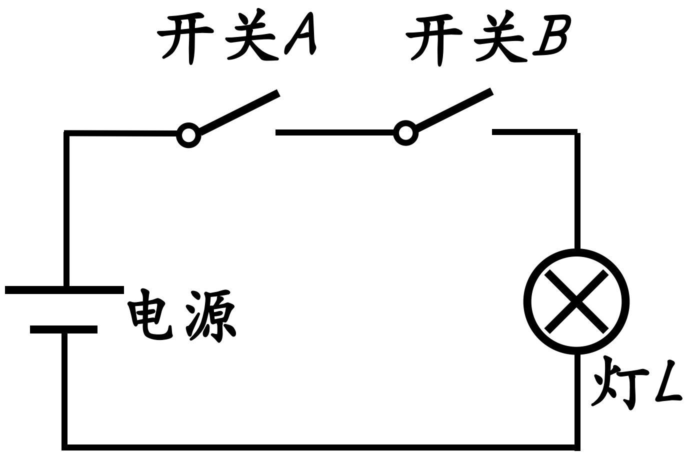
第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.1 逻辑代数中的运算

2.1.1 基本逻辑及运算

2.1.1 基本逻辑及运算

1. 与逻辑：当决定一事件的所有条件都具备时，事件才发生的逻辑关系。



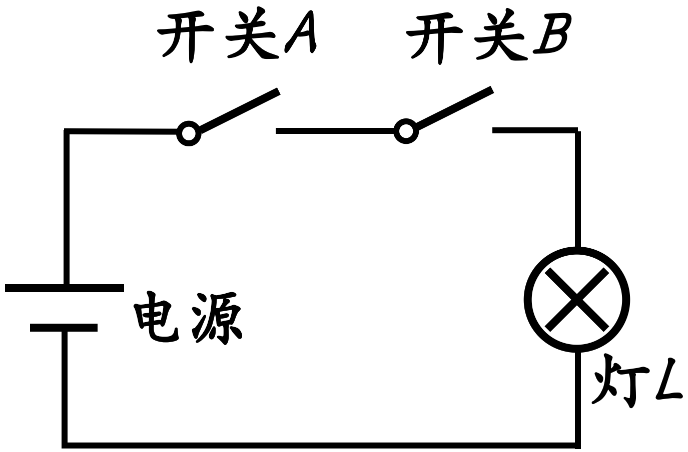
与逻辑关系

功能表

A	B	L
断	断	灭
断	合	灭
合	断	灭
合	合	亮

(1)与逻辑的表示方法：真值表

(Truth table)



与逻辑关系

功能表

A	B	L
断	断	灭
断	合	灭
合	断	灭
合	合	亮

真值表 (Truth table)

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

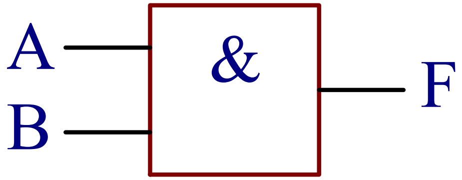
(2)逻辑功能： “有0出0，全1出1”

(3)逻辑函数式 $F = A \cdot B = AB$

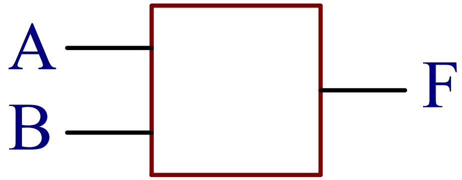
——逻辑乘

(4)与运算的电路 ——与门

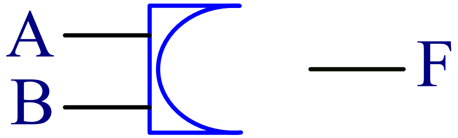
(5)与门的逻辑符号



国标

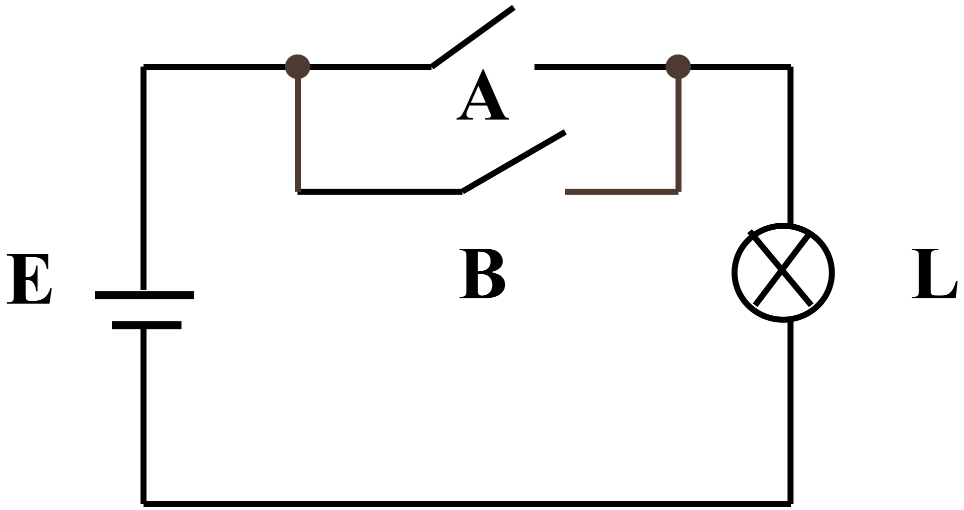


曾用



美国

2.或运算逻辑：决定一事件结果的诸条件中，只要有一个或一个以上具备时，事件就会发生的逻辑关系。



或逻辑关系

真值表

A	*B*	*F*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

2.或运算逻辑：决定一事件结果的诸条件中，只要有一个或一个以上具备时，事件就会发生的逻辑关系。

真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

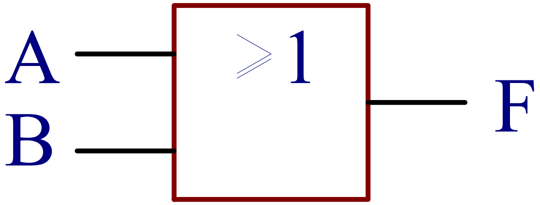
逻辑功能： “有1出1，全0出0”

逻辑表达式

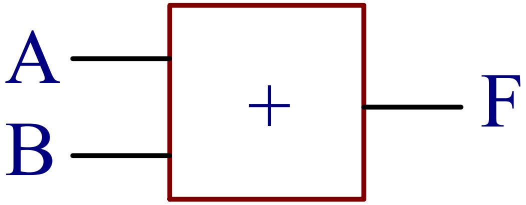
F=A+B ——逻辑加

或运算的电路 ——或门

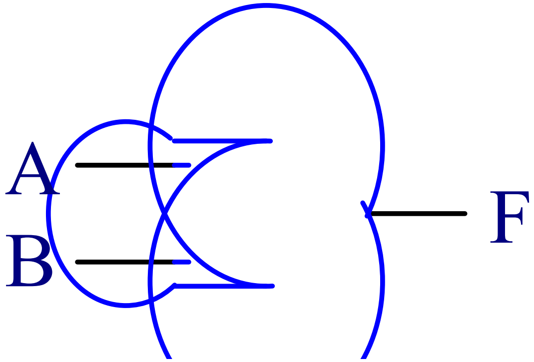
或门的逻辑符号



国标

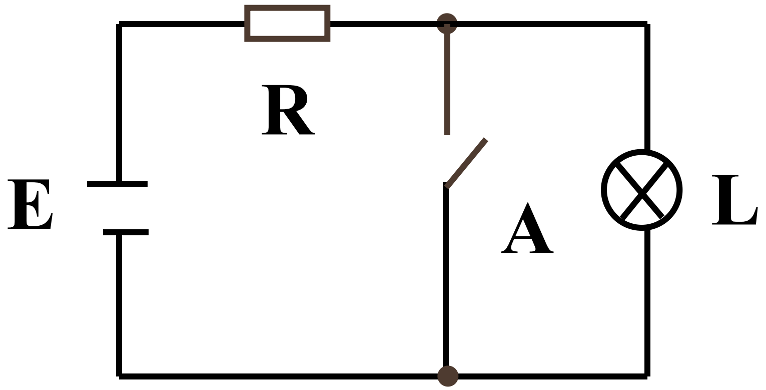


曾用



美国

3.非运算逻辑（只要条件具备，事件便不会发生；条件不具备，事件一定发生的逻辑关系。）



非逻辑关系

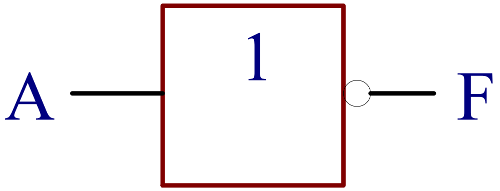
真值表

A	Y
0	1
1	0

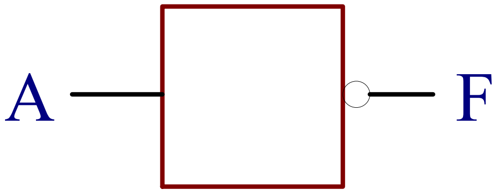
逻辑表达式

$$F=\overline{A}$$

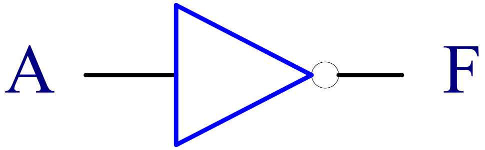
非门的逻辑符号



国标

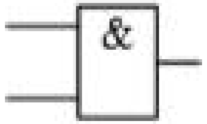
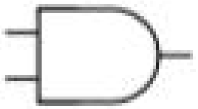
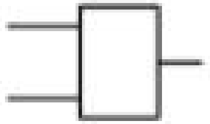
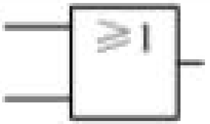
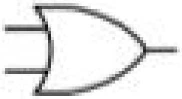
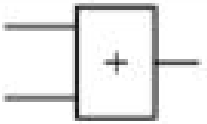
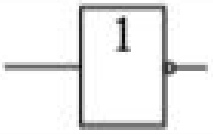
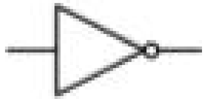
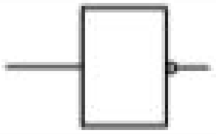


曾用



美国

表 2.1.1 三种基本逻辑运算的图形符号

	我国标准	美国标准	曾 用
与逻辑	 &		
或逻辑	 ≥1		 +
非逻辑	 1		

课程思政：

1997年下赢国际象棋冠军卡斯帕罗夫的“深蓝”是一台超级计算机。深蓝是美国IBM公司生产的一台超级国际象棋电脑，重1270公斤，有32个大脑（微处理器），每秒钟可以计算2亿步。"深蓝”输入了一百多年来优秀棋手的对局两百多万局。

1997 年5月IBM 深蓝电脑击败国际象棋世界冠军卡斯帕罗夫后，当时的媒体包括很多科学家感慨深蓝电脑运算能力的强大，同时也提出了一个命题：虽然国际象棋中人类被电脑击败，但是在围棋这个可能性近乎无穷的更高级棋类游戏中，电脑几乎没有战胜人类的可能性。

逻辑代数理论的一些基本概念：

逻辑变量： 在逻辑代数中，用英文字母表示的变量称为逻辑变量。在二值逻辑中，变量的取值不是 1 就是 0 。

原变量和反变量： 字母上面无非号的称为原变量，有非号的叫做反变量。

逻辑函数： 定义表达式$F=f(A,B,C,\ldots)$

其中逻辑变量 A、B、C·· 为输入变量，取值是0或1。F是输出逻辑变量，取值也是0或1，称 F是 A、B、C···的输出逻辑函数。

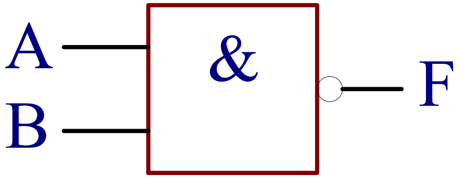
2.1.2 复合逻辑运算：

1. 与非运算： (NAND)

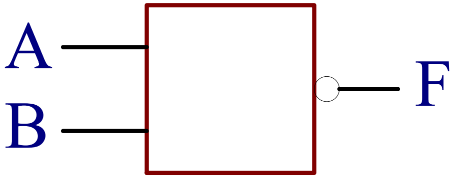
(1) 逻辑表达式： $F = \overline{AB}$

(2) 逻辑功能： “有0出1，全1出0”

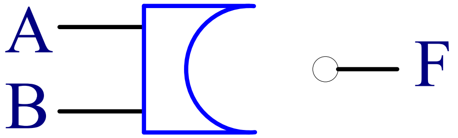
(3) 与非门的逻辑符号



国标



曾用



美国

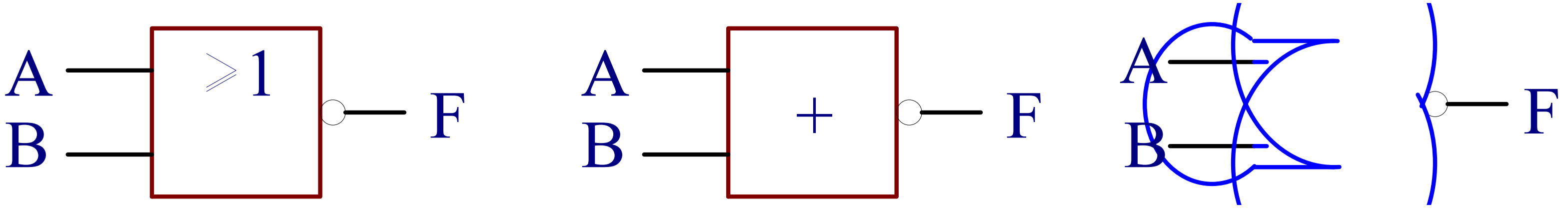
真值表

A	B	$F=\overline{AB}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2.或非运算： (NOR)

(1) 逻辑表达式： $F = \overline{A + B}$ 逻辑功能： “有1出0，全0出1”

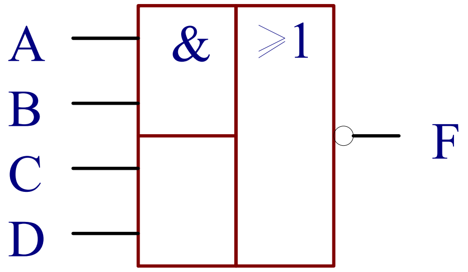
(2) 或非门逻辑符号

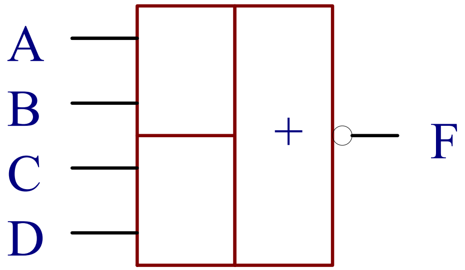


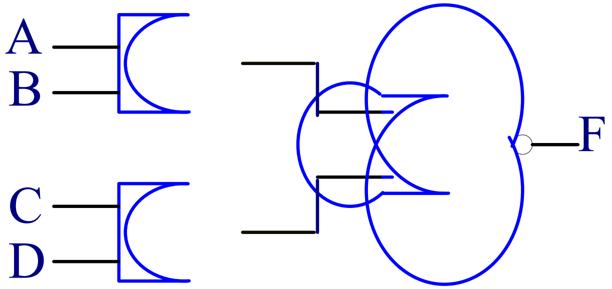
3.与或非运算：(AND – OR – INVERT)

(1) 逻辑表达式： $F = \overline{AB + CD}$

(2) 逻辑符号







4. 异或运算XOR (A、B取值不同时，F才为1):

(1) 异或逻辑真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

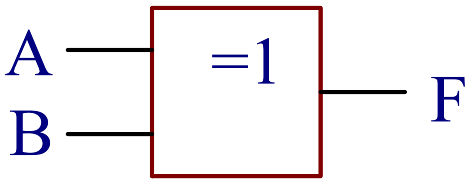
模二加

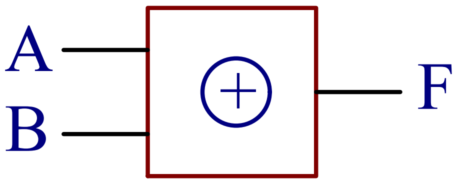
(2) 逻辑表达式:

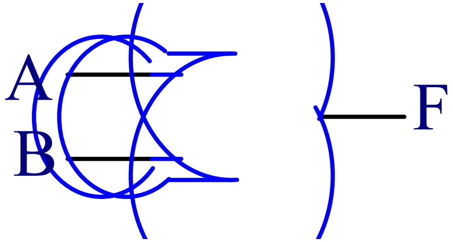
$$F = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

4.异或运算XOR(A、B取值不同时，F才为1)：

(3) 逻辑符号







5.同或运算XNOR(A、B取值相同时，F才为1):

(1) 同或逻辑真值表

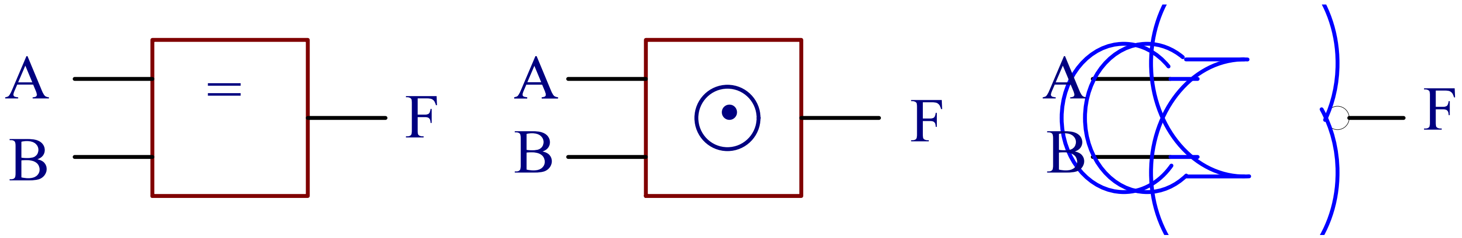
A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(2) 逻辑表达式:

$$F = A \odot B = \overline{A}\,\overline{B} + A\,B$$

5.同或运算XNOR(A、B取值相同时，F才为1)：

(3) 逻辑符号



异或、同或的相关公式

$\overline{A \oplus B} = A \odot B$ $\overline{A \odot B} = A \oplus B$ $\overline{A} \oplus \overline{B} = A \oplus B$ $\overline{A} \odot \overline{B} = A \odot B$

$A \oplus A = 0$ $A \oplus \overline{A} = 1$ $A \oplus 0 = A$ $A \oplus 1 = \overline{A}$

$A \odot A = 1$ $A \odot \overline{A} = 0$ $A \odot 0 = \overline{A}$ $A \odot 1 = A$

