ch9 耦合电感和变压器电路分析

前几章已学过的无源元件有：*R*、*L*、*C*。

R： 耗能、静态、无记忆；

L、*C*：储能、动态、有记忆；

它们都是二端元件。本章介绍两种四端元件：

1.耦合电感：具有电感的特性；

2.理想变压器：是静态、无记忆,但不耗能。

受控源也是四端元件，它与将要介绍的耦合电感均属耦合元件。

耦合电感

耦合电感：指多个线圈(这里先介绍两个线圈)相互之间存在磁场的联系。
它是耦合线圈的理想化模型。

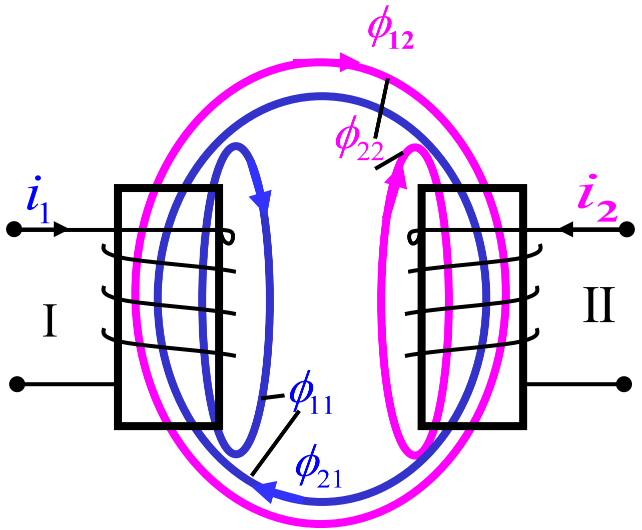
复习：单个线圈(**电感**、或称**自感**)的VCR：

磁链=匝数乘磁通： $\psi = N\phi$

自感=磁链比电流： $L = \dfrac{\psi}{i} = \dfrac{N\phi}{i}$

若u、i方向关联，由电磁感应定律： $u = \dfrac{d\psi}{dt} = L\dfrac{di}{dt}$

一、耦合电感的伏安关系（VCR）



ϕ_{11} --线圈1的自感磁通。

ϕ_{21} --线圈1在线圈2中的互感磁通。

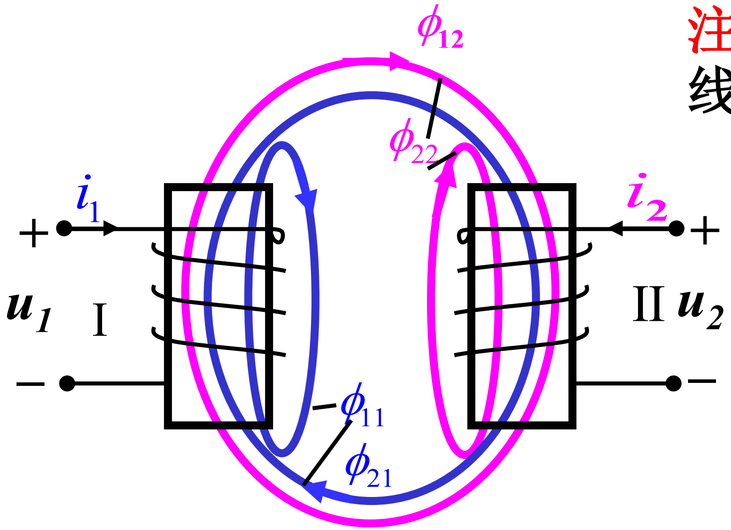
ϕ_{22} --线圈2的自感磁通。

ϕ_{12} --线圈2在线圈1中的互感磁通。

自电感　互电感

$$\psi_1=\psi_{11}\pm\psi_{12}=\boxed{L_1}i_1\pm\boxed{M_{12}}i_2$$

$$\psi_2=\psi_{22}\pm\psi_{21}=\boxed{L_2}i_2\pm\boxed{M_{21}}i_1$$



注意：此时，自感磁链与互感磁链方向一致。若线圈2改变绕向，自感磁链与互感磁链方向相反。

