1、不确定度的概念

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能确定的程度，是表征被测量值的真值所处的量值范围的评定。

完整的测量结果的形式为：$x = \bar{x} \pm U_x$ （单位）

其中，$\bar{x}$ 是被测量值 x 的真值的最佳估值，

U_x 是被测量值 x 的不确定度

南邮物理实验中心

2、不确定度的分类

按其数值评定的方法可分为两类：A 类不确定度分量 UA 与 B 类不确定度分量 UB，分别对应随机误差分量和未定系统误差分量。总不确定度由 A 类不确定度和 B 类不确定度合成而来

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2}$$

南邮物理实验中心

误差一般在±U 之间，用扩展不确定度评定时，在±U 之外的概率不大于 5%。

3、不确定度的计算

依据获取数据方法的不同，测量可分为直接测量和间接测量两类。

3.1 直接测量的计算

3.1.1 单次直接测量结果的表达

在实验中有时只测一次，称为单次直接测量。单次直接测量的测得值就作为真值的最佳估值，用仪器本身的误差限值⊿INS 作为 B 类不确定度，单次测量不评定 A 类不确定度。UB 是用非统计方法评定的不确定度的分量，一般只考虑测量仪器误差或测试条件不符合要求而引起的附加误差所带来的 B 类分量。

对单次直接测量物理量 x 的测量结果写为

$$x = x \pm U_B$$

南邮物理实验中心

3.1.2 多次直接测量结果的表达

直接对某一物理量 x 进行等精度的多次测量，测量值的算术平均值作为真值的最佳估值。由于是多次测量，存在统计方法计算的分量，即 A 类不确定度。

（1）A 类不确定度分量 UA 求解：

① 求算术平均值，

$$\bar{x} = \frac{\sum_{1}^{n} x_i}{n}$$

南邮物理实验中心

4、② 由贝塞尔公式求实验标准差 s，

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

南邮物理实验中心

③ 求 UA，

$$U_A = S \times \frac{t}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \times \frac{t}{\sqrt{n}}$$

南邮物理实验中心

其中，t 对应于 t 分布因子；n 为测量次数

当 n 确定后，概率 P=0.95 时，$\frac{t}{\sqrt{n}}$ 的值由下表给出。

表 1 概率 P=0.95 时，多次测量的 t 因子和 $\frac{t}{\sqrt{n}}$ 的值

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t 因子的值	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26
$t/\sqrt{n}$ 的值	8.99	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

南邮物理实验中心

（2）合成不确定为

$$U = \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}}\, s\right)^2 + \Delta_{ins}^2}$$

对多次测量的物理量 x 的测量结果写为 $x = \bar{x} \pm U$

南邮物理实验中心

3.2 间接测量的计算

间接测量的测量值是将直接测量的测量值代入公式计算得到的，由于直接测量有误差，它们必然通过函数关系传递给间接测量量，这就是误差的传递。

设被测量 Y 可写成直接测量量 Xk 的函数

$$Y = f(X_k)$$

则被测量 Y 的最佳估值为 $\bar{Y} = f(\bar{X}_k)$

南邮物理实验中心

合成不确定度传递的近似公式为

$$U_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot U_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot U_{x_2}^2 + \cdots}$$

南邮物理实验中心

该式为传递公式的一般式，当函数中各量之间为和或差的形式时，采用该式计算较为方便，而当函数中各量之间是乘或除的形式时，用下式计算比较方便

$$U_r = \frac{U_y}{Y} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2 \cdot U_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2 \cdot U_{x_2}^2 + \cdots}$$