偶数个1相异或等于 0

奇数个1相异或等于 1

偶数个0相同或等于 1

奇数个0相同或等于 0

南京邮电大学 Nanjing University of Posts and Telecommunications

异或、同或的相关公式

偶数个变量的异或、同或互补

$$A_1 \oplus A_2 \oplus \ldots \oplus A_n = \overline{A_1 \odot A_2 \odot \ldots \odot A_n} \text{ (n为偶数)}$$

试证明四个变量的情况。

证明：

$$\overline{A_1 \oplus A_2 \oplus A_3 \oplus A_4}$$

$$=(A_1 \oplus A_2) \odot (A_3 \oplus A_4)$$

$$=\overline{A_1 \oplus A_2} \odot \overline{A_3 \oplus A_4}$$

$$=(A_1 \odot A_2) \odot (A_3 \odot A_4)$$

$$=A_1 \odot A_2 \odot A_3 \odot A_4$$

多个变量的异或、同或间关系

(2)奇数个变量的异或、同或相等

$$A_1 \oplus A_2 \oplus \ldots \oplus A_n = A_1 \odot A_2 \odot \ldots \odot A_n$$ (n为奇数)

试证明三个变量的情况。

证明： $A_1 \oplus A_2 \oplus A_3$

$$=(A_1 \oplus A_2) \oplus A_3$$

$$=(\overline{A_1 \oplus A_2}) \cdot A_3 + (A_1 \oplus A_2) \cdot \bar{A}_3$$

$$=(A_1 \odot A_2) \cdot A_3 + (\overline{A_1 \odot A_2}) \bar{A}_3$$

$$= A_1 \odot A_2 \odot A_3$$

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.3 逻辑运算中的公式

2.3 逻辑运算的公式

2.3.1 基本公式：

1.自等律 $A+0=A$ $A\cdot 1=A$

2.吸收律 $A+1=1$ $A\cdot 0=0$

3.重叠律 $A+A=A$ $A\cdot A=A$

4.互补律 $A+\overline{A}=1$ $A\cdot\overline{A}=0$

5.还原律 $\overline{\overline{A}}=A$

6.交换律 $A+B=B+A$ $A\cdot B=B\cdot A$

7.结合律

$$A+B+C = (A+B)+C = A+(B+C)$$

$$A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

8.分配律

$$A \cdot (B+C) = AB+AC$$

$$A+BC = (A+B) \cdot (A+C)$$

9.反演律

$$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$\overline{AB} = \overline{A}+\overline{B}$$

又称：德·摩根（De Morgan）定理

基本定律的正确性可以用列真值表的方法加以证明。

关于异或、同或运算的一些公式

(1) 交换律 $A \oplus B = B \oplus A$ $A \odot B = B \odot A$

(2) 结合律 $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ $(A \odot B) \odot C = A \odot (B \odot C)$

(3) 分配律 $A \cdot (B \oplus C) = AB \oplus AC$ $A + (B \odot C) = (A+B) \odot (A+C)$

(4) 因果互换律

如果 $A \oplus B = C$ 则有 $A \oplus C = B$

(5) 反演律

$\overline{A \oplus B} = \overline{A} \odot \overline{B}$ $\overline{A \odot B} = \overline{A} \oplus \overline{B}$

2.3.2 常用公式

1. 合并相邻项公式 $AB+A\overline{B}=A$

证明：$AB+A\overline{B}=A(B+\overline{B})=A\cdot 1=A$

2. 消项公式 $A+AB=A$

证明：$A+AB=A(1+B)=A\cdot 1=A$

$\xrightarrow{\text{推广}}$ $A+A(\ldots)=A$

一项以另一项为因子，则该项是多余的。

3. 消去互补因子公式 $A+\overline{A}B=A+B$

证明：$$A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)$$

$$=1\cdot(A+B)$$

$$=A+B$$

若某一项的部分因子是另一项的反，则该部分因子可消去。

判断下面等式是否正确?

(1) $AB+\overline{A}\,\overline{B}C=AB+C$

(2) $AB+\overline{AB}C=AB+C$ √

4. 多余项（生成项）公式

$$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$$

证明：$AB+\overline{A}C+BC$

$$=AB+\overline{A}C+(A+\overline{A})BC$$

$$=\underline{AB}+\underline{\overline{A}C}+\underline{ABC}+\underline{\overline{A}BC}$$

$$=AB+\overline{A}C$$

若两乘积项中部分因子互补，则其余因子组成的乘积项可消去，或其余因子组成第三项的部分因子，则第三项可消去。

$$AB+\overline{A}C+BCD=AB+\overline{A}C$$

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.4 逻辑运算的基本规则

2.4 逻辑运算的基本规则

2.4.1 代入规则： 适用于等式

任何一个逻辑等式中，如果将等式两边所有出现的某一个变量都代之以一个逻辑函数，则此等式仍然成立

反演律推广： $\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}$ 若令 $B=C+D$

则有： $\overline{A+C+D}=\overline{A}\cdot\overline{C+D}=\overline{A}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$

反演定律推广到3个变量。同理可以证明，
对于多个变量反演定律也成立。

2.4.2 反演规则： 用于求函数F的反函数 $\overline{F}$

方法：

$\cdot \longleftrightarrow +$

与、或互换

$1 \longleftrightarrow 0$

0、1互换

$A \longleftrightarrow \overline{A}$

单个变量取反

注意：

(1) 变换时，对应变量运算顺序不应改变。

(2) 不属于单个变量上的非号，在变换时应保留。

例1：若 $F=\overline{A}\,\overline{B}+C\,D$，试用反演规则求反函数 $\overline{F}$。

解：$\overline{F}=(A+B)\cdot(\overline{C}+\overline{D})$

例2：若 $F=\overline{A}+\overline{\overline{B+C}\cdot D}$，试用反演规则求反函数 $\overline{F}$。

解：$\overline{F}=A\cdot\overline{\overline{\overline{B}\,\overline{C}}+\overline{D}}$

若表达式中有异或，则直接换成同或，反之亦然。

例3：已知 $F=A\oplus B$，则其反函数可写为：

$\overline{F}=\overline{A}\odot\overline{B}$　　即 $\overline{A\oplus B}=\overline{A}\odot\overline{B}$

例： $F=\overline{\overline{A\overline{B}+C}+D}+C$，求 $\overline{F}$ 。

法1：利用反演规则直接得到

$$\overline{F}=\overline{\overline{(\overline{A}+B)\cdot\overline{C}}\cdot\overline{D}}\cdot\overline{C}$$

$$\overline{F}=(\overline{A\overline{B}+C}+D)\cdot\overline{C}$$

法2：利用反演律

$$\overline{F}=\overline{\overline{\overline{\overline{A\overline{B}+C}+D}+C}}$$

$$=(\overline{\overline{\overline{A\overline{B}+C}+D}})\cdot\overline{C}$$

$$=(\overline{A\overline{B}+C}+D)\cdot\overline{C}$$

常用关系式：

(1) $\overline{\overline{F}} = F$；

(2) 若 $F = G$，则 $\overline{F} = \overline{G}$；反之也成立。

2.4.3 对偶规则：

用于求F的对偶式F′

方法:

注意： 变换时，对应变量运算顺序不应改变。

$\cdot \longleftrightarrow +$

$1 \longleftrightarrow 0$

例1：求$F=A(B+\overline{C})$的对偶式　　解：$F'=A+B\cdot\overline{C}$

例2：求$F=\overline{A}B+\overline{A(C+0)}$的对偶式　　解：$F'=(\overline{A}+B)\cdot\overline{A+C\cdot 1}$

若表达式中有异或，则直接换成同或，反之亦然。

例3：已知 $F=A\oplus 0$，则其对偶式为：

$F'=A\odot 1$

常用关系式:

(1) $(F')' = F$；$A' = A$, $0' = 1$, $1' = 0$。

(2) 若 $F = G$，则 $F' = G'$；反之也成立。

可用于等式的证明;
同一基本公式左、右两列存在对偶关系。

1.自等律	$A + 0 = A$	$A \cdot 1 = A$
2.吸收律	$A + 1 = 1$	$A \cdot 0 = 0$
3.重叠律	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
4.互补律	$A + \overline{A} = 1$	$\overline{A} \cdot A = 0$

反演式与对偶式的关系

$$
\begin{array}{cccc}
F & & \overline{F} \\
\cdot & \longleftrightarrow & + \\
1 & \longleftrightarrow & 0 \\
A & \longleftrightarrow & \overline{A}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc}
F & & F' \\
\cdot & \longleftrightarrow & + \\
1 & \longleftrightarrow & 0
\end{array}
$$

将 F' 中的变量原反互换后即可得到 $\overline{F}$；

将 $\overline{F}$ 中的变量原反互换后即可得到 F'。

第二周第一次作业：

2.3(1) (3)

2.4(1)(3)

2.5

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.5 逻辑函数的标准形式

最小项表达式

逻辑函数的常用表达式

同一个逻辑函数可以写成不同形式的逻辑式：

$$F = AB + \overline{A}C$$ ------ 与或式

$$= \overline{\overline{AB + \overline{A}C}}$$

$$= \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\overline{A}C}}$$ ------ 与非—与非式

$$= \overline{(\overline{A} + \overline{B}) \cdot (A + \overline{C})}$$

$$= \overline{A\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}}$$ ------ 与或非式

$$F = AB + \bar{A}C \quad \text{------} \quad \text{与或式}$$

$$= \overline{A\bar{B} + \bar{A}\,\bar{C}} \quad \text{------} \quad \text{与或非式}$$

$$= (\bar{A} + B)\cdot(A + C) \quad \text{-------} \quad \text{或与式}$$

$$= \overline{\overline{(\bar{A} + B)\cdot(A + C)}}$$

$$= \overline{\overline{\bar{A} + B} + \overline{A + C}} \quad \text{-----} \quad \text{或非—或非式}$$

最常用的为“与或”逻辑表达式。

1.最小项、最小项表达式：

(1)最小项的概念

是一种特殊的乘积项（与项），在该乘积项中逻辑函数的所有变量都要以原变量或反变量的形式出现一次，而且只能出现一次。

(2) 最小项的数量

$Y=F(A,B)$ (2 变量共有 4 个最小项)

$\bar{A}\bar{B}$ $\bar{A}B$ $A\bar{B}$ AB

$Y=F(A,B,C)$ (3 变量共有 8 个最小项)

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ $\bar{A}\bar{B}C$ $\bar{A}B\bar{C}$ $\bar{A}BC$

$A\bar{B}\bar{C}$ $A\bar{B}C$ $AB\bar{C}$ ABC

(n 变量共有 2^n 个最小项)

（3）最小项的编号：

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	$AB\bar{C}$	ABC
0 0 0	0 0 1	0 1 0	0 1 1	1 0 0	1 0 1	1 1 0	1 1 1
0	1	2	3	4	5	6	7
m_0	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7

把与最小项对应的变量取值（对应规律：原变量 $\Leftrightarrow$ 1 反变量 $\Leftrightarrow$ 0）转换成二进制数，与之相应的十进制数就是该最小项的编号，用 m_i 表示。

例1：已知四变量函数 $F(A,B,C,D)$ ，则 $B\overline{A}CD$就是一个最小项，其最小项编号为多少?

解：把最小项中的变量从左到右按A,B,C,D的顺序排列，得$\overline{A}BCD$，从而得$(0111)_2$，即$(7)_{10}$。

所以，此最小项的编号为7，通常写成m_7。

2. 最小项的主要性质

ABC	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{A}\,\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$	$A\overline{B}\,\overline{C}$	$A\overline{B}C$	$AB\overline{C}$	ABC
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

① 对任何一个最小项，只有一组变量的取值组合，使它的值为1。反之，对任何一组取值，只有一个最小项对应的值为1。

②全部最小项之和恒等于1。 即： $\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$

③任意两个最小项的乘积恒等于0 。

即： $m_i \cdot m_j = 0 \quad (0 \le i(j) \le 2^n - 1, 且 i \ne j)$

④任一最小项与另一最小项非之积恒等于该最小项 。

即： $m_i \cdot \overline{m_j} = m_i \ (0 \le i(j) \le 2^n - 1, 且 i \ne j)$

证明： 若自变量的取值组合使$\boldsymbol{m}_\mathrm{i}$ = 1 (有且只有一组),

则： $m_i \cdot \overline{m_j} = 1 = m_i$

若自变量的取值组合使$\boldsymbol{m}_\mathrm{i}$ = 0 (其余2^n-1组),

则： $m_i \cdot \overline{m_j} = 0 = m_i$

所以，等式成立。

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.5 逻辑函数的标准形式

最小项表达式

3. 最小项表达式（标准与或式）

逻辑函数的与或式表达式中，若全部与项都是最小项，则该表达式称为标准与或式或最小项表达式。

一般表达式写成最小项表达式的方法：

（1）配全项法

（2）真值表法

[例1] 用配全项法写出下列函数的标准与或式：

$$F = F(A,B,C) = AB + \overline{A}C$$

[解]

$$F = AB(\overline{C} + C) + \overline{A}C(\overline{B} + B)$$

$$= \underset{m_6}{AB\overline{C}} + \underset{m_7}{ABC} + \underset{m_1}{\overline{A}\,\overline{B}C} + \underset{m_3}{\overline{A}BC}$$

$$= m_1 + m_3 + m_6 + m_7$$

或 $= \sum_m (1,3,6,7)$

[练习] 写出下列函数的标准与或式：

$$Y=\overline{AB+AD+\overline{B}C}=(\overline{A}+\overline{B})(\overline{A}+\overline{D})(B+\overline{C})$$

$$=(\overline{A}+\overline{B}\,\overline{D})(B+\overline{C})\quad=\overline{A}B+\overline{A}\,\overline{C}+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$=\overline{A}B(C+\overline{C})+\overline{A}\,\overline{C}(B+\overline{B})+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}(A+\overline{A})$$

$$=\overline{A}BC+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$=\underbrace{\overline{A}BCD}_{m_7}+\underbrace{\overline{A}BC\overline{D}}_{m_6}+\underbrace{\overline{A}B\overline{C}D}_{m_5}+\underbrace{\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}}_{m_4}$$

$$+\underbrace{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D}_{m_1}+\underbrace{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}}_{m_0}+\underbrace{A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}}_{m_8}+\underbrace{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}}_{m_0}$$

与前面m_0相重

$$=m_7+m_6+m_5+m_4+m_1+m_0+m_8$$

$$=\sum m(0,1,4,5,6,7,8)$$

例2：用**列真值表法**将 $F(A,B,C)=AB+BC$ 写成最小项表达式

解：列真值表：

A B C	F
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	0
1 1 0	1
1 1 1	1

$$F=\bar{A}BC+AB\bar{C}+ABC$$

$$=\sum m(3,6,7)$$

结论：最小项表达式是真值表中所有使函数值为1的取值组合所对应的各最小项之和。

例3：求解以下表达式：　$\overline{F}(A,B,C)=\sum_m($ 0,1,2,4,7 $)$。

已知$F(A,B,C)=\sum_m(3,5,6)$，则

A B C	F
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	0

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.5 逻辑函数的标准形式

补充：最大项表达式

4. 最大项的概念及其表示

是一种特殊的和项（或项），在该和项中逻辑函数的所有变量都要以原变量或反变量的形式出现一次，而且只能出现一次。

例1：已知三变量函数 F(*A*,*B*,*C*)，则 $\overline{A}+B+\overline{C}$就是一个最大项，通常写成$M_5$。 其中，M 表示最大项，5 表示最大项的编号

$$\overline{\mathrm{A}}+\mathrm{B}+\overline{\mathrm{C}} \longrightarrow (101)_2 \longrightarrow (5)_{10}$$

(2)最大项表达式（标准或与式）

例：$F(A,B,C)=(A+B+C)\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C)$

$$=M_0\cdot M_2\cdot M_4$$

$$=\prod(M_0,M_2,M_4)$$

$$=\prod{}_M(0,2,4)$$

5. 最大项的主要性质：

①对任何一个最大项，只有一组变量的取值组合，使它的值为0。

$A\ B\ C$	$\overline{A}+B+\overline{C}$
0 0 0	1
0 0 1	1
0 1 0	1
0 1 1	1
1 0 0	1
1 0 1	0
1 1 0	1
1 1 1	1

能使最大项的值为0的取值组合，称为与该最大项对应的取值组合。

② 全部最大项之积恒等于0。

即：

$$\prod_{i=0}^{2^n-1} M_i = 0$$

③ 任意两个最大项的和恒等于1。

即： $M_i + M_j = 1 \ (0 \le i(j) \le 2^n - 1, 且 i \ne j)$

④ 任一最大项与另一最大项非之和恒等于该最大项 。

即： $M_i + \overline{M}_j = M_i \ (0 \le i(j) \le 2^n - 1, 且 i \ne j)$

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.1 公式法化简

化简的意义和最简的标准：

1.化简的意义（目的）:节省元器件；提高工作可靠性。

2. 化简的目标：最简与或式（与非门是最常用的器件）

3.最简“与或”式的标准：

(1)含的与项最少；——与非门最少

(2)各与项中的变量数最少。

——与非门的输入端最少

2.6.1 公式法化简

(1) 相邻项合并法

利用公式 $A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A$ 将两项合并成一项，并消去互补因子。由代入规则，A和B也可是复杂的逻辑式。

[例 1] $Y = \underline{ABC} + \underline{AB\overline{C}} + \overline{A}B = AB + \overline{A}B = B$

[例2] $Y = \underline{ABC} + \underline{A\overline{B}\,\overline{C}} + \underline{AB\overline{C}} + \underline{A\overline{B}C}$

$= A(BC + \overline{B}\,\overline{C}) + A(B\overline{C} + \overline{B}C)$

$= A \cdot \overline{B \oplus C} + A(B \oplus C)$

$= A$

(2) 消项法

利用公式 $A+A\cdot B=A$

$A\cdot B+\overline{A}\cdot C+BC=A\cdot B+\overline{A}C$ ，将多余项消去。

例1： $F=AB+AB\overline{C}+ABD=AB+AB(\overline{C}+D)=AB$

例2： $F=AC+\overline{C}D+ADE+ADG$

$=AC+\overline{C}D$

练习： $F=AC+\overline{B+C}+A\overline{B}$

$F=AC+\overline{B+C}+A\overline{B}$

$=AC+\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}$

$=AC+\overline{B}\,\overline{C}$

(3) 消去互补因子法

利用公式$A+\overline{A}\cdot B=A+B$，将多余因子消去。

例1：$F=AB+\overline{A}C+\overline{B}C$

$$=AB+\overline{AB}C$$

$$=AB+C$$

例2：$F=A\overline{B}+\overline{A}B+ABCD+\overline{A}\,\overline{B}CD$

$$=A\overline{B}+\overline{A}B+CD(AB+\overline{A}\,\overline{B})$$

$$=A\overline{B}+\overline{A}B+CD$$

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.1 公式法化简

(4) 拆项法

无法直接用公式时，将某乘积项乘以（$x+\overline{x}$），拆成两项，然后再与其他项配合运用公式化简。

例：$F = A\overline{B} + \overline{A}B + B\overline{C} + \overline{B}C$

解：$F = A\overline{B} + \overline{A}\,B(C+\overline{C}) + B\overline{C} + \overline{B}C\,(A+\overline{A})$

