\tau = 1$$

(4)
$$\frac{1}{6}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{5}{6}a$$

3. (1)
$$E_1 = \frac{h^2}{8ma^2} = 1.51 \times 10^{-18} \,\text{J}$$

(2)
$$x_1 = 0.05nm$$
, $x_2 = 0.15nm$

$$p_1 = \frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi}{2} = 1 \times 10^{10}$$
, $p_2 = \frac{2}{a}\sin^2\frac{3\pi}{2} = 1 \times 10^{10}$

(3)
$$p = \int_0^{\frac{a}{2}} |\psi(x)|^2 dx = \frac{1}{2}$$

4.
$$\int_0^l c^2 x^2 (l-x)^2 dx = 1$$
, $c = \sqrt{\frac{30}{l^5}}$

$$p = \int_0^{\frac{l}{3}} c^2 x^2 (l - x)^2 = \frac{17}{81} = 0.21$$

第七节 原子的量子理论 激光

一、选择题

1, A; 2, D; 3, C; 4, D; 5, B; 6, C; 7, D; 8, C; 9, B

10, C; 11, D; 12, D; 13, B

- 二、填空题
- 2、Lz 可能的值分别为<u>-2ħ, -ħ, 0, ħ, 2ħ。</u>
- 3、室, 电子, 空带, 电子载流子

量子物理综合练习题

一、选择题

 $hv = E_k + W$ 1、D. 由爱因斯坦方程有: $h2v = E_k' + W$, 两式相减有 $E_k' - E_k = hv$, $\therefore E_k' = E_k + hv$ 。

2、D. 由爱因斯坦方程有: $hv = E_k + W \\ v_0 = W/h$ $\therefore hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = E_k$,得 $\lambda = 355nm$.

- 3、A. 光强度不变,入射光频率增加时,1)反向遏止电压的大小∞频
- 率,2)光电流 i_m 随着频率的增加而减小:光强不变,每个入射光子的能量增加,则入射光子数目减小,相应的出射电子数目减小,饱和电流减小。
- 4、C. 光子、电子波长相同,根据 $\lambda = h/p$ 得两者的动量相等。
- 5, E-A-D.
- 6. B.
- 7、C. (看图可知,对应的峰谷位置,粒子出现概率最大)
- 8、C. 徳布罗意波长 $\lambda = h/p$,

$$eU_0 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}, : U_0 = \frac{p^2}{2em} = 150V$$

二、填空题

1, 64. $p = M(T)s = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$

- 2、光电效应的实验规律:
 - (1) 频率不变,饱和光电流与入射光的光强成正比。
- (2) 光电子的初动能与入射光的频率有关,与光强无关。
- (3) 要产生光电效应,必须入射光的频率>金属的遏制频率
- 3、爱因斯坦公式: $hv = \frac{1}{2}mv^2 + W$
- 4、<u>2.5V</u>; <u>3.97×10¹⁴HZ</u>。同 P117 页第 3 道。
- 5, <u>0.99V</u>. $hv = eU_a + hv_0$, $\therefore U_a = 0.99V$
- 6、 $E_k + h\nu$ 。同选择题 1。
- 7、光子波长为 λ ,则其能量为 hc/λ ,动量的大小为 h/λ ,质量为 $h/(\lambda c)$
- 8、<u>戴维孙-革末</u>; $\frac{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}}{}$

$$E_{k} = mc^{2} - m_{0}c^{2} = m_{0}c^{2}, \Rightarrow m = 2m_{0}$$

$$m = m_{0} / \sqrt{1 - v^{2} / c^{2}}, \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

$$0, \frac{1/\sqrt{3}}{2}, \lambda = h / p = h / (mv) = \frac{h}{2m_{0}\frac{\sqrt{3}}{2}c} = \frac{\lambda_{0}}{\sqrt{3}}$$

- 10、康普顿效应是指(1)<u>散射光中波长向长波移动的</u>波长散射,(2) 它的实质是<u>光子与自由电子发生弹性</u>碰撞,(3)在此过程中<u>能量</u>和<u>动</u> 量守恒。
- 11、 (1) $\psi(\vec{r},t)\psi^*(\vec{r},t)$ 表示 t 时刻, \vec{r} 位置附件粒子出现的概率 密度。
 - (2) $\psi(r,t)$ 须满足的条件: 单值、连续、有限。