南邮物理实验中心

则间接测量量的结果表达式为

$$Y = \bar{Y} \pm U_y$$

南邮物理实验中心

4、有效数字的修约

有效数字的修约规则为：“四舍六入五凑偶”，即小于 5 的数字舍，大于 5 的数字进，等于 5 的则将尾数凑成偶数，采用“奇数加 1 偶不变”的方法。

例：2.645 取 2 位有效数字为 2.6（四舍），取 3 位有效数字为 2.64（五凑偶）

2.635 取 2 位有效数字为 2.6（四舍），取 3 位有效数字为 2.64（五凑偶）

2.63501 取 3 位有效数字为 2.64（六入）

不确定度的修约规则为：“只进不舍”，一般取一到两位有效数字，首位小于 5 时取两位，大于等于 5 时取一位。

计算时，由不确定度有效数字的位数来确定被测量值的有效数字的位数，采用末位对齐的方法。

物理实验联练习一答案

练习一（答案）

一、选择题（共21分，每题3分）

1	2	3	4	5	6	7
D	B	A	C	B	D	C

1. 实验测得某物体长度的结果表达为：$L=6.00\pm0.05cm$，则说明（　　）

(A) 5.95 cm≤ L ≤6.05 cm　　(B) L = 5.95 cm 或 L = 6.05 cm

(C) L = 6.00 cm　　(D) L在[5.95cm ，6.05 cm]区间上出现的可能性较大.

2. 对一物理量进行等精度多次测量，其算术平均值是（　　）

(A) 真值　(B) 最接近真值的值　(C) 误差最大的值　(D)误差为零的值

3. 下列正确的说法是：（　　）

(A) 多次测量可以减小随机误差　(B) 多次测量可以消除系统误差

(C) 多次测量可以减小系统误差　(D) 多次测量可以消除随机误差

4. 依据“四舍六入五凑偶”的有效数字修约规则，2.5051取三位有效数字，2.505取三位有效数字，表示正确的应该是（　　）

(A) 2.50；2.51　(B) 2.51；2.51　(C) 2.51；2.50　(D) 以上均不对

5. 下列测量的结果中表达式正确的（　　）

(A) $S=2560\pm100\,mm^2$　(B) $L=0.667\pm0.008\,mm$

(C) $T=8.32\pm0.02$　(D) $R=82.3\pm0.31\,\Omega$

6. 某长度测量值为2.130mm，则所用仪器可能是（　　）

(A)毫米尺　(B) 50分度游标卡尺　(C) 20分度游标卡尺　(D) 千分尺

7.长方形边长测量结果为：a=4.00±0.05cm，b=3.00±0.05cm，则其表面积可表示为（　　）

(A) $S=12\pm0.03\ cm^2$　(B) $S=12.0000\pm0.0025\ cm^2$

(C) $S=12.00\pm0.25\ cm^2$　(D) $S=12.00\pm0.02\ cm^2$

南邮物理实验中心

二、填空题（共 24 分，每空 2 分）

1．误差产生的原因很多，按照误差产生的原因和不同性质，可将误差分为粗大误差、<u>系统误差</u> 和 <u>随机误差</u>。为了对实验测量结果进行合理的评定，用不确定度来表示测量结果的精确程度，按照不确定度的数值评定方法可将不确定度分为<u>A 类不确定度</u>和<u>B 类不确定度</u>。

2．根据获得测量结果的方法不同，测量可分为 <u>直接</u> 测量和 <u>间接</u> 测量两大类。

3. 常用的实验数据处理方法有列表法、<u>逐差法</u>、<u>作图法（图示和图解、最小二乘）</u>等。

4. 有效数字在换算过程中有效数字的位数应保持不变。将一物体质量 M = 84030.0 g 可表示为 <u>84.0300</u> kg 或 <u>8.40300×10^{4}</u> g（用科学计数法表示）。

5.圆筒转动惯量理论值 $I_0 = 1.6481\times10^{-3}\,kg.m^2$；实验值 $I' = 1.6431\times10^{-3}\,kg.m^2$，计算其百分差的公式为 <u>$E=\frac{|I'-I_0|}{I_0}\times100\%$</u>，其百分差数据结果是 <u>0.31%</u>。

南邮物理实验中心

三：计算题（共 15 分）

用千分尺（仪器误差为 0.004mm）测量一圆柱体直径 D，所得数据如下表：

测量次数	1	2	3	4	5	6
直径 D/mm	9.835	9.837	9.838	9.834	9.837	9.836

置信概率 P = 0.95 时，因子 $\left(\frac{t}{\sqrt{n}}\right)=1.05$，$n=6$。求圆柱体直径 D 及其不确定度，并写出结果表达式。**(要求写出计算过程)**