$= \underline{A\overline{B}} + \underline{\overline{A}\cancel{B}C} + \underline{\cancel{\overline{A}B\overline{C}}} + \underline{B\overline{C}} + \underline{\cancel{A\overline{B}C}} + \underline{\overline{A}\cancel{\overline{B}}C}$

$= A\overline{B} + \overline{A}C + B\overline{C}$

(5) 添项法

利用公式$A=A+A$和$A\cdot B+\overline{A}C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C+BC$，配项或增加多余项，再和其他项合并。

例1：$F=\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,BC+A\,BC$

解：$F=\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,BC+\overline{A}\,BC+A\,BC$

$=\overline{A}B+BC$

$$A\cdot B+\overline{A}C=A\cdot B+\overline{A}\cdot C+BC$$

例2 化简逻辑函数：$F=A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{B}C+\overline{A}B$

解法1：$F=A\overline{B}+\cancel{B\overline{C}}+\overline{B}C+\overline{A}B+A\overline{C}$ （增加多余项 $A\overline{C}$）

$=\cancel{A\overline{B}}+\overline{B}C+\overline{A}B+A\overline{C}$ （消去一个多余项 $B\overline{C}$）

$=\overline{B}C+\overline{A}B+A\overline{C}$ （再消去一个多余项 $A\overline{B}$）

解法2：$F=A\overline{B}+B\overline{C}+\cancel{\overline{B}C}+\overline{A}B+\overline{A}C$（增加多余项 $\overline{A}C$）

$=A\overline{B}+B\overline{C}+\cancel{\overline{A}B}+\overline{A}C$ （消去一个多余项 $\overline{B}C$）

$=A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}C$ （再消去一个多余项 $\overline{A}B$）

由上例可知，有些逻辑函数的化简结果不是唯一的。

综合法

合并相邻项公式 $AB + A\overline{B} = A$

消项公式 $A + AB = A$

多余项（生成项）公式

$$AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$$

消去互补因子公式 $A + \overline{A}B = A + B$

先找公共因子，
再找互补因子

综合练习1：

$$F = ACE + \bar{A}BE + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + BE\bar{C} + DE\bar{C} + \bar{A}E$$

$$= E(AC + \bar{A}B + B\bar{C} + D\bar{C} + \bar{A}) + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$= E(C + B + D + \bar{A}) + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$= CE + BE + DE + \bar{A}E + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$= E(B + C + D) + \bar{A}E + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$= E\overline{\bar{B}\bar{C}\bar{D}} + \bar{A}E + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$= E + \bar{A}E + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$= E + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

综合练习2：化简逻辑函数：

$$F = AB + A\overline{C} + \overline{B}C + \overline{C}B + \overline{B}D + \overline{D}B + ADE(F+G)$$

解：$F = A\overline{\overline{B}C} + \overline{B}C + \overline{C}B + \overline{B}D + \overline{D}B + ADE(F+G)$ （利用反演律）

$= A + \overline{B}C + \overline{C}B + \overline{B}D + \overline{D}B + ADE(F+G)$ （利用 $A + \overline{A}B = A + B$）

$= A + \overline{B}C + \overline{C}B + \overline{B}D + \overline{D}B$ （利用$A+AB=A$）

$= A + \overline{B}C(D+\overline{D}) + \overline{C}B + \overline{B}D + \overline{D}B(C+\overline{C})$ （拆项法）

$= A + \overline{B}CD + \overline{B}C\overline{D} + \overline{C}B + \overline{B}D + \overline{D}BC + \overline{D}B\overline{C}$

$= A + \overline{B}C\overline{D} + \overline{C}B + \overline{B}D + \overline{D}BC$ （利用$A+AB=A$）

$= A + C\overline{D}(\overline{B}+B) + \overline{C}B + \overline{B}D$

$= A + C\overline{D} + \overline{C}B + \overline{B}D$ （利用 $A+\overline{A}=1$）

2. 或与式的化简 ：

方法： 二次对偶法

$$F \longrightarrow F' \longrightarrow F$$

或与式 与或式 或与式

（未化简） （进行化简） （已化简）

例：把 $F(A,B,C)=(A+B+C)(A+B+\overline{C})$化为最简或与式。

解：$F'=ABC+AB\overline{C}$

$=AB$

$F=(F')'=A+B$

公式法化简

优点：不受变量数目的限制。

缺点：没有固定的步骤可循；需要熟练运用各种公式和定理；需要一定的技巧和经验；不易判定化简结果是否最简。

第2周 第2次作业：

2.8(1)(3)

2.9(2)

2.10(1)(3)

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

2.6.2 卡诺图化简

1.逻辑函数的卡诺图表示

(1) 卡诺图的构成

卡诺图实质上是一张特殊结构的真值表，是将逻辑函数的最小项按逻辑相邻的原则排列而成的方格图。

如果两个最小项中只有一个变量互为反变量，其余变量均相同，则称这两个最小项为逻辑相邻，简称相邻项。

构成方法：

1、将真值表中的输入变量分成两组，构成两维图表。行、列的取值组合按循环码顺序排列。

2、一个方格对应一个最小项（对应两轴上的变量）。

（约定：高位权变量在斜下角）

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$A \backslash B$	0	1
0	0	1
1	0	1

三变量卡诺图：$F(A,B,C)$

逻辑不相邻

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

四变量卡诺图：$F(A,B,C,D)$

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

卡诺图采用循环码：

- 相邻性（位置相邻）
- 循环性（头尾相邻）
- 反射性（对称相邻）

逻辑相邻、几何相邻

五变量 的卡诺图：

三十二个最小项

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4
01	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}	m_{14}	m_{15}	m_{13}	m_{12}
11	m_{24}	m_{25}	m			31	m_{29}	m_{28}
10	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}	m_{22}	m_{23}	m_{21}	m_{20}

对称相邻

以此轴为对称轴

当变量个数超过六个以上时，无法使用图形法进行化简。

例2.6.10 将图2.6.4所示卡诺图写成最小项表达式的形式。

解：

$$F(A,B,C)=m_1+m_4+m_6$$

$$=\overline{A}\,\overline{B}\,C+A\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,B\,\overline{C}$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	0	0	1

图 2.6.4

(2) 逻辑函数的卡诺图表示法

① 方法一：按真值表直接填写。

② 方法二：先把一般表达式转换为标准表达式，然后再填。

例：将逻辑函数F（ABC）$=AB+\bar{A}C$用卡诺图表示。

解：$F(ABC)=AB(C+\bar{C})+\bar{A}(B+\bar{B})C=ABC+AB\bar{C}+\bar{A}BC+\bar{A}\bar{B}C$

$=\sum_m(1,3,6,7)$

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	
1			1	1

③ 方法三：观察法

方法：在包含乘积项中全部变量的小格中填 1

例2.6.12　试将 $F(A,B,C,D)=AB\bar{C}\bar{D}+\bar{A}BD+AC$ 用卡诺图表示。

解：

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11	1		1	1
10			1	1

练习：将$F(ABCD)=\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D}+B\,\bar{C}D+\bar{A}\,\bar{C}+A$添入卡诺图。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1		
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

或与式的卡诺图填写方法

方法：在包含和项中全部变量的小格中填 0

例： 试将 $F(A,B,C,D)=(A+B+C+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+D)$ 用卡诺图表示。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00		0		
01				
11	0			0
10				

第二章 逻辑代数理论与电路实现

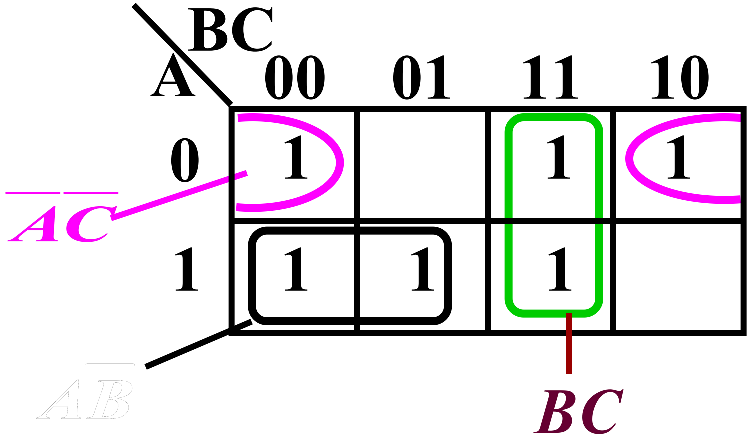
2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

2. 卡诺图化简法

(1) 化简原理

卡诺图上逻辑相邻的最小项只有一个变量互为反变量，可以利用合并相邻项公式: $AB+A\overline{B}=A$ 化简。被合并的最小项用矩形圈圈起来，称为卡诺圈。



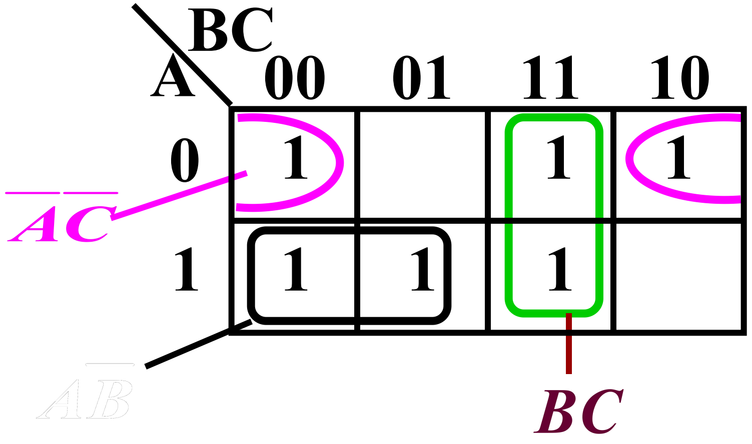
$\overline{A}BC + ABC = BC$

$A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C = A\overline{B}$

$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} = \overline{A}\,\overline{C}$

(2)合并项的写法:一个卡诺圈对应一个乘积项，该乘积项由卡诺圈内各小方格对应的取值相同的变量组成，其中，“1”对应原变量，“0”对应反变量。

(3)合并的对象:卡诺图上填“1”的、2^n 个几何相邻的小方格所代表的最小项。



$$\bar{A}BC + ABC = BC$$

$$A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C = A\bar{B}$$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} = \bar{A}\bar{C}$$

(4) 合并的规律

① 圈2格，可消去1个变量，合并结果为公共因子；

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0

$$F = \overline{A}\,\overline{B}$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	0	0	0

$$F = \overline{A}\,\overline{C}$$

② 圈4格，可消去2个变量，合并结果为公共因子；

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

$$F = \overline{B}$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0

$$F = \overline{A}$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1

$$F = \overline{C}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

$$F = \overline{B}\,\overline{D} + B\,D$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

$$F = \overline{B}\,D + B\,\overline{D}$$

③ 圈8格，可消去3个变量，合并结果为公共因子；

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

$$F = D$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$F = \overline{D}$$

结论：圈2^i个相邻最小项，

可消去 i 个变量($i = 0,1,2 \ldots$)

(5)卡诺图化简的步骤

a. 先圈孤立的“1格”；

b. 再圈只有一个合并方向的“1格”（注意：合并为尽可能大的卡诺圈）；

c. 圈剩下的“1格”（合并为尽可能少、尽可能大的卡诺圈）

(6) 化简举例

例2.6.12 化简函数 $F(A,B,C,D)=(0,2,5,6,7,9,10,14,15)$ 为最简与或式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	1
11			1	1
10		1		1

$$F(A,B,C,D)=\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{D}+\bar{A}\,B\,D+A\,\bar{B}\,\bar{C}\,D$$

$$+\,B\,C+\bar{C}\,D$$

注意：

a. 圈中“1”格的数目只能为$2^i(i=0,1,2...)$，且是相邻的。

b. 同一个“1”格可被圈多次(A + A = A)。

c.每个圈中必须有该圈独有的“1”格。

d. 首先考虑圈数最少，其次考虑圈尽可能大。

e. 圈法不是唯一的。

每个圈都必须至少包含一个未被圈过的1格，否则该卡诺圈的合并项是多余的，得到的表达式不是最简。

A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	
1			1	1

$$F=AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$$

BC项是多余的。

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

例2.6.14 化简函数

$$F(A,B,C,D)=\sum m(0,2,5,6,7,8,9,10,11,14,15)$$ 为最简与或式。

$$F(A,B,C,D)=\bar{A}BD+\bar{B}\bar{D}+A\bar{B}+BC$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	1
11			1	1
10	1	1	1	1

例：$F(ABCD)=\sum_m$（2,3,5,7,8,10,12,13）化简为最简与或式

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	1
01		1	1	
11	1	1		
10	1			1

$$F=\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}BD+AB\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{D}$$

或 $F=\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}CD+B\overline{C}D+A\overline{C}\,\overline{D}$

练习1：用卡诺图将函数化为最简与或式。

$$F = A\overline{B} + \overline{A}B + \overline{B}\,\overline{C} + BC$$

解：

A \ BC	00	01	11	10
0	1		1	1
1	1	1	1	

$\overline{A}\,\overline{C}$ $A\overline{B}$ BC

$$F = \overline{A}\,\overline{C} + A\overline{B} + BC$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1		1	1
1	1	1	1	

$\overline{A}B$ $\overline{B}\,\overline{C}$ AC

$$F = \overline{A}B + AC + \overline{B}\,\overline{C}$$

化简结果不唯一。

练习2：化简F（A,B,C,D）$=\sum_m$（1,5,6,7,11,12,13,15）为最简与或式。

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	1
11	1	1	1	
10			1	

$$F=\bar{A}\bar{C}D+\bar{A}BC+AB\bar{C}+ACD$$

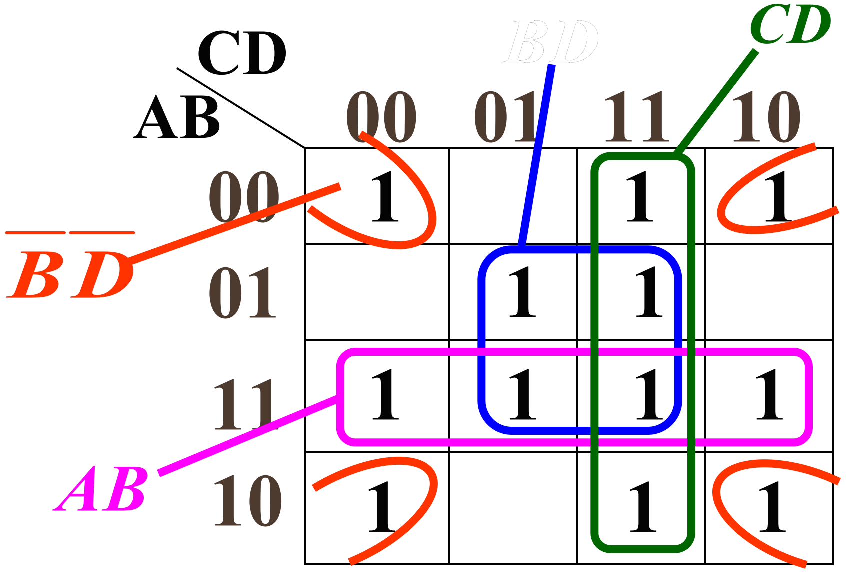
练习3：化简$F(A,B,C,D)=A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+AB\overline{C}$为最简与或式。

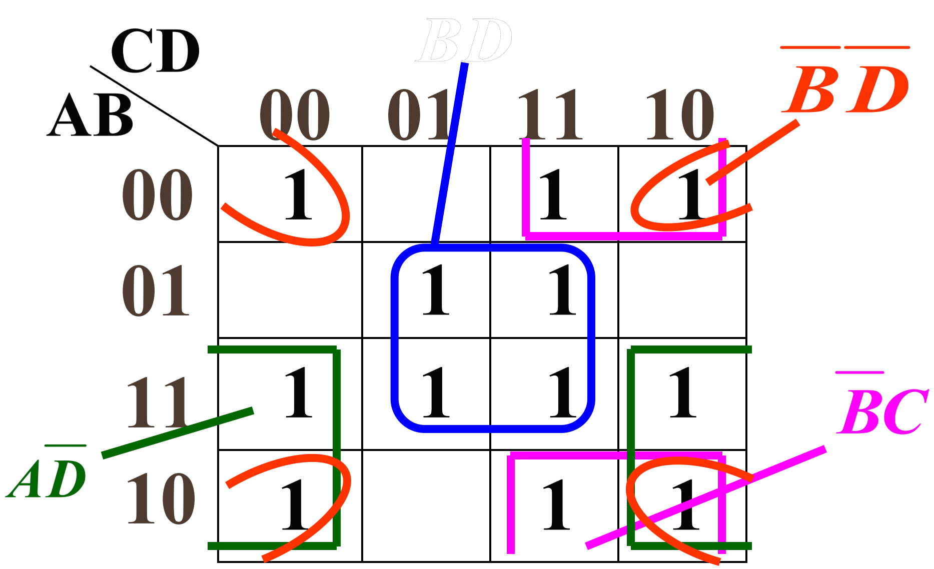
AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1			
11	1	1		
10	1	1	1	1

$$F=\overline{C}\,\overline{D}+\overline{B}C+A\overline{C}$$

练习4： $F=\sum_m(0,2,3,5,7,8,10,11,12,13,14,15)$

解：





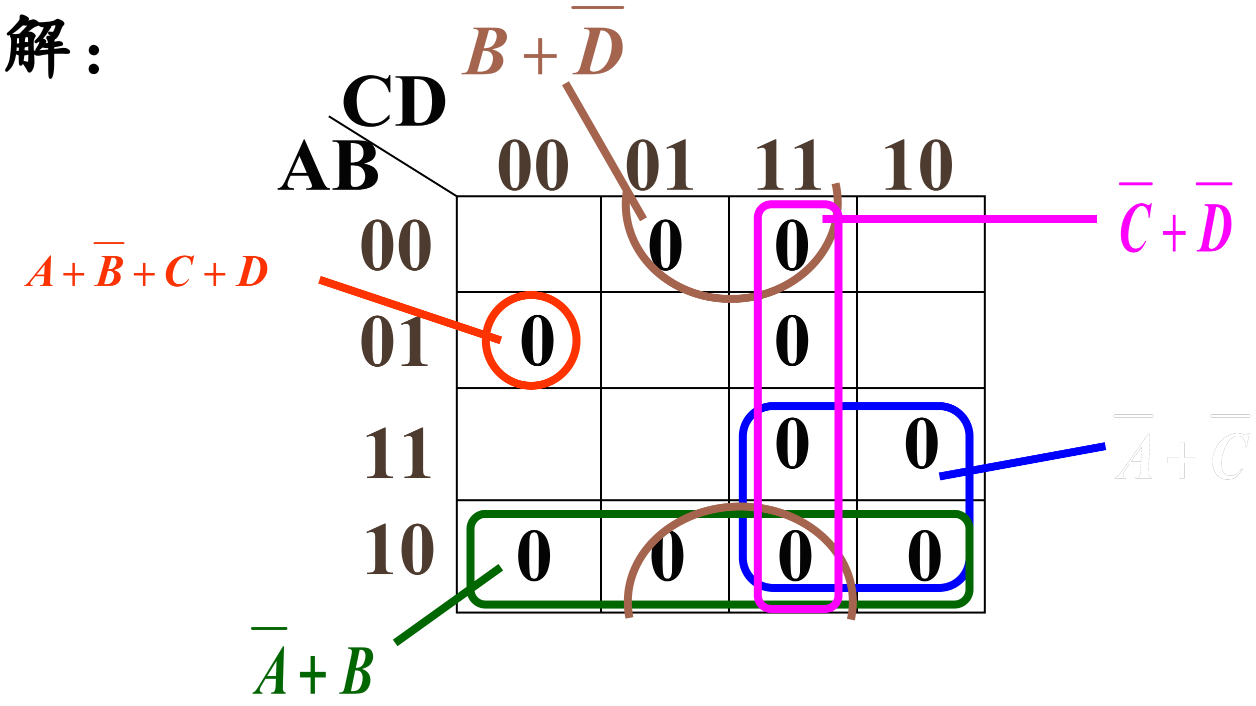
$F=AB+CD+BD+\overline{B}\,\overline{D}$

$F=A\overline{D}+\overline{B}C+BD+\overline{B}\,\overline{D}$

(8) 化简为最简或与式

例：用卡诺图将下面函数化为最简或与式：$F=\sum_m(0,2,5,6,12,13)$

解：



$\overline{F}$的最简与或式

$\overline{\overline{F}}$的最简或与式

$$F=(\overline{A}+B)(\overline{A}+\overline{C})(B+\overline{D})(\overline{C}+\overline{D})(A+\overline{B}+C+D)$$

