

《概率统计与随机过程》试卷 (A)

班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

备用数据:  $z_{0.025} = 1.96$ ,  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(2) = 0.9772$ ;  $t_{0.025}(15) = 2.1315$ ,

$t_{0.05}(15) = 1.7531$ ,  $\chi_{0.025}^2(15) = 27.488$ ,  $\chi_{0.05}^2(15) = 24.996$ ,

$\chi_{0.95}^2(15) = 7.261$ ,  $\chi_{0.975}^2(15) = 6.262$

得分

一、填空题 (共 42 分, 每格 3 分)

1. 设随机事件 A 与 B 互不相容,  $P(A) = 0.2$ ,  $P(A \cup B) = 0.8$ , 则  $P(B) =$  \_\_\_\_\_。

2. 10 件产品中有 4 件次品, 从中任意取 2 次, 每次取 1 件且不放回, 则第 2 件是次品的概率为 \_\_\_\_\_。

3. 设随机变量  $X$  在区间  $[0, 3]$  上服从均匀分布, 则  $Y = 2X + 3$  的概率密度函数为 \_\_\_\_\_。

4. 设随机变量  $X \sim \pi(\lambda)$  且  $E(X) = 2$ , 则  $P(X = 2) =$  \_\_\_\_\_。

5. 设随机变量  $(X, Y)$  的方差  $D(X) = 4$ ,  $D(Y) = 1$ , 相关系数  $\rho_{XY} = \frac{1}{3}$ , 则方差

$D(3X - 2Y) =$  \_\_\_\_\_。

6. 设随机变量  $X$  服从参数为 2 的指数分布, 则应用切比雪夫不等式估计得

$P\left\{X - \frac{1}{2} \geq 2\right\} \leq$  \_\_\_\_\_。

7. 已知  $\mathbf{X} \sim \mathbf{B}(100, 0.03)$ , 则用中心极限定理计算  $P\{\mathbf{X} \leq 3\} \approx$  \_\_\_\_\_。

8. 已知  $F \sim F(8, 6)$ , 则  $\frac{1}{F} \sim$  \_\_\_\_\_; 已知  $T \sim t(20)$ ,  $T^2 \sim$  \_\_\_\_\_。

9. 设总体  $X$  服从  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$  均未知, 则样本容量为 25 的总体方差  $\sigma^2$  的置信水平为 0.95 的置信区间为 ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )。

10. 设矿石中某种元素含量服从正态分布  $N(\mu, 1)$ 。现测定容量为  $n$  的样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ,

在显著性水平  $\alpha$  下, 检验  $H_0: \mu = 5$  时, 所用的检验统计量为 \_\_\_\_\_。

11. 设  $\{X(t), t \geq 0\}$  是参数为 3 的泊松过程, 则  $P(X(2) = 2) =$  \_\_\_\_\_;  $C_v(3, 2) =$  \_\_\_\_\_。

12. 已知平稳过程的功率谱密度  $S_x(\omega) = 1$ , 则其相关函数  $R_x(\tau) =$  \_\_\_\_\_。

自觉遵守考试规则, 诚信考试, 绝不作弊

得分

二、已知男子有 5% 是色盲患者，女子有 0.25% 是色盲患者，今从男女人数相等的人群中随机地挑选一人。

- (1) 求此人是色盲患者的概率；
- (2) 若此人恰好是色盲患者，问此人是女性的概率。(8分)

得分

三、设二维随机变量  $(X, Y)$  的密度函数：
$$f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < 2, |y| < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 求常数  $A$  的值；
- (2) 求边缘概率密度  $f_X(x), f_Y(y)$ ；
- (3)  $X$  和  $Y$  是否独立？(8分)

得分

四、设随机变量  $X, Y$  相互独立，且  $X \sim N(0, 3^2), Y \sim N(0, 4^2)$ 。

求随机变量  $Z = X - Y$  的密度函数  $f_Z(z)$  和概率  $P(X - Y \leq 5)$ ；(8分)

得分

五、设总体  $X$  服从  $X \sim f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2}{\theta} x e^{-\frac{x^2}{\theta}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ ，据来自总体  $X$  的简

单随机样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，(1) 求参数  $\theta$  的最大似然估计量；(2) 问它是否是无偏的？

(8分)

得分

六、设矿石中某种元素含量服从正态分布，但均值和方差均未知。现测定容量为 16 的样本，计算得  $\bar{x} = 0.4, s^2 = 0.16^2$ ，试在显著水平  $\alpha = 0.05$  下，

(1) 检验期望是否为 0.48；(2) 检验方差是否为 0.1？ (8分)

得分

七、设有三个状态 {1,2,3} 的齐次马氏链的一步转移概率矩阵为

$$P(1) = P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}, \text{ 初始分布为 } \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right).$$

(1) 计算  $P(2)$ ; (2) 问此链是否是遍历的? 若遍历求极限分布;

(3) 计算  $P\{X_0 = 2, X_2 = 1, X_4 = 2\}$  (10分)

得分

八、设有随机过程  $X(t) = a \sin(\omega_0 t + A)$ ,  $-\infty < t < +\infty$ , 其中  $a, \omega_0$  为常数,  $A$  为

随机变量且  $A \sim U(0, 2\pi)$ 。(1) 问  $X(t)$  是否为平稳过程? (2) 问此过程的均值是否具有各态历经性? 为什么? (8分)

自觉遵守考试规则, 诚信考试, 绝不作弊