南京邮电大学通达学院 2017/2018 学年第 一 学期

《概率统计和随机过程》期末试卷（A）

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

院(系)__________ 专业________ 学号__________ 姓名________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得分								

得分

一、填空题（共 42 分，每空 3 分）

1. 设 A,B,C 为三个事件，则至少有一个发生可以表示为__________。

2. 设 A,B 是两个事件，且 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.5$, $P(A|B)=0.3$, 则 $P(A-B)=$__________。

3. 已知某学期某任选课共需上 6 次课，任课老师点了 2 次名，某学生共旷课 3 次，试求该任课老师恰好记录该学生旷课两次的概率为__________。

4. 已知随机变量 $X\sim B(2,p)$，$0.5<p<1$ 且 $P(X=1)=0.18$，则参数 $p=$__________。

5. 设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$，则 $Y=2X$ 的概率密度为 $f(y)=\begin{cases}\_\_\_\_\_\_, & y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$

6. 设 X,Y 是两个相互独立的随机变量，它们的分布函数分别为 $F_X(x)$ 和 $F_Y(y)$，则随机变量 $\min(X,Y)$ 的分布函数 $F_{\min}(z)=$__________。

7. 设随机变量 $X\sim B(200,0.2)$，则 $P(X\le 40)\approx$__________。

8. 已知随机变量 $X\sim U(2,4)$，用切比雪夫不等式估计概率 $P(|X-3|\ge\frac{2}{3})\le$______。

9. 已知随机变量 $T\sim t(n)$，则 $T^2\sim$__________。

10. 已知随机变量 $X\sim N(0,1)$, 则 $P(-z_{0.2}<X<z_{0.1})=$__________。

11. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ 和 σ^2 未知，则样本容量为 n 的总体方差 σ^2 的置信水平为 $1-\alpha$ 的双侧置信区间为__________。

12. 设 $\{W(t),-\infty<t<+\infty\}$ 是参数为 σ^2 的维纳过程，则它的自相关函数 $R_W(s,t)=$__________。

13. 设 $\{X(t),t\ge 0\}$ 是参数为 3 的泊松过程，则 $P(X(1)=1,X(3)=4)=$______，$C_X(s,t)=$_____。

13. 设 $\{X(t),t\ge 0\}$ 是参数为 3 的泊松过程，则 $P(X(1)=1,X(3)=4)=$______，$C_X(s,t)=$_____。

得分

二、（8 分）今天同城的朋友约好上午 10 点要来家里做客，他自己开车来的概率是 0.5，坐公交车和打出租车来的概率分别是 0.3 和 0.2。如果他自己开车来，不会迟到；如果坐公交或打出租来，迟到的概率分别是 0.3 和 0.1。试问：

(1)该朋友今天迟到的概率是多少？

(2)结果他迟到了，试问在此条件下，他坐出租车来的概率是多少？

得分

三、（12 分）设随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}ce^{-(x+y)}, & x>0,y>0.\\ 0, & 其他.\end{cases}$

(1) 求常数 c　　(2)求边缘概率密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$

(3)判断 X 和 Y 是否独立。(4)求相关系数 ρ_{XY}。

得分

四、（10 分）设总体 X 具有分布律

X	2	3	4
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 $\theta\,(0<\theta<1)$ 为未知参数，已知取得了样本值 $x_1=2$，$x_2=2$，$x_3=2$，$x_4=4$，试求参数 θ 的矩估计值和最大似然估计值。

得分

五、（8 分）设两批器件的电阻只总体分别服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，μ_1,σ_1^2，μ_2,σ_2^2 均未知，且两样本相互独立。今测得两批器件容量为 $n_1=n_2=6$ 的样本方差分别为 $s_1^2=0.86\times10^{-5}$ 欧，$s_2^2=0.59\times10^{-5}$ 欧，试在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验假设 $H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$，　$H_1: \sigma_1^2\neq\sigma_2^2$。

（$F_{0.025}(6,6)=5.82$，$F_{0.05}(6,6)=4.28$，$F_{0.025}(5,5)=7.15$，$F_{0.05}(5,5)=5.05$）

得分

六、（12 分）已知马尔可夫链的状态空间为 I={1,2,3}，初始分布为

$\vec{p}(0)=(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3})$，一步转移概率矩阵为 $P(1)=\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc}1 & 2 & 3\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\end{array} & \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}\end{array}$。求

(1)两步转移概率矩阵 $P(2)$;　　(2)求 $P(X_2=2)$;

(3)证明此链具有遍历性，并求极限分布 $\pi=(\pi_1,\pi_2,\pi_3)$。

得分

七、（8 分）设随机过程 $X(t)=a\sin(\omega_0 t+\Theta)$，其中 a,ω_0 为常数，$\Theta\sim U(0,2\pi)$。(1)证明 $X(t)$ 是平稳过程；(2)证明 $X(t)$ 均值具有各态历经性；(3)求 $X(t)$ 的功率谱密度。