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

4.非完全描述逻辑函数的化简

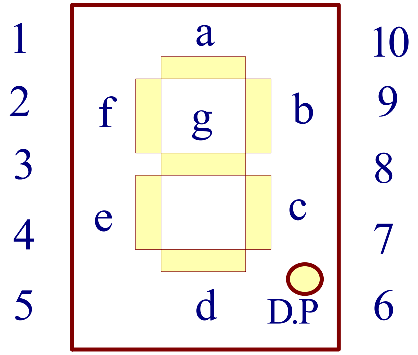
1.定义：一个逻辑函数，其真值表中对变量的某些取值组合下的函数输出值未加以指定，则这个逻辑函数称为非完全描述逻辑函数。

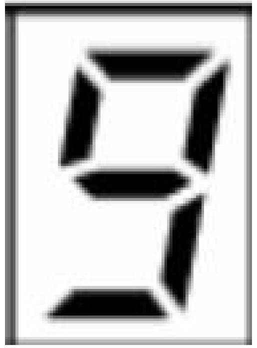
反之，全部取值组合下的函数值都能指定（不是0，就是1），则称为完全描述逻辑函数。

非完全描述有两种情况：

1、变量的取值受到约束，从而使某些取值组合实际上不会发生。例如：8421BCD码中1010~1111为非法码。——约束项

2、某些取值组合虽然存在，但其相应的函数值是0还是1，不影响该逻辑函数所要说明的逻辑功能，因而使这些变量取值组合成为一种无关紧要的取值组合。——任意项





约束项和任意项统称为无关项。

表示方法：

约束项：$\begin{cases} F(A,B,C)=\sum_m(2,4,7) \\ \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}=0 \text{ ——约束条件} \end{cases}$

任意项：$F=\sum_m(0,1,2,4,7)+\sum_{\varnothing}(3,5,6)$

化简方法和原则：

含有无关项的逻辑函数，由于在无关项的相应取值下，函数值出0或1都不影响函数原有的功能，因此可以充分利用这些无关项来化简逻辑函数，即采用卡诺图化简函数时，可以利用Ø(或×)来扩大卡诺圈。

例：$F=\sum_m(0,2,5,9,15)+\sum_{Ø}(6,7,8,10,12,13,14)$化简为最简与或式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	Ø	Ø
11	Ø	Ø	1	Ø
10	Ø	1		Ø

注意：

1、利用Ø格是为了扩大合并1格的卡诺圈，因此某些Ø格无法利用的作0格处理。

2、包含Ø格的卡诺圈仍然必须至少有一个未被其它圈圈过的1格，否则产生冗余项。

$$F=\overline{B}\,\overline{D}+BD+A\overline{C}$$

例2.6.16 用卡诺图化简逻辑函数

$$\begin{cases} F(A,B,C,D)=\sum_m(4,5,6,13,14,15) \\ A\overline{B}=0 \end{cases}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		1
11		1	1	1
10	Ø	Ø	Ø	Ø

$$F(A,B,C,D)=\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,D+B\,C\,\overline{D}$$

练习：已知：$F=\bar{A}\bar{B}\bar{D}+\bar{A}BD+A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$，约束条件：$AB+AC=0$，试求$F$的最简与或表达式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11	Ø	Ø	Ø	Ø
10	1		Ø	Ø

$$F=\bar{B}\bar{D}+BD$$

例2：求F（ABCD）$=\sum_m(1,3,4,6,9)+\sum_{\varnothing}(10,11,12,14,15)$化简为最简**或与**式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	0			0
01		0	0	
11	Ø	0	Ø	Ø
10	0		Ø	Ø

$$F=(B+D)(\overline{B}+\overline{D})$$

2.卡诺图的运算

(1) 相加

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

+

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0

=

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	0	0

(2) 相乘

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

×

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0

=

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	0	0	0

(3) 异或

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

⊕

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0

=

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	0	0

(4) 反演

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	1	1

$$F = \sum m(1,5)$$

$$\overline{F} = \sum m(0,2,3,4,6,7)$$

例：已知 $F_1(A,B,C,D) = A\overline{B} + CD$

$F_2(A,B,C,D) = B\overline{C} + AD$

试求 $F = F_1 \oplus F_2 = \sum m(?)$。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

F_1

$\oplus$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10		1	1	

F_2

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

F_1

⊕

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10		1	1	

F_2

=

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	
01	1	1	1	
11	1	1		
10	1			1

F

所以 $F = \sum m(3,4,5,7,8,10,12,13)$。

练习：化简$F=(A+B)\oplus(\overline{C}+D)$为最简与或式

F_1

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$\oplus$

F_2

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	
01	1	1	1	
11	1	1	1	
10	1	1	1	

=

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	
01				1
11				1
10				1

$$F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}D+BC\overline{D}+AC\overline{D}$$

(5) 无关项的运算规则

表 2.6.18

+	0	1	Ø
Ø	Ø	1	Ø

×	0	1	Ø
Ø	0	Ø	Ø

⊕	0	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø

$\overline{\text{Ø}} = \text{Ø}$

化简函数F为其他最简逻辑表达式

1. 化简成最简与非-与非式

$$F(A,B,C) = A\,C + \overline{A}\,B = \overline{\overline{A\,C + \overline{A}\,B}} = \overline{\overline{AC}\cdot\overline{\overline{A}B}}$$ 先化简成最简与或式

2. 化简成最简或非-或非式

$$F(A,B,C) = (A+B)(\overline{A}+C) = \overline{\overline{(A+B)(\overline{A}+C)}} = \overline{\overline{A+B}+\overline{\overline{A}+C}}$$ 先化简成最简或与式

3. 化简为最简与或非式

$$\overline{F}(A,B,C) = A\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}$$

$$F(A,B,C) = \overline{\overline{F}}(A,B,C) = \overline{A\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}}$$

先化简$\overline{F}$的最简与或式

作业:

2.11

2.12

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

2.6.2 卡诺图化简

1.逻辑函数的卡诺图表示

(1) 卡诺图的构成

卡诺图实质上是一张特殊结构的真值表，是将逻辑函数的最小项按逻辑相邻的原则排列而成的方格图。

如果两个最小项中只有一个变量互为反变量，其余变量均相同，则称这两个最小项为逻辑相邻，简称相邻项。

构成方法：

1、将真值表中的输入变量分成两组，构成两维图表。行、列的取值组合按循环码顺序排列。

2、一个方格对应一个最小项（对应两轴上的变量）。

（约定：高位权变量在斜下角）

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$A \backslash B$	0	1
0	0	1
1	0	1

四变量卡诺图：$F(A,B,C,D)$

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

三变量卡诺图：$F(A,B,C)$

逻辑不相邻

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

卡诺图采用循环码：

- 相邻性（位置相邻）
- 循环性（头尾相邻）
- 反射性（对称相邻）

逻辑相邻、几何相邻

五变量 的卡诺图：

三十二个最小项

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4
01	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}	m_{14}	m_{15}	m_{13}	m_{12}
11	m_{24}	m_{25}	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	m_{29}	m_{28}
10	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}	m_{22}	m_{23}	m_{21}	m_{20}

对称相邻

以此轴为对称轴

当变量个数超过六个以上时，无法使用图形法进行化简。

例2.6.10 将图2.6.4所示卡诺图写成最小项表达式的形式。

解：

$$F(A,B,C)=m_1+m_4+m_6$$

$$=\overline{A}\,\overline{B}\,C+A\,\overline{B}\,\overline{C}+A\,B\,\overline{C}$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	0	0	1

图 2.6.4

(2) 逻辑函数的卡诺图表示法

① 方法一：按真值表直接填写。

② 方法二：先把一般表达式转换为标准表达式，然后再填。

例：将逻辑函数F（ABC）$=AB+\bar{A}C$用卡诺图表示。

解：$F(ABC)=AB(C+\bar{C})+\bar{A}(B+\bar{B})C=ABC+AB\bar{C}+\bar{A}BC+\bar{A}\bar{B}C$

$=\sum_m(1,3,6,7)$

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0		1	1	
1			1	1

③ 方法三：观察法

方法：在包含乘积项中全部变量的小格中填 1

例2.6.12　试将 $F(A,B,C,D)=AB\overline{C}\overline{D}+\overline{A}BD+AC$ 用卡诺图表示。

解：

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11	1		1	1
10			1	1

练习：将$F(ABCD)=\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D}+B\,\bar{C}\,D+\bar{A}\,\bar{C}+A$添入卡诺图。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1		
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

或与式的卡诺图填写方法

方法：在包含和项中全部变量的小格中填 0

例： 试将 $F(A,B,C,D)=(A+B+C+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+D)$ 用卡诺图表示。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00		0		
01				
11	0			0
10				

第二章 逻辑代数理论与电路实现

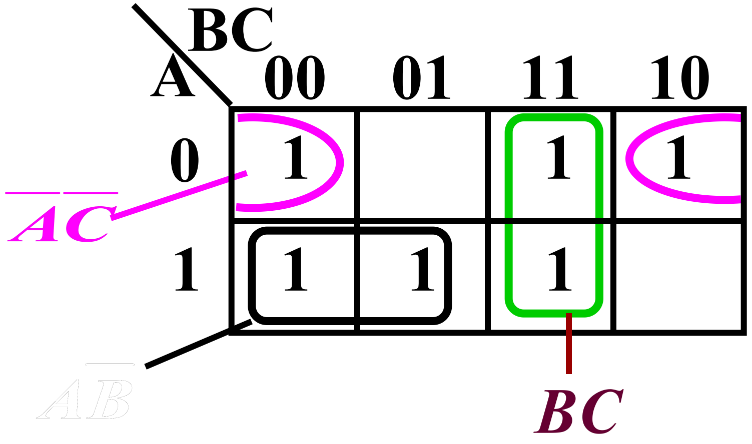
2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

2. 卡诺图化简法

(1) 化简原理

卡诺图上逻辑相邻的最小项只有一个变量互为反变量，可以利用合并相邻项公式: $AB + A\overline{B} = A$ 化简。被合并的最小项用矩形圈圈起来，称为卡诺圈。



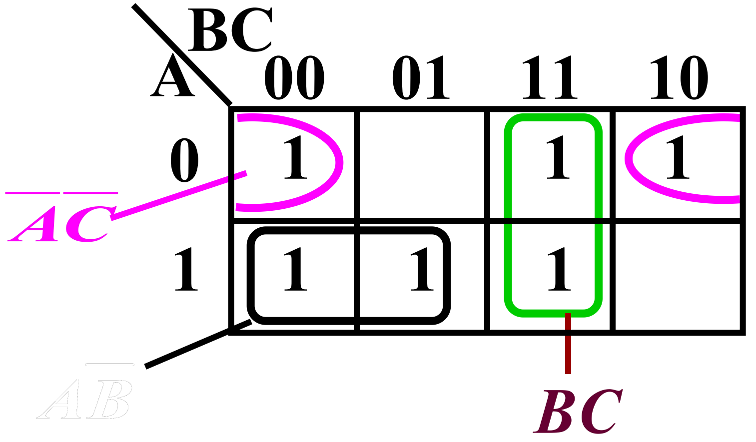
$$\overline{A}BC + ABC = BC$$

$$A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C = A\overline{B}$$

$$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} = \overline{A}\,\overline{C}$$

(2)合并项的写法:一个卡诺圈对应一个乘积项，该乘积项由卡诺圈内各小方格对应的**取值相同的变量**组成，其中，“1”对应原变量，“0”对应反变量。

(3)合并的对象:卡诺图上填“1”的、2^n个几何相邻的小方格所代表的最小项。



$$\bar{A}BC + ABC = BC$$

$$A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C = A\bar{B}$$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} = \bar{A}\bar{C}$$

(4) 合并的规律

① 圈2格，可消去1个变量，合并结果为公共因子；

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0

$$F = \overline{A}\,\overline{B}$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	0	0	0

$$F = \overline{A}\,\overline{C}$$

② 圈4格，可消去2个变量，合并结果为公共因子；

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

$F = \overline{B}$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0

$F = \overline{A}$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1

$F = \overline{C}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

$$F = \overline{B}\,\overline{D} + B\,D$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

$$F = \overline{B}\,D + B\,\overline{D}$$

③ 圈8格，可消去3个变量，合并结果为公共因子；

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$F = D$$

$$F = \overline{D}$$

结论：圈 2^i 个相邻最小项，

可消去 i 个变量$(i = 0,1,2\ldots)$

(5)卡诺图化简的步骤

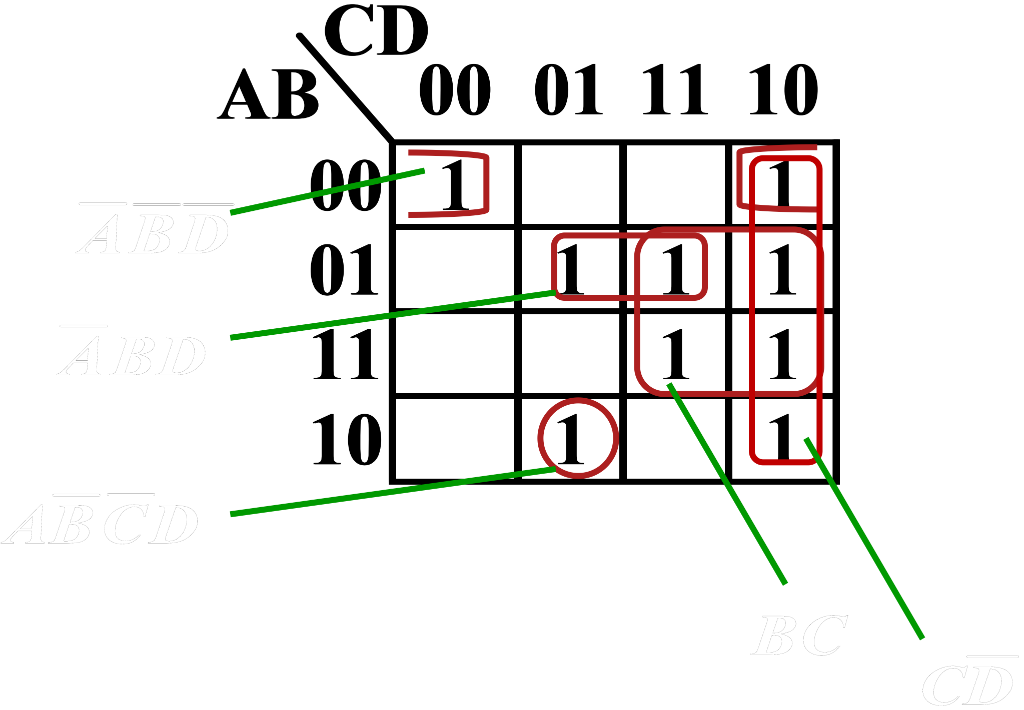
a. 先圈孤立的“1格”；

b. 再圈只有一个合并方向的“1格”（注意：合并为尽可能大的卡诺圈）；

c. 圈剩下的“1格”（合并为尽可能少、尽可能大的卡诺圈）

(6) 化简举例

例2.6.12 化简函数 $F(A,B,C,D)=\left(0,2,5,6,7,9,10,14,15\right)$ 为最简与或式。



$$F(A,B,C,D)=\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{D}+\bar{A}\,B\,D+A\,\bar{B}\,\bar{C}\,D$$
$$+B\,C+\bar{C}\,D$$

注意：

a. 圈中“1”格的数目只能为2^i($i=0,1,2\ldots$)，且是相邻的。

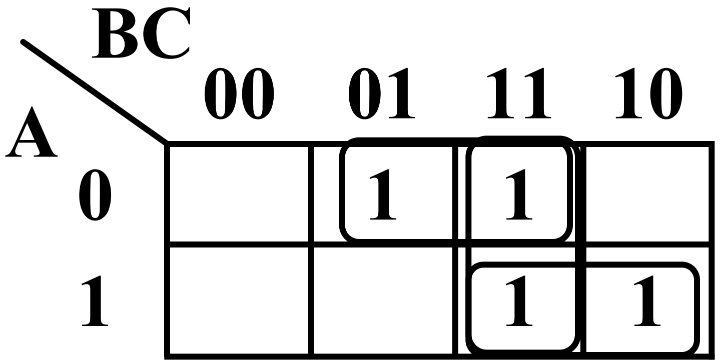
b. 同一个“1”格可被圈多次($A+A=A$)。

c.每个圈中必须有该圈独有的“1”格。

d. 首先考虑圈数最少，其次考虑圈尽可能大。

e. 圈法不是唯一的。

每个圈都必须至少包含一个未被圈过的1格，否则该卡诺圈的合并项是多余的，得到的表达式不是最简。



$F=AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$

BC项是多余的。

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

例2.6.14 化简函数

$$F(A,B,C,D)=\sum m(0,2,5,6,7,8,9,10,11,14,15)$$ 为最简与或式。

$$F(A,B,C,D)=\bar{A}BD+\bar{B}\bar{D}+A\bar{B}+BC$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	1
11			1	1
10	1	1	1	1

例：$F(ABCD)=\sum_m$（2,3,5,7,8,10,12,13）化简为最简与或式

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	1
01		1	1	
11	1	1		
10	1			1