解：$\bar{D}=\frac{9.835+9.837+9.838+9.834+9.837+9.836}{6}mm=9.8362mm$ （3 分）

$$U_A=\left(\frac{t}{\sqrt{n}}\right)\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n=6}(D_i-\bar{D})^2}{n-1}}=1.05\times\sqrt{\frac{(0.0012)^2+...(0.0022)^2}{5}}mm=0.0016mm$$

（公式 2 分，结果 1 分）

$U_B=0.004mm$

$U=\sqrt{U_A^2+U_B^2}=\sqrt{(0.00155)^2+(0.004)^2}mm=0.0043mm$ （公式 2 分，结果 1 分）

$D=9.8362\pm0.0043mm$ （5 分，有效数字、数值正确，表达形式酌情扣分）

南邮物理实验中心

四：计算题（共 20分）

一正三棱柱体测得质量 $m=(144.142\pm0.005)g$，高 $H=(9.20\pm0.12)cm$，底边长 $a=(2.534\pm0.005)cm$，

(1) 求出该三棱柱的密度，$\rho=\dfrac{4\sqrt{3}m}{3a^2H}$。（**计算时 $\sqrt{3}$ 取 1.73。**）

(2) 试推导密度的不确定度传递公式：$\mu_\rho=\bar{\rho}\cdot\sqrt{\left(\dfrac{\mu_m}{m}\right)^2+\left(\dfrac{2\mu_a}{a}\right)^2+\left(\dfrac{\mu_H}{H}\right)^2}$

(3) 计算不确定度 μ_ρ 并写出测量结果表达式

解：

（1） $\rho=\dfrac{4\sqrt{3}m}{3a^2H}=\dfrac{4\times1.73\times144.142\times10^{-3}}{3\times(2.534)^2\times9.20\times10^{-6}}Kg\bullet m^{-3}=5.6283\times10^3Kg\bullet m^{-3}$（5分）

（2） $\ln\rho=\ln4\sqrt{3}+\ln m-\ln3-2\ln a-\ln H$

$$\frac{\partial\ln\rho}{\partial m}=\frac{1}{m}\qquad\frac{\partial\ln\rho}{\partial a}=-\frac{2}{a}\qquad\frac{\partial\ln\rho}{\partial H}=-\frac{1}{H}$$（3分，各1分）

$$\mu_\rho=\bar{\rho}\bullet\sqrt{(\frac{\partial\ln\rho}{\partial m})^2\cdot\mu_m^2+(\frac{\partial\ln\rho}{\partial a})^2\cdot\mu_a^2+(\frac{\partial\ln\rho}{\partial H})^2\cdot\mu_H^2}$$（2分）

$$=\bar{\rho}\bullet\sqrt{(\frac{\mu_m}{m})^2+(\frac{2\mu_a}{a})^2+(\frac{\mu_H}{H})^2}=\bar{\rho}\bullet\sqrt{(\frac{\mu_m}{m})^2+4(\frac{\mu_a}{a})^2+(\frac{\mu_H}{H})^2}$$（2分）

南邮物理实验中心

（3）

$$\mu_\rho=\bar{\rho}\bullet\sqrt{(\frac{\mu_m}{m})^2+4(\frac{\mu_a}{a})^2+(\frac{\mu_H}{H})^2}$$

$$=5.6283\times10^3\times\sqrt{(\frac{0.005}{144.142})^2+4(\frac{0.005}{2.534})^2+(\frac{0.12}{9.20})^2}Kg\bullet m^{-3}$$