$$M_{12}=M_{21}=M$$

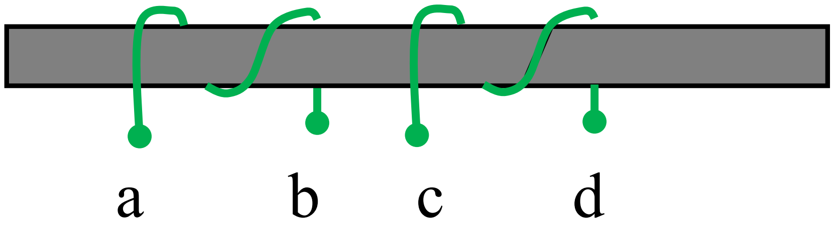
$$\boxed{u_1}=\frac{d\psi_1}{dt}=\frac{d\psi_{11}}{dt}\pm\frac{d\psi_{12}}{dt}=u_{L1}+u_{M1}=\boxed{L_1\frac{di_1}{dt}\pm M\frac{di_2}{dt}}$$

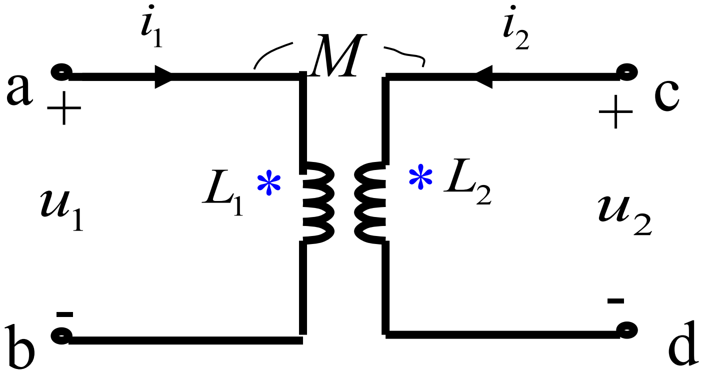
$$\boxed{u_2}=\frac{d\psi_2}{dt}=\frac{d\psi_{22}}{dt}\pm\frac{d\psi_{21}}{dt}=u_{L2}+u_{M2}=\boxed{L_2\frac{di_2}{dt}\pm M\frac{di_1}{dt}}$$

耦合电感伏安关系(VCR)

二、 耦合电感的同名端

1.指绕法相同的一对端钮。





图a

a、c是同名端，用‘.’或‘*’等表示

2.起相同作用的一对端钮。

当线圈电流同时流入(或流出)该对端钮时，各线圈中产生的磁通方向一致的这对端钮。

即:同名端就是当电流分别流入线圈时，能使磁场加强的一对端钮。

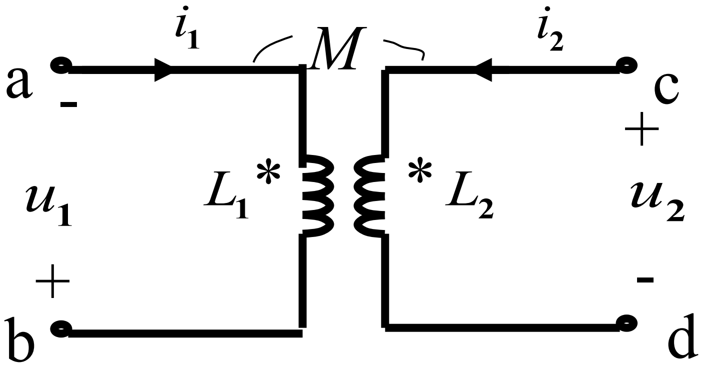
三、耦合电感的VCR列写规则

在VCR中，互感电压项 $u_M = M\dfrac{di}{dt}$ 到底取正还是取负，要根据电流、电压参考方向和同名端来确定。

VCR中互感电压项： 当耦合电感线圈的线圈电压（u_1,u_2）的正极性端与该线圈中产生互感电压 $u_M = M\dfrac{di}{dt}$ 的另一线圈的电流(i_2，i_1)的流入端为同名端时，该线圈的互感电压前面取正，否则取负。