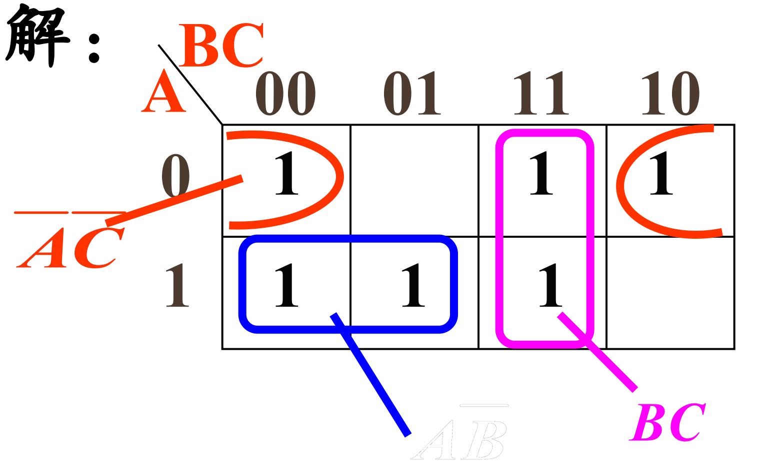
$$F=\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}BD+AB\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{D}$$

或 $F=\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}CD+B\overline{C}D+A\overline{C}\,\overline{D}$

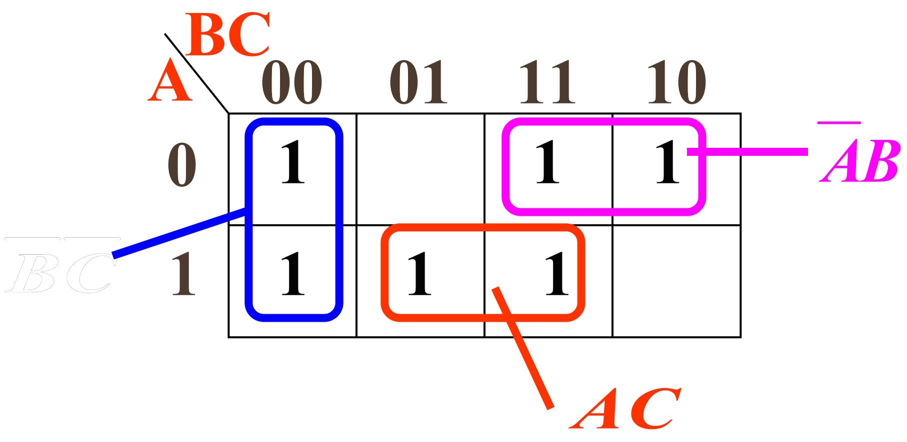
练习1：用卡诺图将函数化为最简与或式。

$$F = A\overline{B} + \overline{A}B + \overline{B}\,\overline{C} + BC$$

解：



$$F = \overline{A}\,\overline{C} + A\overline{B} + BC$$



$$F = \overline{A}B + AC + \overline{B}\,\overline{C}$$

化简结果不唯一。

练习2：化简F（A,B,C,D）$=\sum_m$（1,5,6,7,11,12,13,15）为最简与或式。

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	1
11	1	1	1	
10			1	

$$F=\bar{A}\bar{C}D+\bar{A}BC+AB\bar{C}+ACD$$

练习3：化简$F(A,B,C,D)=A\bar{B}+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}\bar{C}\bar{D}+AB\bar{C}$为最简与或式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1			
11	1	1		
10	1	1	1	1

$$F=\bar{C}\bar{D}+\bar{B}C+A\bar{C}$$

练习4: $F=\sum_m(0,2,3,5,7,8,10,11,12,13,14,15)$

解：

BD　　CD　　$\overline{B}\,\overline{D}$　　AB

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01		1	1	
11	1	1	1	1
10	1		1	1

BD　　$\overline{B}\,\overline{D}$　　$\overline{B}C$　　$A\overline{D}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01		1	1	
11	1	1	1	1
10	1		1	1

$F=AB+CD+BD+\overline{B}\,\overline{D}$

$F=A\overline{D}+\overline{B}C+BD+\overline{B}\,\overline{D}$

(8) 化简为最简或与式

例：用卡诺图将下面函数化为最简或与式：$F=\sum_m(0,2,5,6,12,13)$

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00		0	0	
01	0		0	
11			0	0
10	0	0	0	0

$B+\overline{D}$

$\overline{C}+\overline{D}$

$A+\overline{B}+C+D$

$\overline{A}+\overline{C}$

$\overline{A}+B$

$\overline{F}$的最简与或式

⇓

$\overline{\overline{F}}$的最简或与式

$F=(\overline{A}+B)(\overline{A}+\overline{C})(B+\overline{D})(\overline{C}+\overline{D})(A+\overline{B}+C+D)$

第二章 逻辑代数理论与电路实现

2.6 逻辑函数的化简

2.6.2 卡诺图法化简

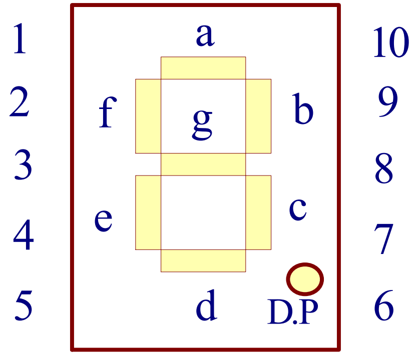
4.非完全描述逻辑函数的化简

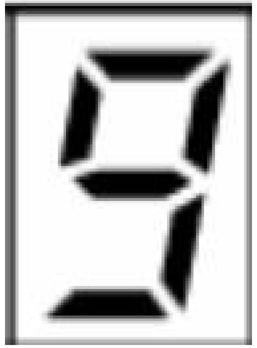
1.定义：一个逻辑函数，其真值表中对变量的某些取值组合下的函数输出值未加以指定，则这个逻辑函数称为非完全描述逻辑函数。

反之，全部取值组合下的函数值都能指定（不是0，就是1），则称为完全描述逻辑函数。

非完全描述有两种情况：

1、变量的取值受到约束，从而使某些取值组合实际上不会发生。例如：8421BCD码中1010~1111为非法码。——约束项





2、某些取值组合虽然存在，但其相应的函数值是0还是1，不影响该逻辑函数所要说明的逻辑功能，因而使这些变量取值组合成为一种无关紧要的取值组合。——任意项

约束项和任意项统称为无关项。

表示方法：

约束项：$\begin{cases} F(A,B,C)=\sum_m (2,4,7) \\ \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}=0 \text{ ——约束条件} \end{cases}$

任意项：$F=\sum_m (0,1,2,4,7) + \sum_{\varnothing}(3,5,6)$

化简方法和原则：

含有无关项的逻辑函数，由于在无关项的相应取值下，函数值出0或1都不影响函数原有的功能，因此可以充分利用这些无关项来化简逻辑函数，即采用卡诺图化简函数时，可以利用Ø (或×)来扩大卡诺圈。

例：$F=\sum_m(0,2,5,9,15)+\sum_{\varnothing}(6,7,8,10,12,13,14)$化简为最简与或式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	Ø	Ø
11	Ø	Ø	1	Ø
10	Ø	1		Ø

$F=\overline{B}\,\overline{D}+BD+A\overline{C}$

注意：

1、利用Ø格是为了扩大合并1格的卡诺圈，因此某些Ø格无法利用的作0格处理。

2、包含Ø格的卡诺圈仍然必须至少有一个未被其它圈圈过的1格，否则产生冗余项。

例2.6.16 用卡诺图化简逻辑函数

$$\begin{cases} F(A,B,C,D)=\sum_m(4,5,6,13,14,15) \\ A\overline{B}=0 \end{cases}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		1
11		1	1	1
10	Ø	Ø	Ø	Ø

$$F(A,B,C,D)=\overline{A}\,B\,\overline{C}+A\,D+B\,C\,\overline{D}$$

练习：已知：$F=\bar{A}\bar{B}\bar{D}+\bar{A}BD+A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$，约束条件：$AB+AC=0$，试求$F$的最简与或表达式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11	Ø	Ø	Ø	Ø
10	1		Ø	Ø

$F=\bar{B}\bar{D}+BD$

例2：求F（ABCD）$=\sum_m(1,3,4,6,9)+\sum_{\varnothing}(10,11,12,14,15)$化简为最简**或与**式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	0			0
01		0	0	
11	Ø	0	Ø	Ø
10	0		Ø	Ø

$$F=(B+D)(\overline{B}+\overline{D})$$

2.卡诺图的运算

(1) 相加

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

+

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0

=

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	1	0	0

(2) 相乘

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

×

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0

=

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	0	0	0

(3) 异或

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

$\oplus$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	0	0

=

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	0	0

(4) 反演

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0

$$F=\sum m(1,5)$$

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	1	1

$$\overline{F}=\sum m(0,2,3,4,6,7)$$

例：已知$F_1(A,B,C,D) = A\,\overline{B} + C\,D$

$F_2(A,B,C,D) = B\,\overline{C} + A\,D$

试求 $F = F_1 \oplus F_2 = \sum m(?)$。

解：

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

F_1

$\oplus$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10		1	1	

F_2

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

F_1

$\oplus$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10		1	1	

F_2

$=$

AB \ CD	00	01	11	10
00			1	
01	1	1	1	
11	1	1		
10	1			1

F

所以 $F=\sum m(3,4,5,7,8,10,12,13)$。

练习：化简$F=(A+B)\oplus(\overline{C}+D)$为最简与或式

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

F_1

$\oplus$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	
01	1	1	1	
11	1	1	1	
10	1	1	1	

F_2

=

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	
01				1
11				1
10				1

$$F=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}D+BC\overline{D}+AC\overline{D}$$

(5) 无关项的运算规则

表 2.6.18

$+$	0	1	Ø
Ø	Ø	1	Ø

$\times$	0	1	Ø
Ø	0	Ø	Ø

$\oplus$	0	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø

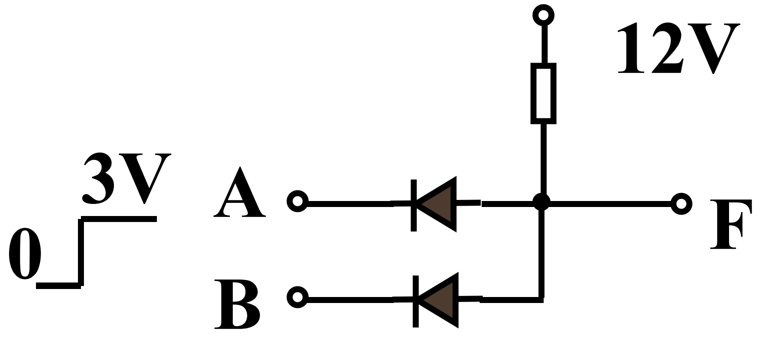
$\overline{\text{Ø}} = \text{Ø}$

2.2 逻辑运算的电路实现

数字集成电路的分类

- 1.按集成度
  - SSI
  - MSI
  - LSI
  - VLSI
- 2.按制造工艺
  - 双极型
    - TTL
      - 54/74（标准）
      - 54/74LS（低功耗肖特基）
      - 54/74ALS(先进的LS)
      - 54/74AS(先进的肖特基)
      - 54/74FAST（高速）
    - ECL
    - I^2L
  - MOS型
    - PMOS
    - NMOS
    - CMOS
      - 4000
      - 54/74HC/HCT(高速CMOS)
      - 74/54AC/ACT(先进CMOS)
  - Bi-CMOS型

一、二极管“与门”电路



二极管“与门”电路

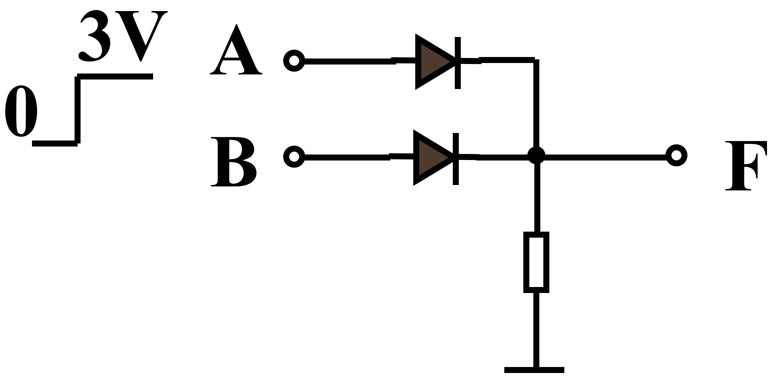
二极管为理想的

0V ——逻辑0

3V ——逻辑1

结论：F=AB

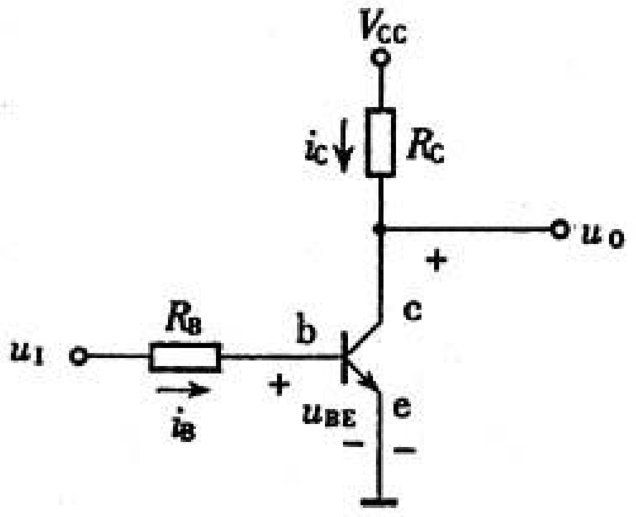
二、二极管“或门”电路



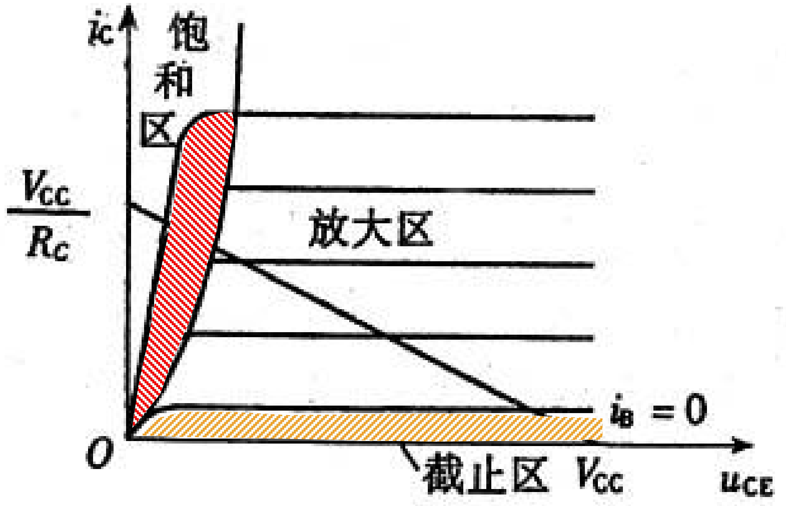
二极管“或门”电路

结论：F=A+B

三、三极管开关特性



(a) 电路



(b) 输出特性

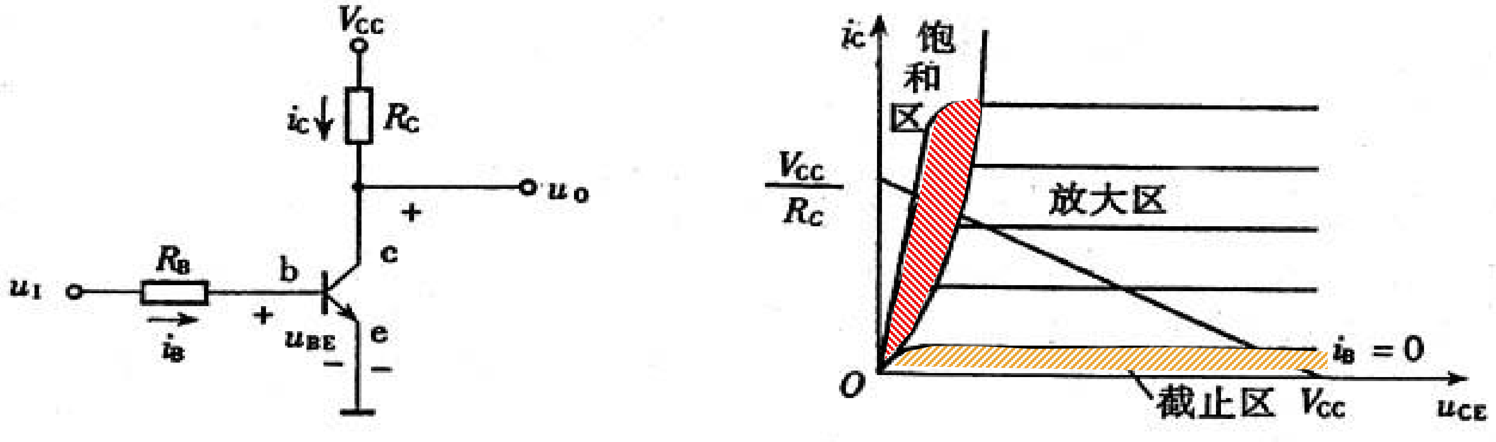
三极管开关电路

(1)截止条件：e结反偏，c结反偏

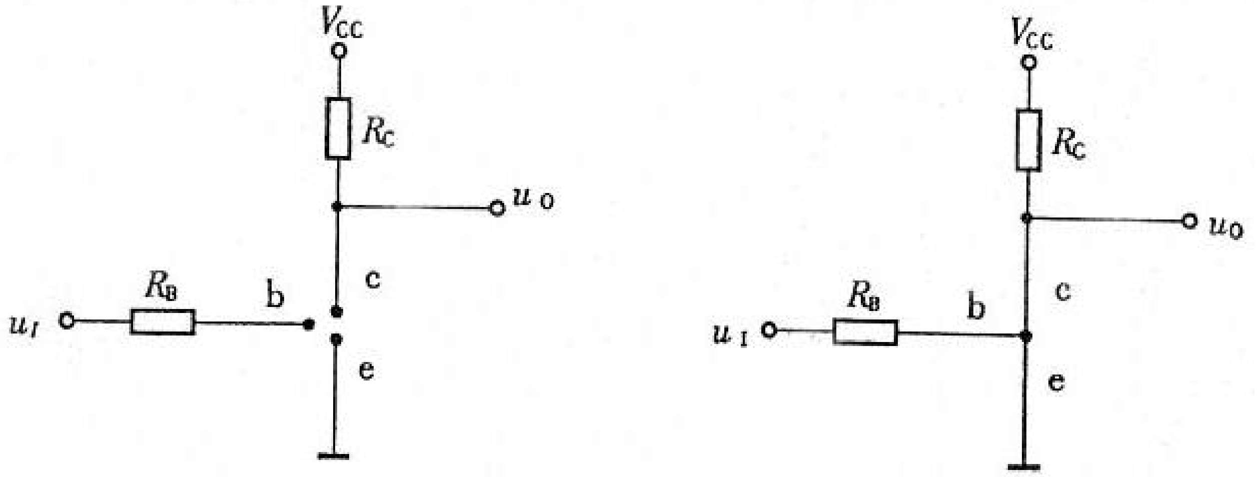
(2)饱和条件：e结正偏，c结正偏；

$$i_B \geq I_{BS(临界)} = \frac{I_{CS(临界)}}{\beta} = \frac{V_{CC} - U_{CES(临界)}}{\beta R_C} = \frac{V_{CC} - 0.7}{\beta R_C}$$