$$=0.08\times10^3Kg\bullet m^{-3}$$

（4分）

$$\rho=(5.63\pm0.08)\times10^3Kg\bullet m^{-3}$$

（4分）

说明：有效数字、数值正确，表达形式酌情扣分

南邮物理实验中心

五：作图题（共 20分）

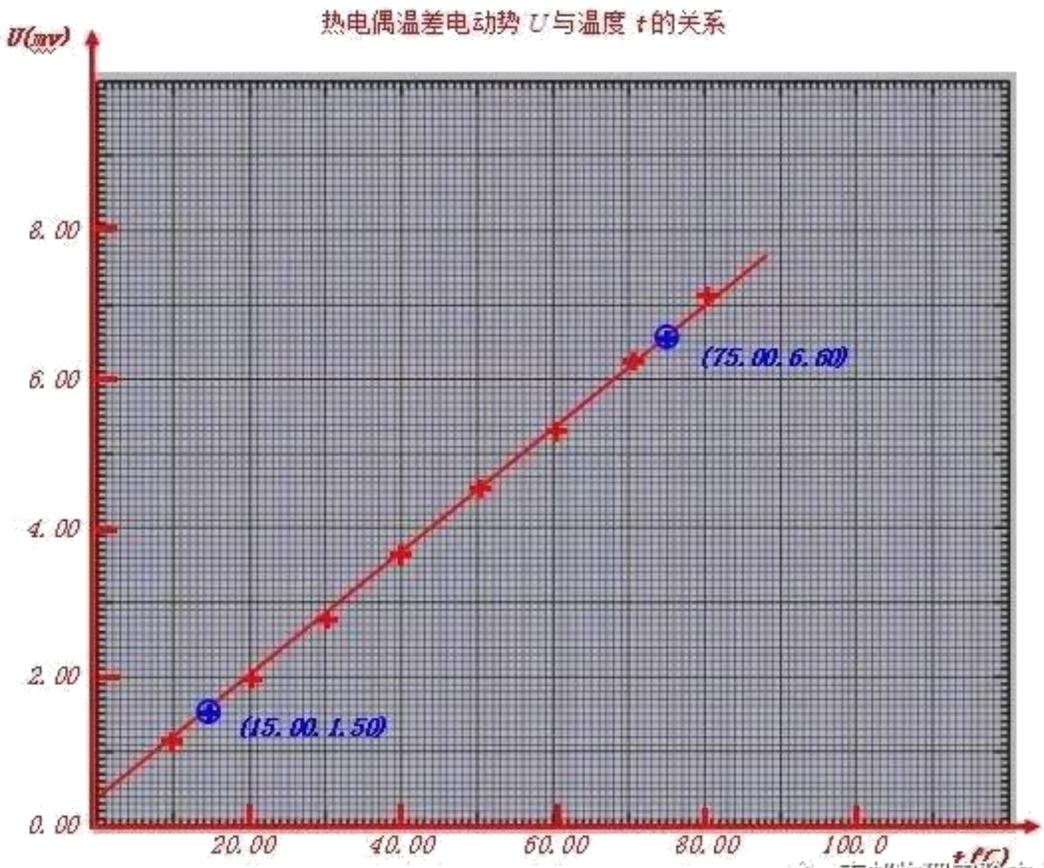
用热电偶测里温度，需要知道温度 t 与热电偶温差电动势 U 之间的关系。现通过实验测得某热电偶的温差电动势 U 与温度 t 的关系如下表所示：

热电偶温差电动势 U 与温度 t 数据表

t(℃)	10.00	20.00	30.00	40.00	50.00	60.00	70.00	80.00
U(mV)	1.18	1.96	2.78	3.63	4.48	5.34	6.20	7.12

试用作图法进行数据处理，求出热电偶温差电动势 U 与温度 之间的关系。

南邮物理实验中心



南邮物理实验中心

$$k=\frac{6.60-1.50}{75.00-15.00}mV/°C=\frac{5.10}{60.00}mV/°C=0.085mV/°C$$

$$b=\frac{x_1y_2-x_2y_1}{x_1-x_2}=\frac{15.00\times6.60-75.00\times1.50}{15.00-75.00}=0.225mV$$

$$U=0.085\times t+0.225mV$$

1.图名（2 分） 2.坐标轴（2 分） 3.物理里符合单位（2 分）4.标分度值（2 分）
5.描点（2 分） 6.连线（2 分） 7.标求斜率和截距的取点和坐标度数（4 分）
8. 求出斜率（1 分） 9. 求出截距（1 分） 10. 写出函数形式（2 分）

南邮物理实验中心