VCR中自感电压项： 若耦合电感线圈电压（u_1,u_2）与电流（i_1,i_2）的参考方向为关联时，自感电压前取正号，否则取负号。

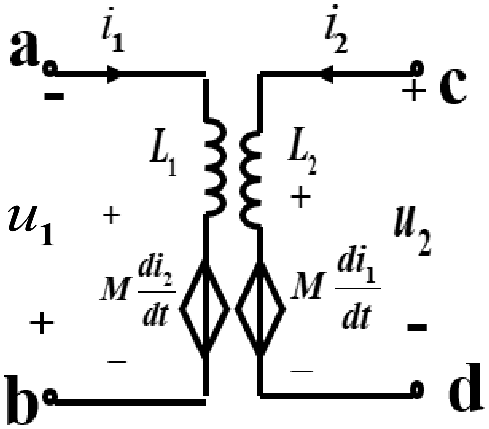
【例】列写下图的VCR。

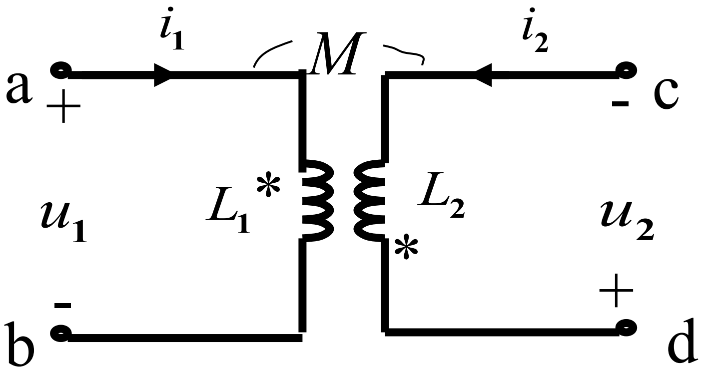


$$u_1 = -L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt}$$

故电路模型也可以用受控源的形式表示：

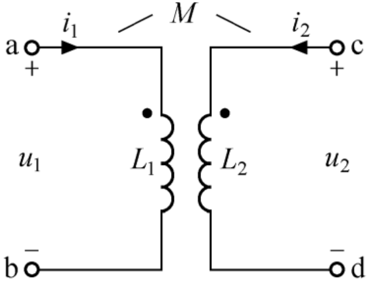




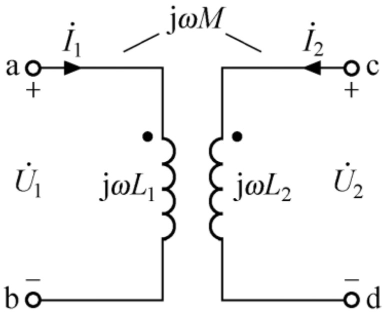
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

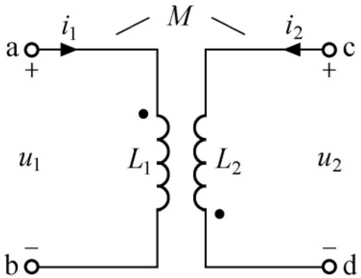
四、 耦合电感相量形式的VCR



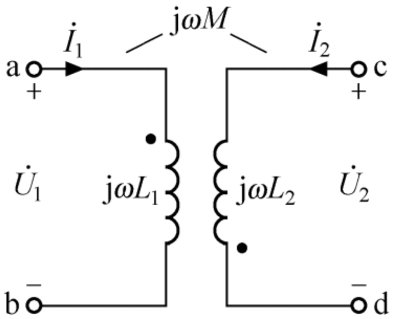
(a)



(a)



(b)



(b)

$$u_1 = L_1\frac{di_1}{dt} \pm M\frac{di_2}{dt} \qquad u_2 = L_2\frac{di_2}{dt} \pm M\frac{di_1}{dt}$$

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1\dot{I}_1 \pm j\omega M\dot{I}_2 \qquad \dot{U}_2 = j\omega L_2\dot{I}_2 \pm j\omega M\dot{I}_1$$

$j\omega L_1, j\omega L_2$ 自感阻抗　　$j\omega M$ 互感阻抗

五、耦合电感线圈的耦合系数

耦合系数:指两个线圈的互感磁链与自感磁链的比值的几何平均值，用符号 k表示，即

$$k = \sqrt{\frac{\Psi_{12}}{\Psi_{11}}\frac{\Psi_{21}}{\Psi_{22}}} \qquad \Psi_{11} = L_1 i_1, \Psi_{21} = M i_1, \Psi_{22} = L_2 i_2, \Psi_{12} = M i_2$$