(3) 其归一化条件是
$$\int_{\mathbf{v}} \psi(\vec{r},t) \psi^*(\vec{r},t) d\mathbf{V} = 1$$
。

12、13.6; n=5。由
$$E_n = E_1 / n^2$$
计算可得。

三、计算题

1、光电子进入磁场后,洛仑磁力提供向心力,即:

$$evB = mv^2/R$$
 \Rightarrow $mv = eRB = p$

$$A = hv - E_k = hc/\lambda - p^2/2m$$
(1) 逸出功 $= \frac{hc}{\lambda} - \frac{e^2R^2B^2}{2m}$;

(2) 遏止电势差
$$U_a$$
满足 $eU_a = E_k$, $\therefore U_a = \frac{eR^2B^2}{2m}$

2、利用能量守恒 $hv_0 + m_0c^2 = hv + mc^2$, 其中

$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} = 5m_0 / 4$$
, then

$$h\frac{c}{\lambda_0} - h\frac{c}{\lambda} = \frac{1}{4}m_0c \implies \lambda \approx 0.00434$$
nm,即散射光的波长为

0.00434nm。

3、(1)由电子在势阱中的能级公式得:

a=0.1nm 时,
$$E_n = \frac{n^2h^2}{8ma^2} = 6.03 \times 10^{-18} \text{ J}$$
 ,相当于 37.7eV;
a=1m 时, $E_n = \frac{n^2h^2}{8ma^2} = 6.03 \times 10^{-38} \text{ J}$,相当于 3.77×10⁻¹⁹eV;

(2) 室温下电子的平均平动动能

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2}$$
KT = 1.5×1.38×10⁻²³×300 = 6.21×10⁻²¹J,相当于

- 3.88×10-2eV, 故对于宏观问题, 电子的量子效应可以忽略。
- **4、**积分公式: $\int_0^\infty x^2 e^{-bx} dx = 2/b^3$
 - (1) 归一化,令 $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = \int_0^{\infty} A^2 x^2 e^{-2\lambda x} dx = 1$,可得归一化常数

$$\underline{A=2\lambda^{3/2}}$$
。所以归一化波函数为 $\psi(x)= egin{cases} 2\lambda^{rac{3}{2}}xe^{-\lambda x} & (x>0) \ 0 & (x<0) \end{cases}$

(2) 设粒子的概率分布函数为 $\omega(x)$,则

$$\omega(x) = |\psi(x)|^2 = \begin{cases} 4\lambda^3 x^2 e^{-2\lambda x} & (x > 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

- (3) 粒子出现概率最大的位置满足 $\frac{d\omega(x)}{dx}$ =0,对应x>0的值为 $1/\lambda$ 和 ∞ , 带入 $\omega(x)$ 得 $x=1/\lambda$ 时, $\omega(x)$ 取最大值。
- 5、设激发能为 $\Delta E = 10.19 \mathrm{eV}$ 的能级为 E_i , $\Delta E = E_i E_1 = 10.19 \mathrm{eV}$, 其中 $E_1 = -13.6 \mathrm{eV}$, $\therefore E_i = -3.41 \mathrm{eV}$ 。

假设初始状态的能级为 E_n ,根据题意有 $E_n - E_i = hv$,

$$\therefore E_n = hc / \lambda + E_i = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{4.86 \times 10^{-7}}}{1.6 \times 10^{-19}} - 3.41 \text{eV} = -0.85 \text{eV}$$

$$\text{th } E_n = \frac{E_1}{n^2}, \text{ fm } n=4.$$

6、(1)一维无限深势阱中粒子的能级表达式 $E_n = \frac{n^2 h^2}{8ma^2}$,

n=1 时对应质子的零点能量

$$E_1 = \frac{h^2}{8ma^2} = \frac{\left(6.63 \times 10^{-34}\right)^2}{8 \times 1.67 \times 10^{-27} \times \left(10^{-14}\right)^2} = 3.3 \times 10^{-13} J$$

(2) 由 n=2 态跃迁到 n=1 态时,质子放出的光子能量为:

$$hv = \Delta E = E_2 - E_1 = \frac{(2^2 - 1^2)h^2}{8ma^2} = \frac{3 \times (6.63 \times 10^{-34})^2}{8 \times 1.67 \times 10^{-27} \times (10^{-14})^2} = 9.87 \times 10^{-13} J$$