三极管开关电路



(a) 电路　　(b) 输出特性

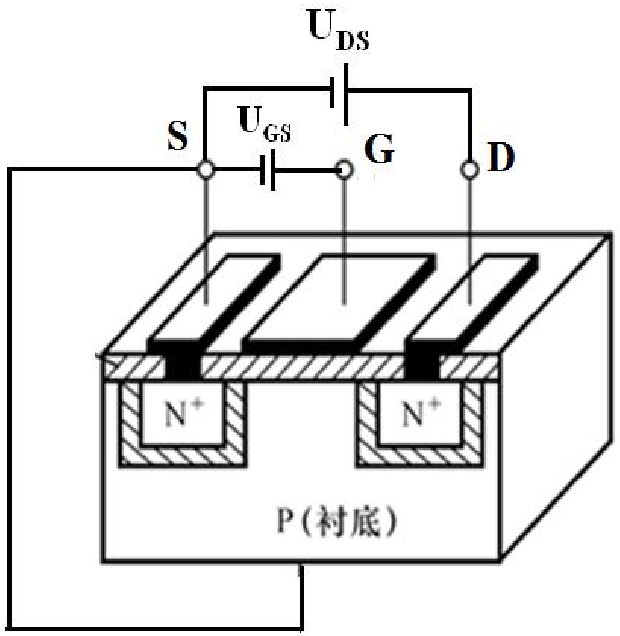


(a) 三极管截止时　　(b) 三极管饱和时

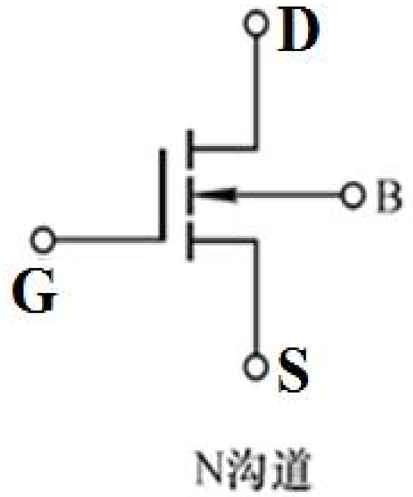
在数字电路中，只利用截止区（关态）和饱和区（开态）。

2.2.1 场效应管的开关特性

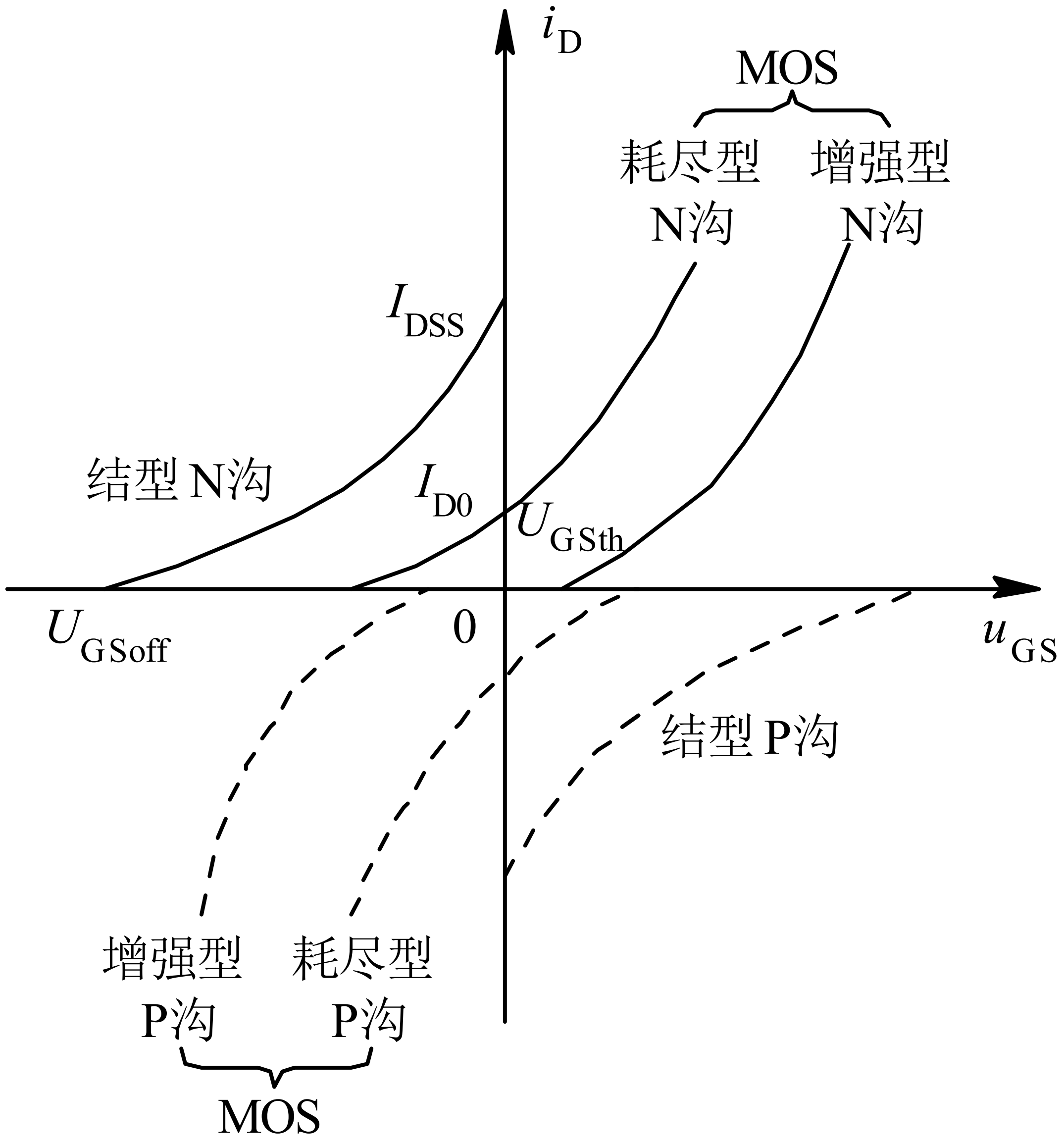
数字电路中普遍采用**增强型的MOSFET**



（a）N沟道结构示意图



（b）N沟道增强型

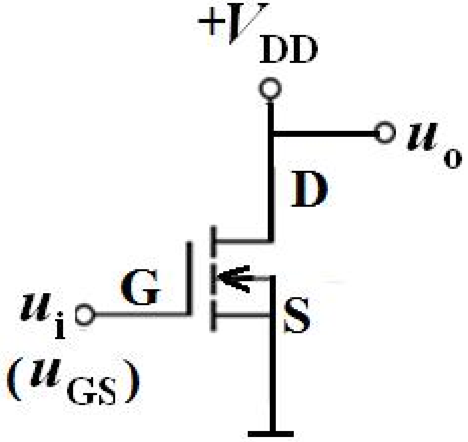

i_D
MOS
耗尽型
N沟
增强型
N沟
I_{DSS}
结型 N沟
I_{D0}
U_{GSth}
U_{GSoff}
0
u_{GS}
结型 P沟
增强型
P沟
耗尽型
P沟
MOS

(*a*)

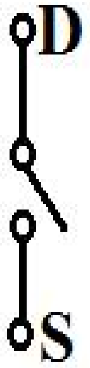
N沟道增强型MOS管的开关特性：

当$u_{GS}<U_{GS(th)}$时，N沟道增强型MOS管截止，D-S之间相当于开路，即等效为开关断开，漏极输出高电平；

当$u_{GS}>U_{GS(th)}$时，导电沟道形成，N沟道增强型MOS管导通，忽略导通电阻，则D-S间相当于短路，即等效为开关闭合，漏极输出近似为0的低电平。



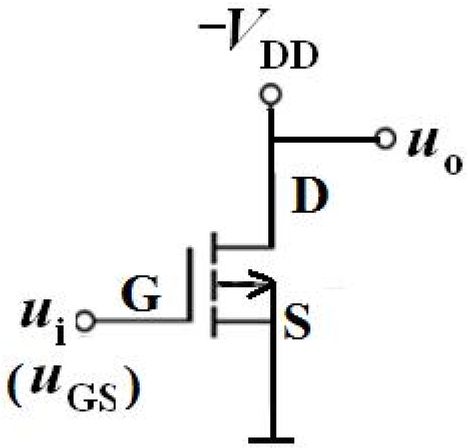
（a）NMOS的开关电路



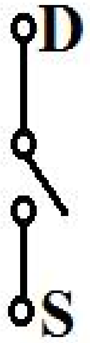
（b）NMOS的开关等效电路

当$|u_{GS}|<|U_{GS(th)}|$时，P沟道增强型MOS管截止，D-S之间等效为开关断开；

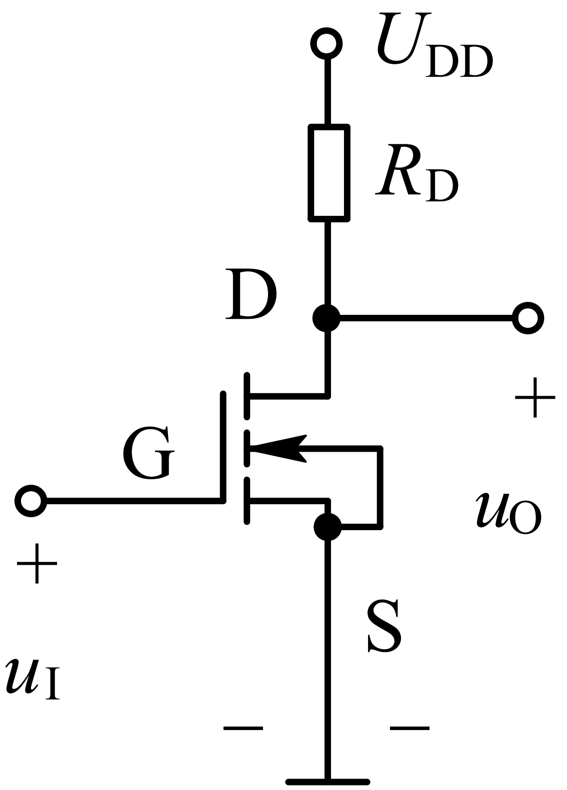
当$|u_{GS}|>|U_{GS(th)}|$时，导电沟道形成，P沟道增强型MOS管导通，D-S间等效为开关闭合。



（a）PMOS的开关电路



（b）PMOS的开关等效电路



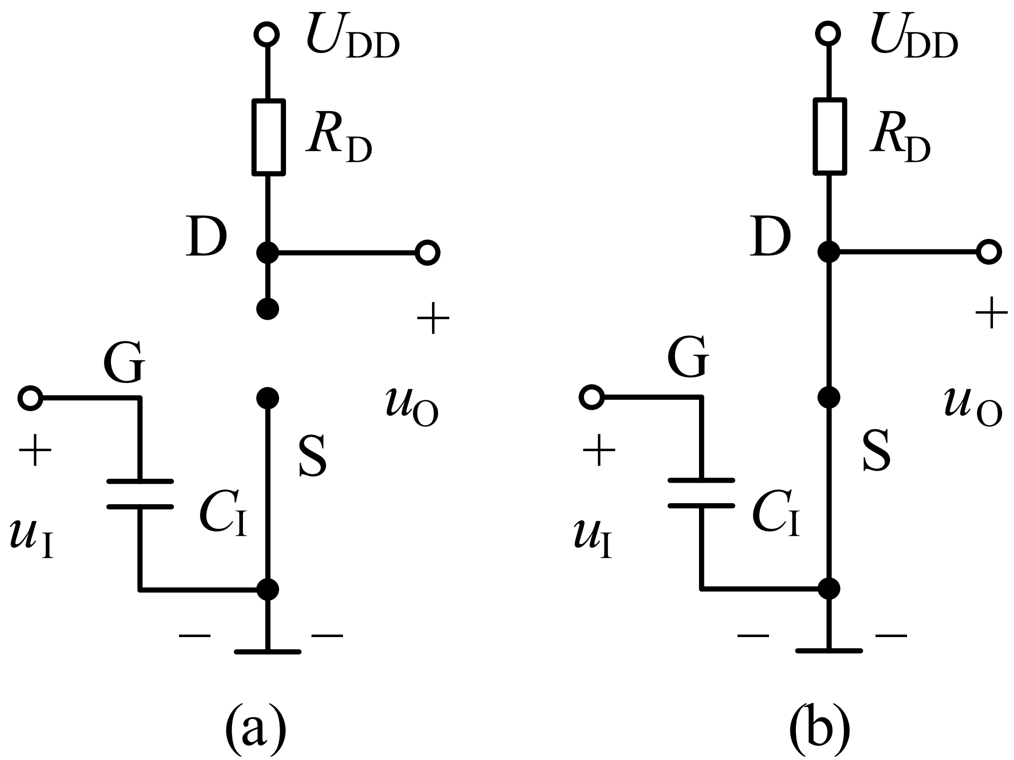
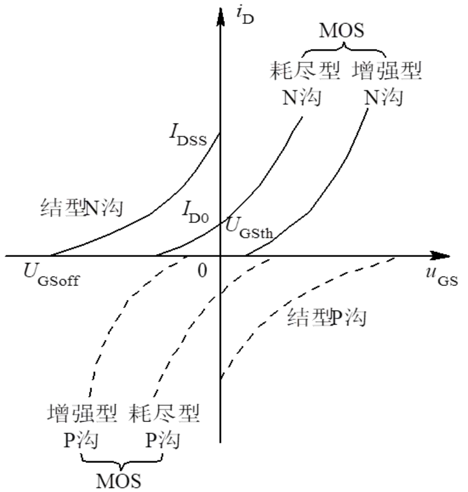


图2.2.2 MOS管开关电路

图2.2.3 MOS管开关电路等效电路
(a) MOS管截止 (b) MOS管导通

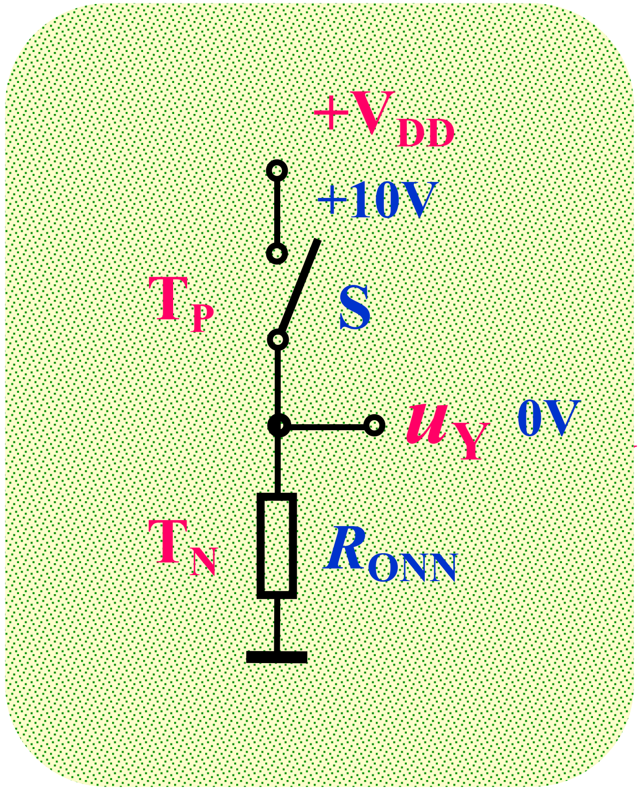
2.2.2 CMOS反相器



(a)

一、 CMOS 反相器

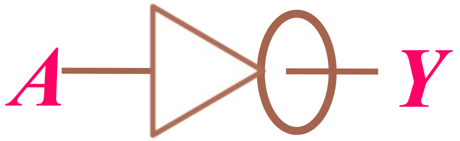
1、电路组成及工作原理



$U_{TN} = 2\ \text{V}$ $\quad U_{TP} = -2\ \text{V}$

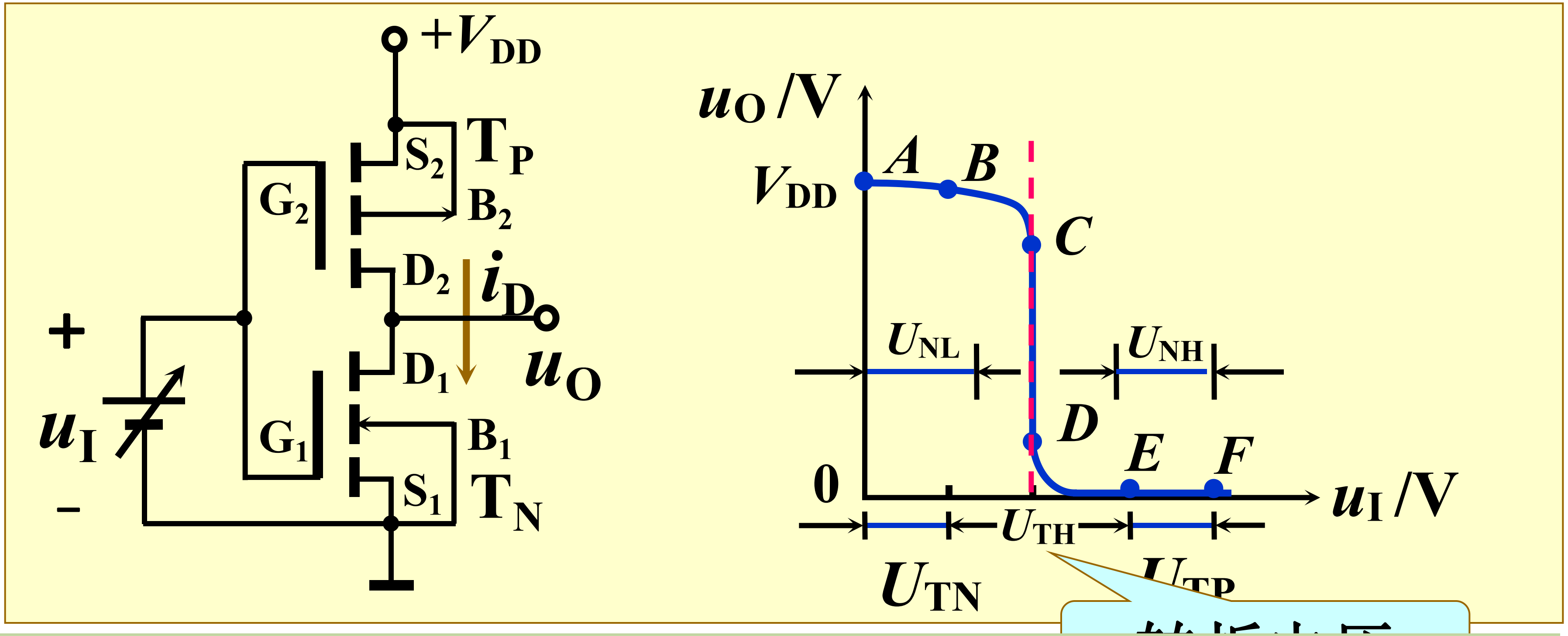
u_A	u_{GSN}	u_{GSP}	T_N	T_P	u_Y
0 V	$< U_{TN}$	$< U_{TP}$	截止	导通	10 V
10 V	$> U_{TN}$	$> U_{TP}$	导通	截止	0 V

$$Y = \overline{A}$$



二、静态特性

1. 电压传输特性：$u_O = f(u_I)$

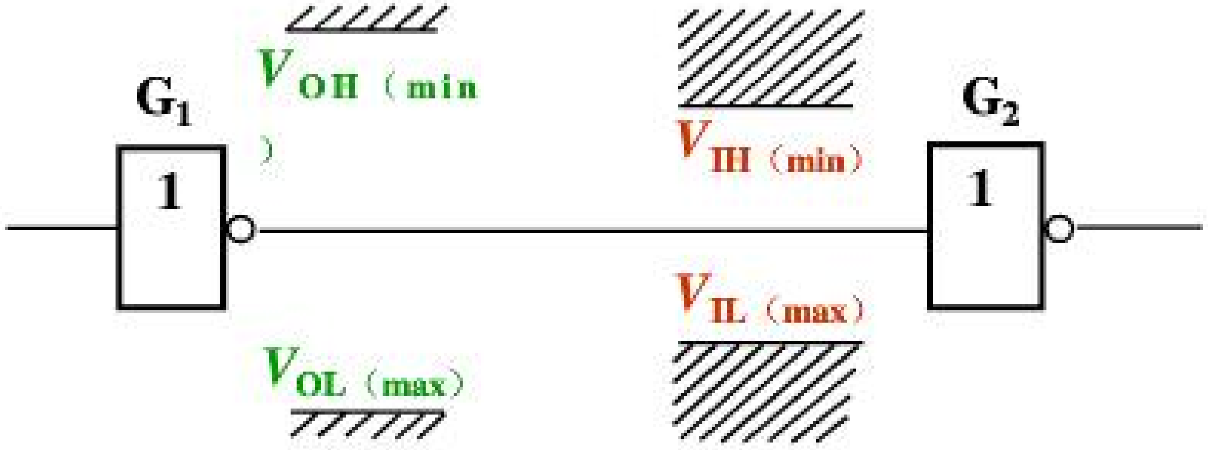


噪声容限：指为规定值时，允许波动的最大范围。

U_{NL}：输入为低电平时的噪声容限。

U_{NH}：输入为高电平时的噪声容限。

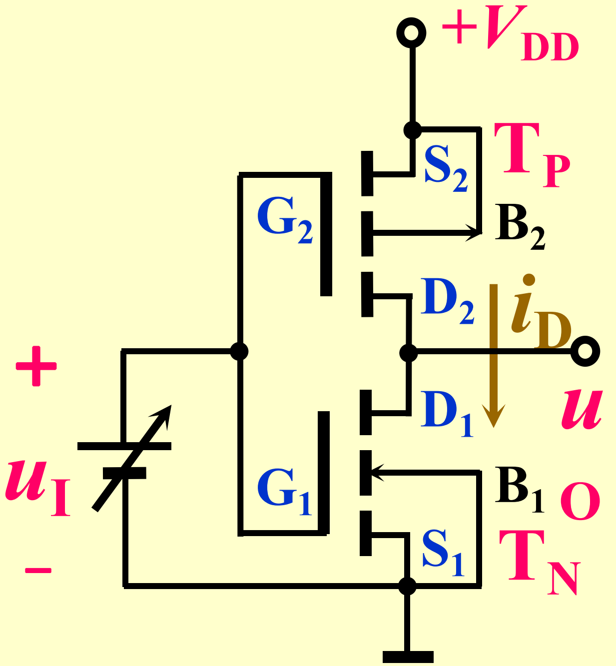
噪声容限

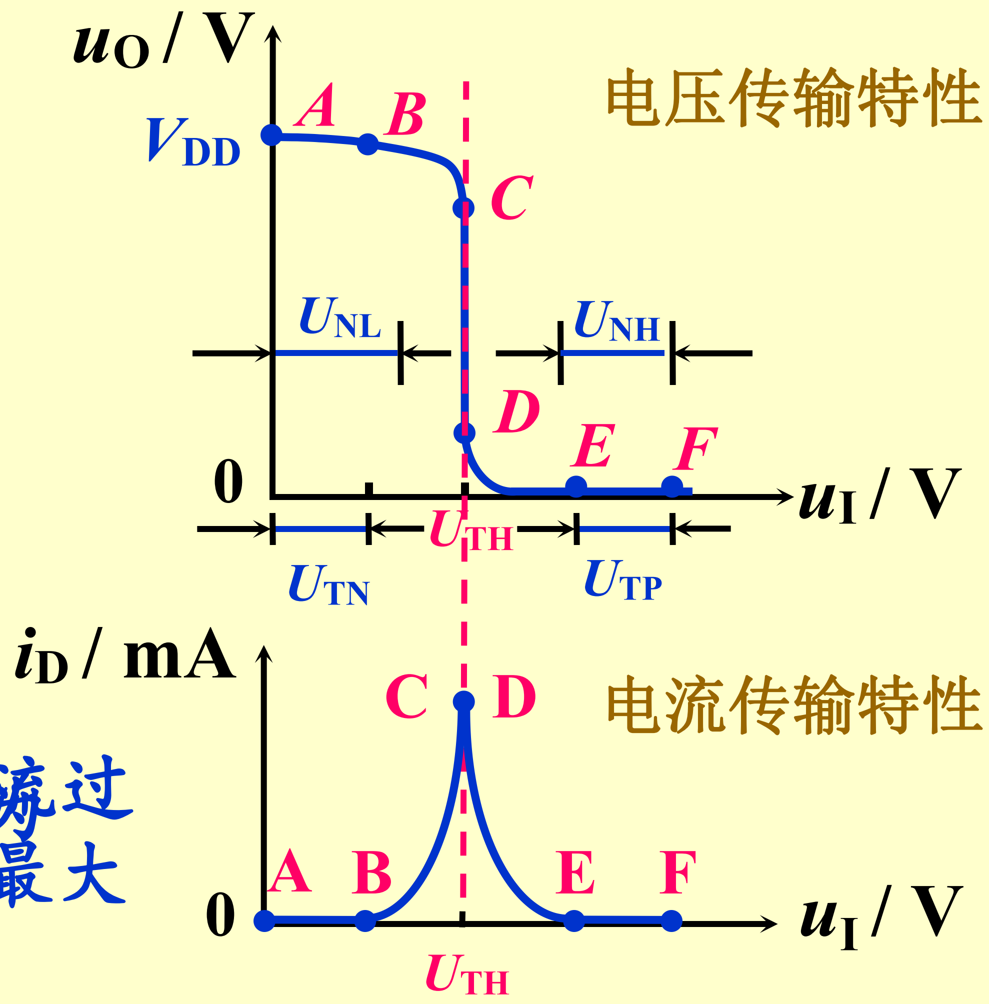


低电平噪声容限 $V_{NL}=V_{IL(max)}-V_{OL(max)}$

高电平噪声容限 $V_{NH}=V_{OH(min)}-V_{IH(min)}$

2. 电流传输特性：$i_D = f(u_I)$





AB、EF段：

CD段：

阈值电压：

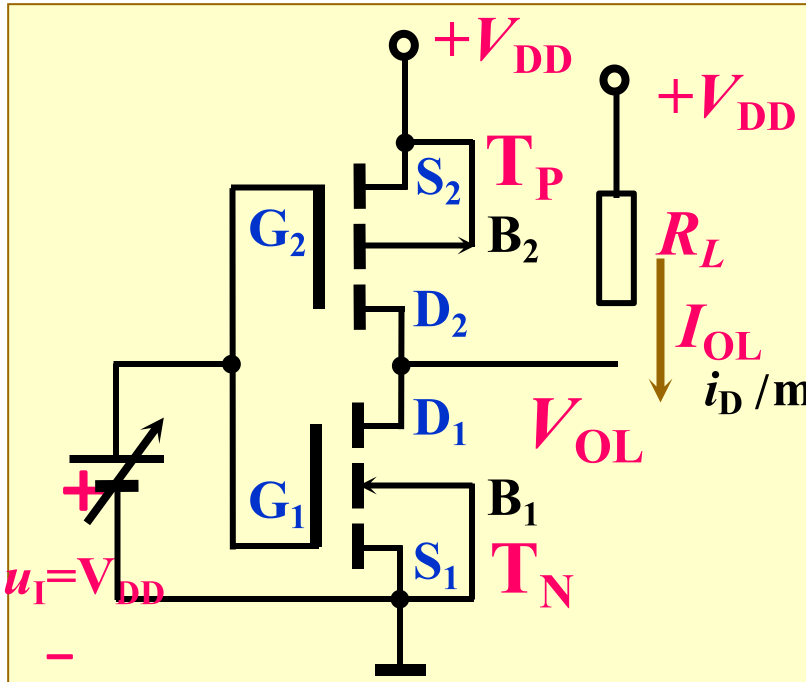
T_N、T_P 均导通，流过两管的漏极电流达到最大值 $i_D = i_{D(max)}$。

$U_{TH} = 0.5\ V_{DD}$

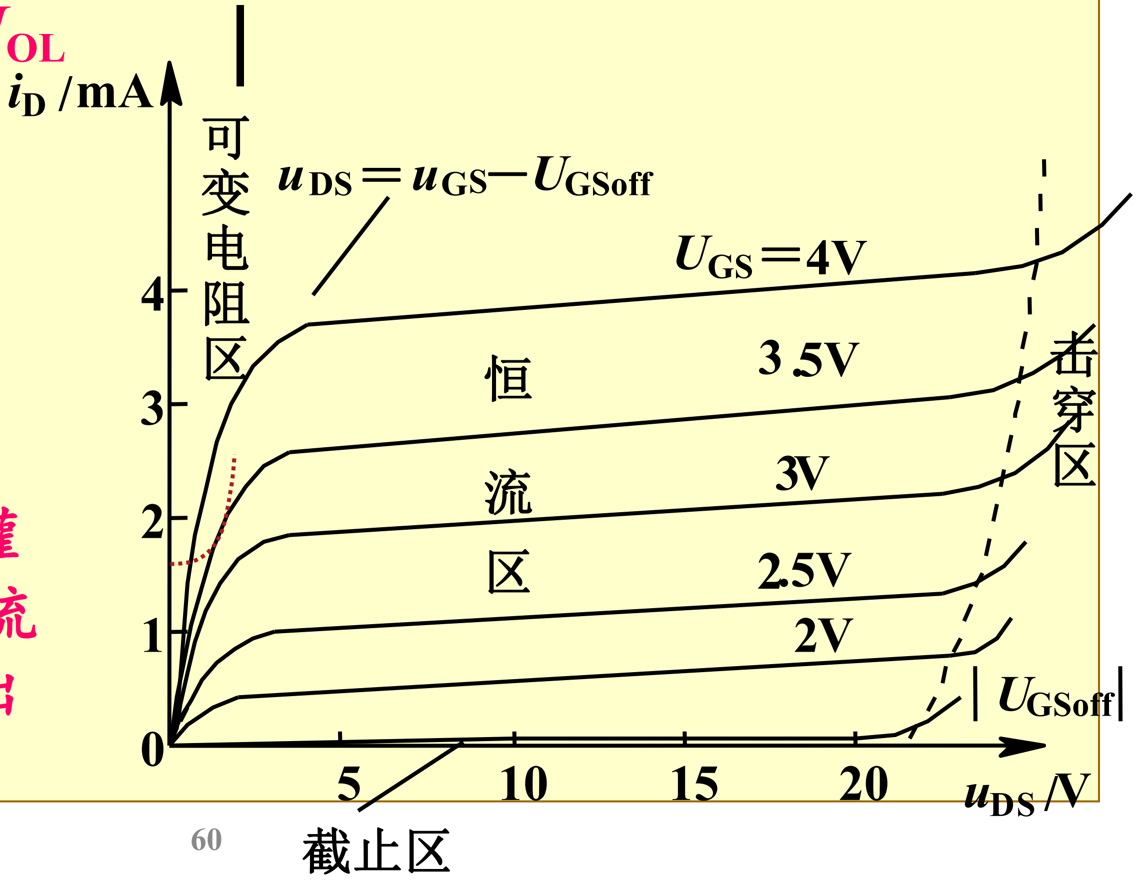
一个导通，一个截止状态，故 $i_D \approx 0$

（$V_{DD} = 3 \sim 18$ V）

3. CMOS反相器的输出特性

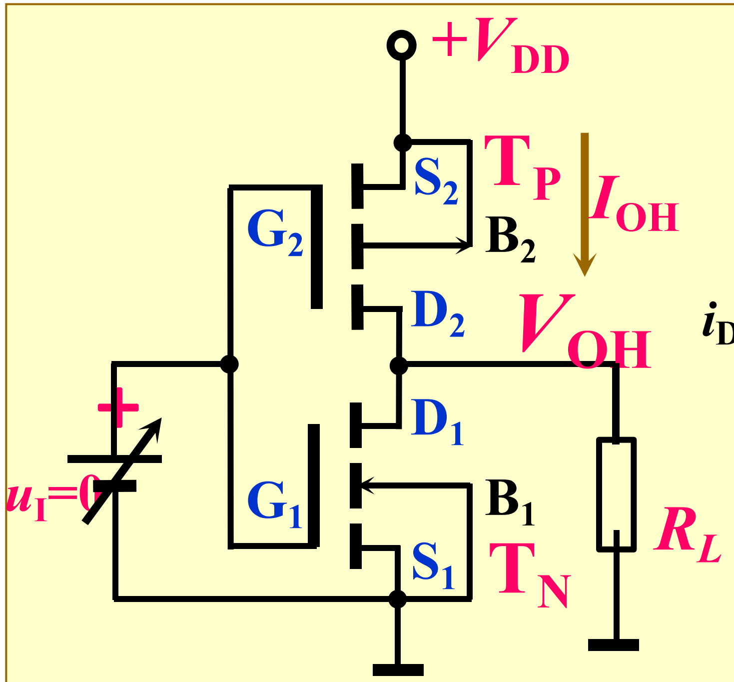


灌电流负载会提高 V_{OL}，厂商提供参数：I_{OLmax}

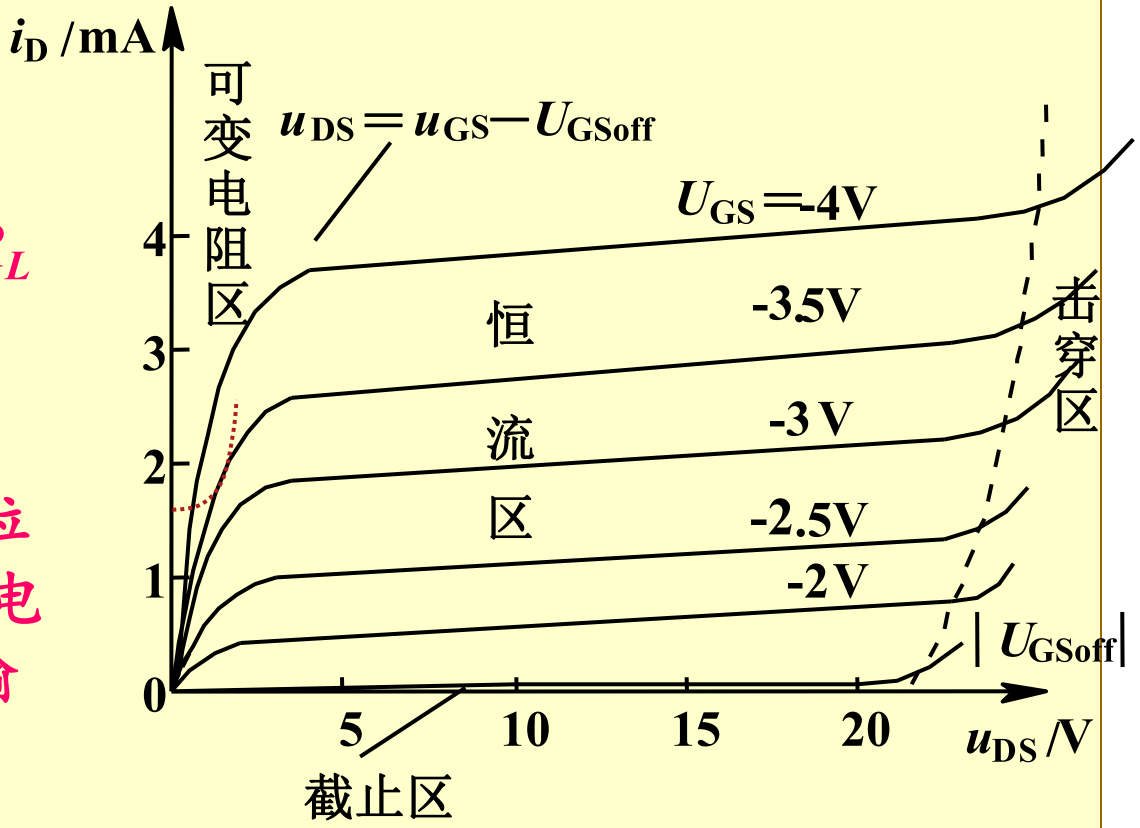


输入高电平时，NMOS管导通，负载电流 I_{OL} 灌入， $V_{OL}=V_{DS}$，灌入电流就是NMOS管的 i_{DS}，输出特性如图所示。

3. CMOS反相器的输出特性



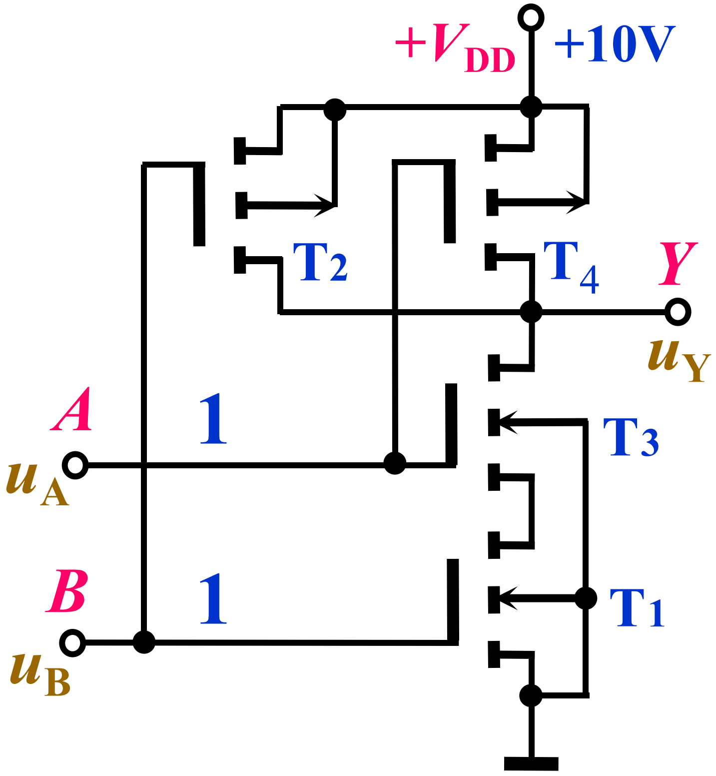
拉电流负载会降低 V_{OH},
厂商提供参数：I_{OHmax}



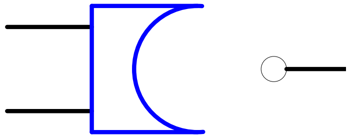
输入低电平时，PMOS管导通，负载电流I_{OH}拉出，$V_{OH}=V_{DD}-V_{DS}$，拉电流就是PMOS管的i_{DS},输出特性如图所示。

2.2.3 其他类型的CMOS 电路

1)CMOS 与非门

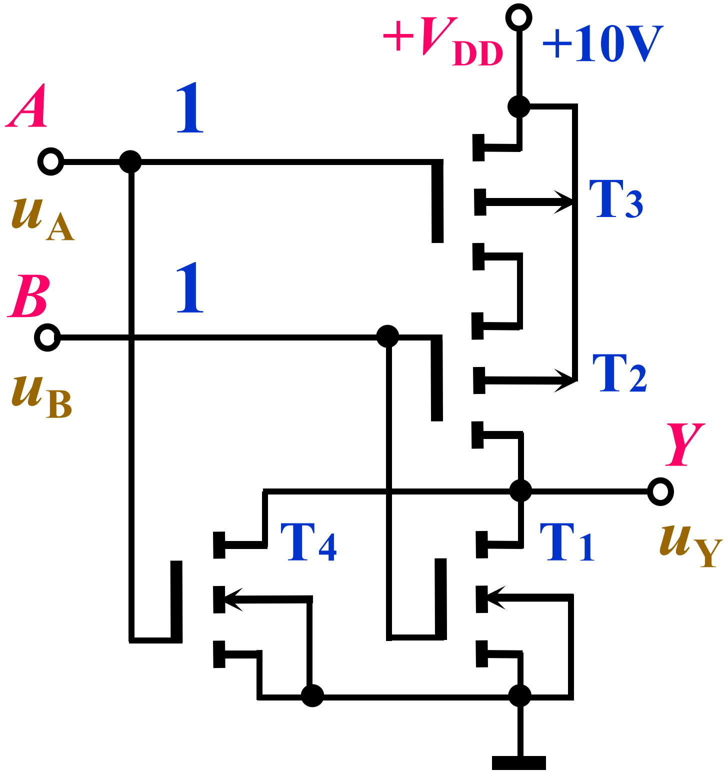


A	*B*	T_3	T_1	T_4	T_2	*Y*
0	0	截	截	通	通	1
0	1	截	通	通	截	1
1	0	通	截	截	通	1
1	1	通	通	截	截	0

与非门 

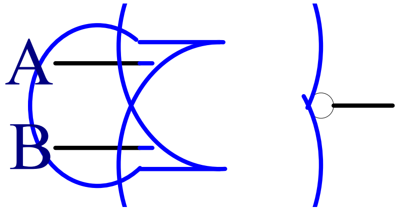
Y =

2)CMOS 或非门



A	*B*	T_4	T_1	T_3	T_2	*Y*
0	0	截	截	通	通	1
0	1	截	通	通	截	0
1	0	通	截	截	通	0
1	1	通	通	截	截	0

或非门

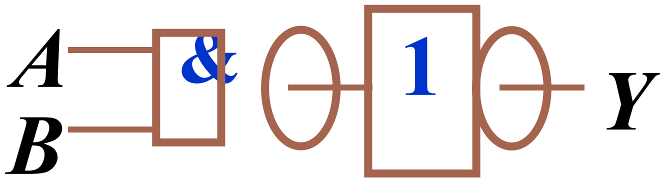


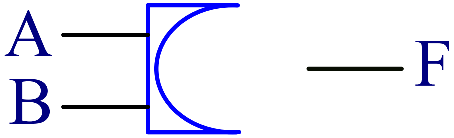
$$Y=\overline{A+B}$$

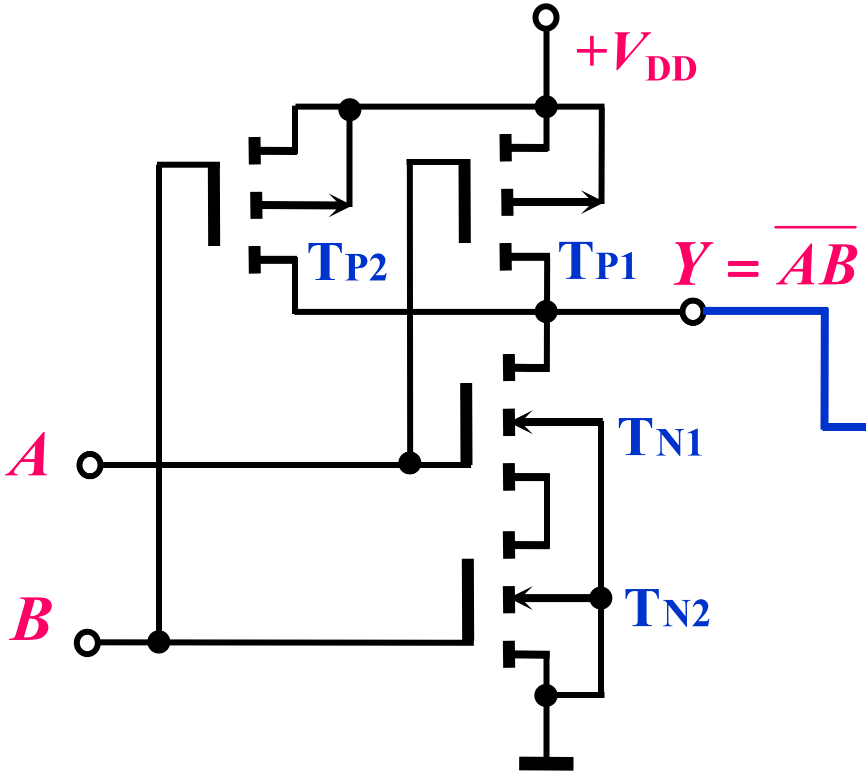
CMOS 与门和或门

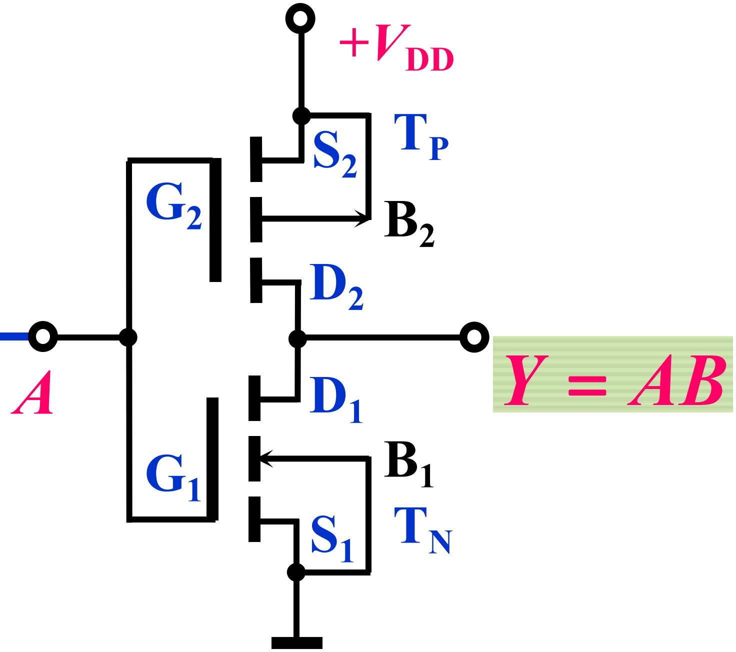
1. CMOS 与门

$$Y = \overline{\overline{AB}} = AB$$



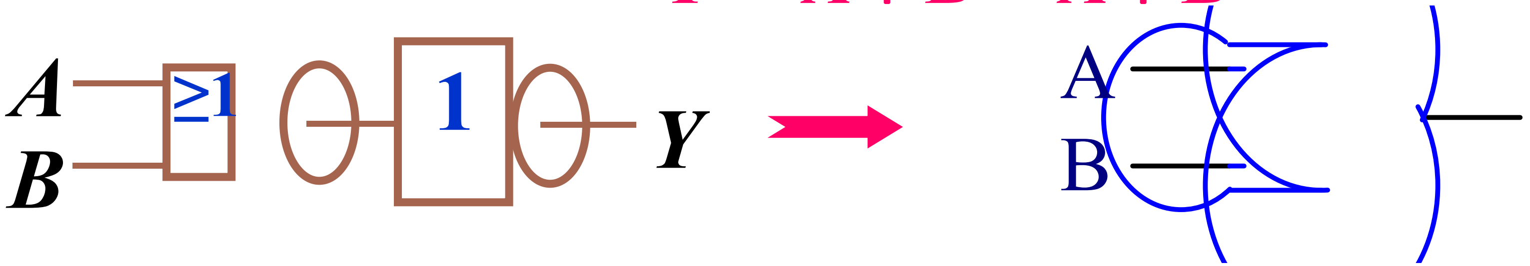


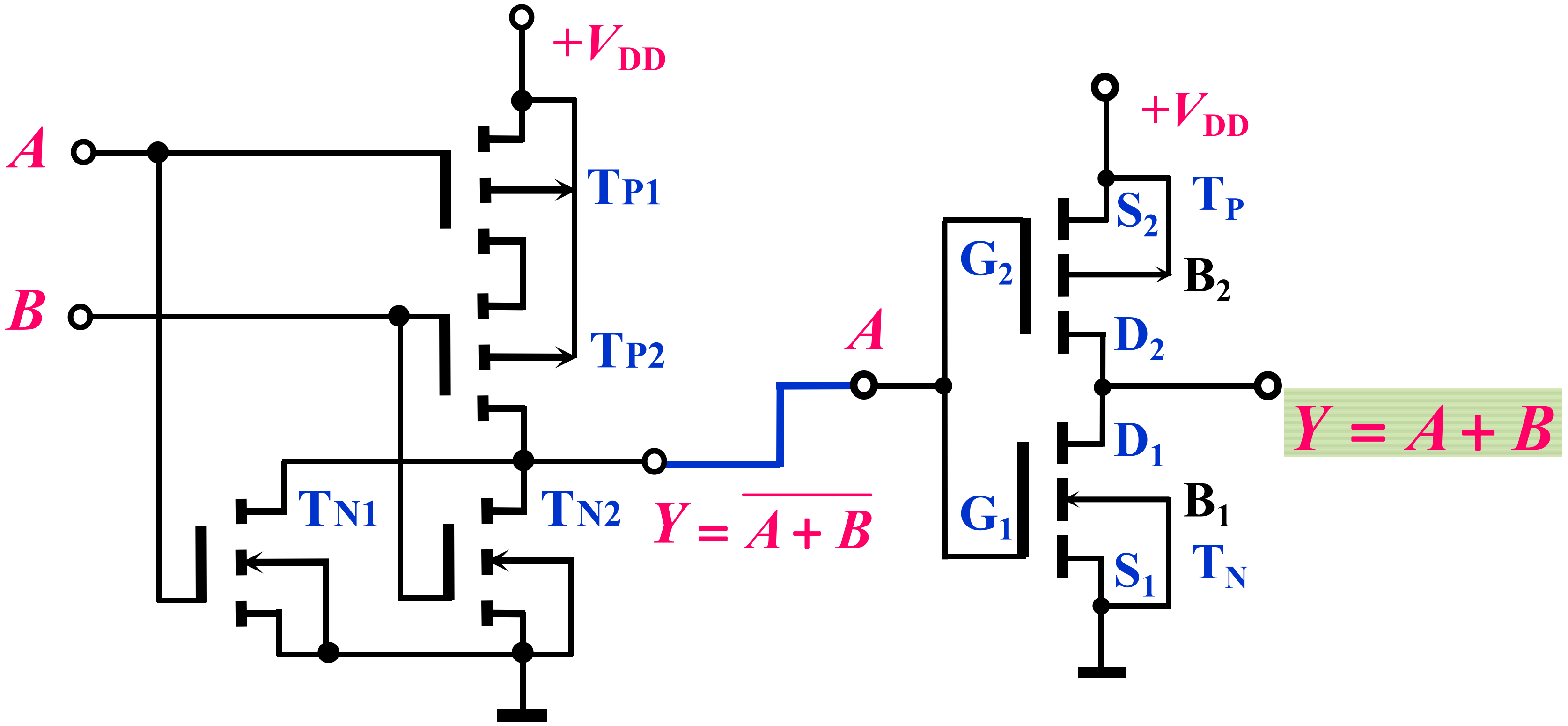




2. CMOS 或门

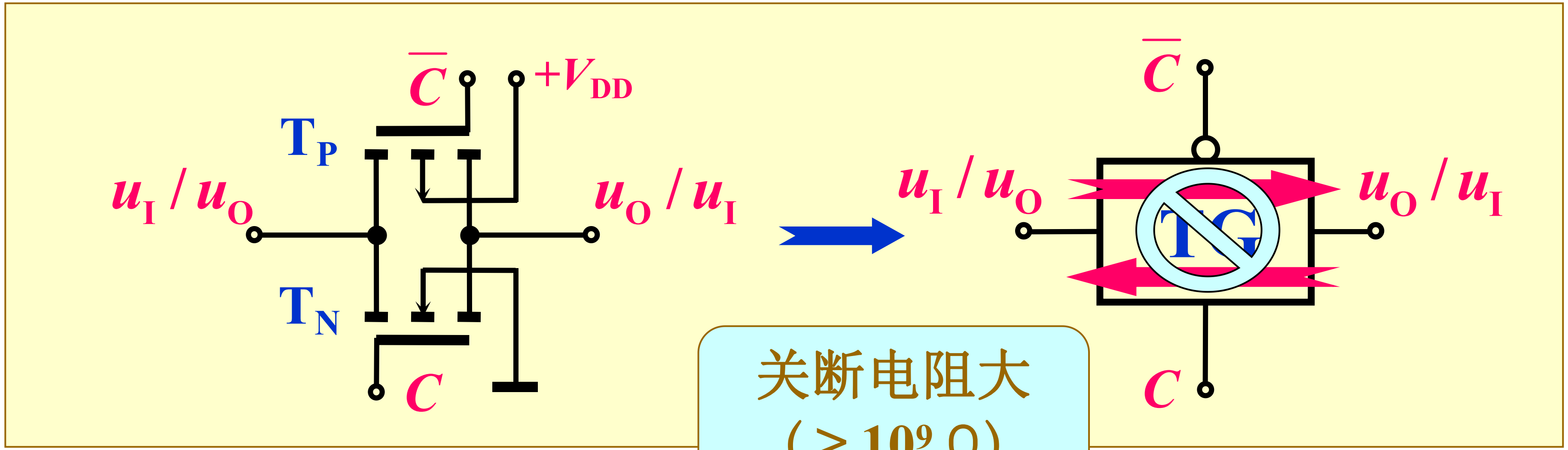
$$Y=\overline{\overline{A+B}}=A+B$$





3）CMOS双向传输门 (TG 门 — Transmission Gate)

1. 电路组成：(双向模拟开关)



关断电阻大
($\geq 10^9\ \Omega$)

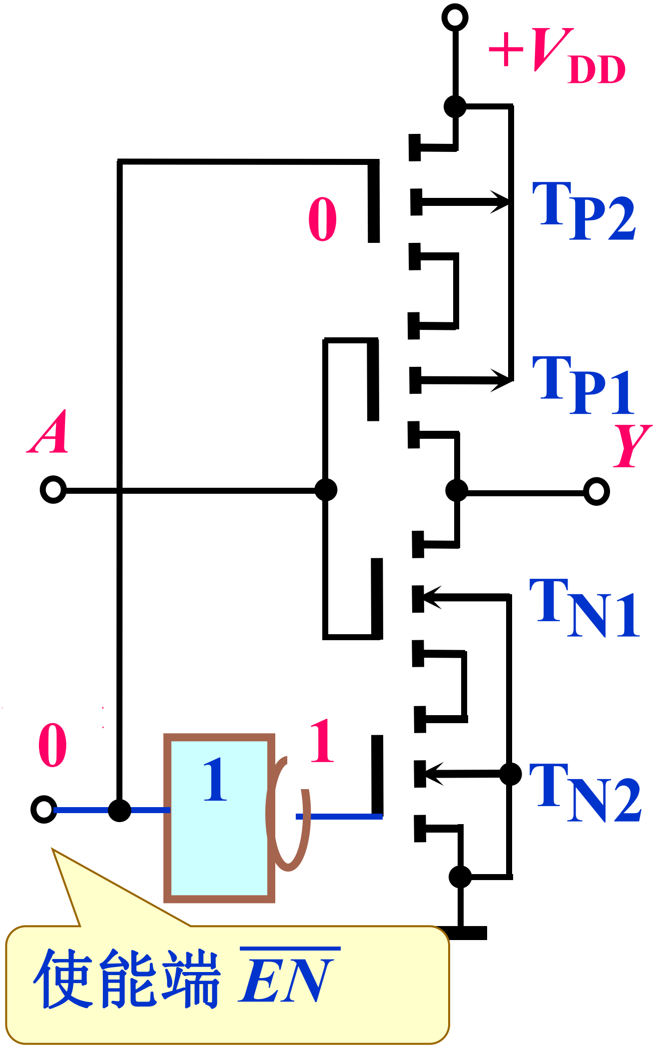
2. 工作原理：

(1) $C=1$、$\overline{C}=0$： T_N、T_P均导通，$u_O = u_I\ (0 \sim V_{DD})$

(2) $C=0$、$\overline{C}=1$： T_N、T_P均截止，$u_O \neq u_I$

CMOS 三态门

1. 电路组成



2. 工作原理

(1) $\overline{EN}=1$　T_{P2}、T_{N2}均截止

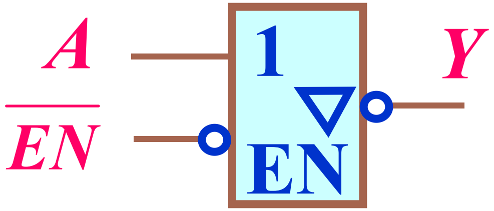
Y与上、下都断开

$Y = Z$(高阻态 — 非 1 非 0)

(2) $\overline{EN}=0$　T_{P2}、T_{N2}均导通

$Y = \overline{A}$ (1 或 0)

3. 逻辑符号



控制端低电平有效