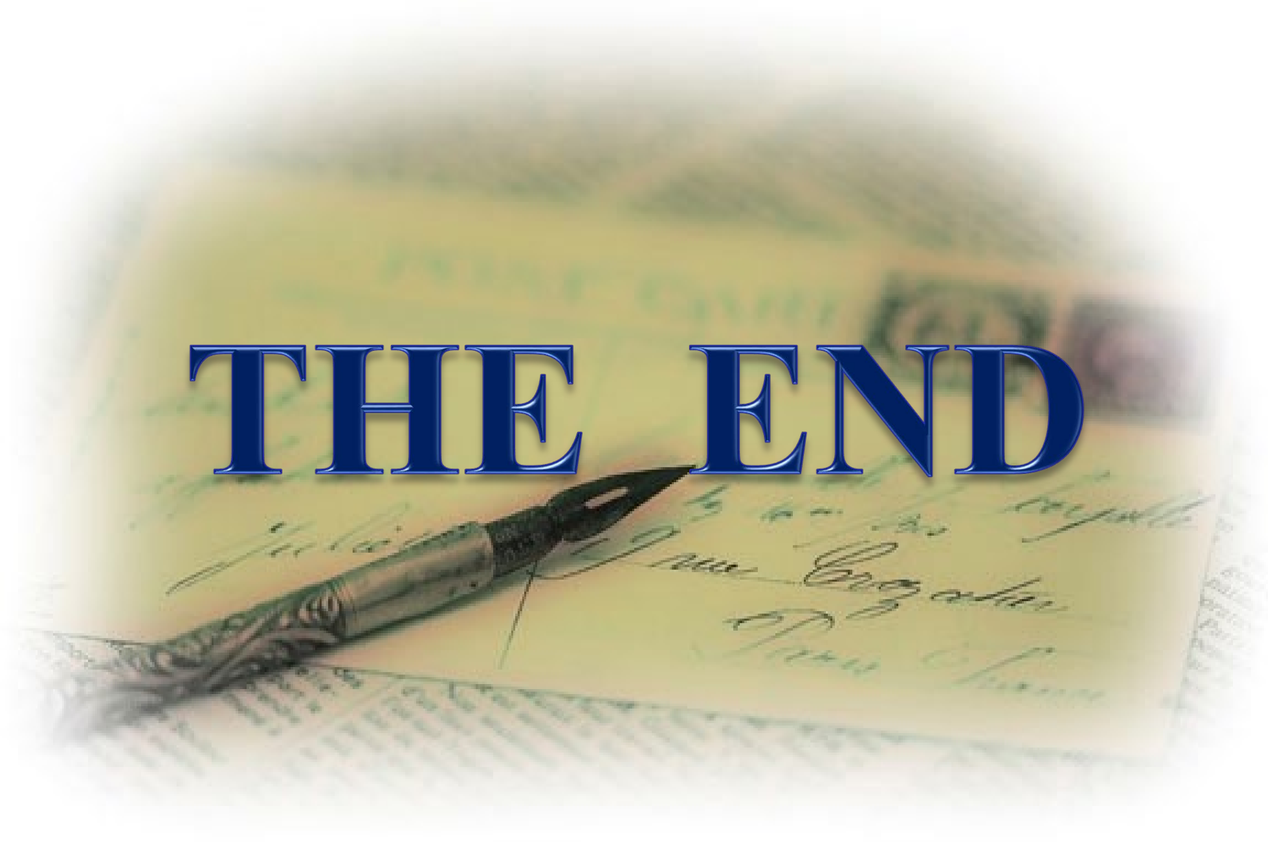
得：

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (k \le 1)$$

几种常见耦合方式：

$k=1$		$k\approx1$		k较小		$k=0$
全耦合	→	紧耦合	→	松耦合	→	无耦合

1 ⟶ 0


THE END

耦合电感的连接及去耦等效

连接方式： 串联、并联和三端联接

去耦等效： 将耦合电感用无耦合的等效电路去等效，

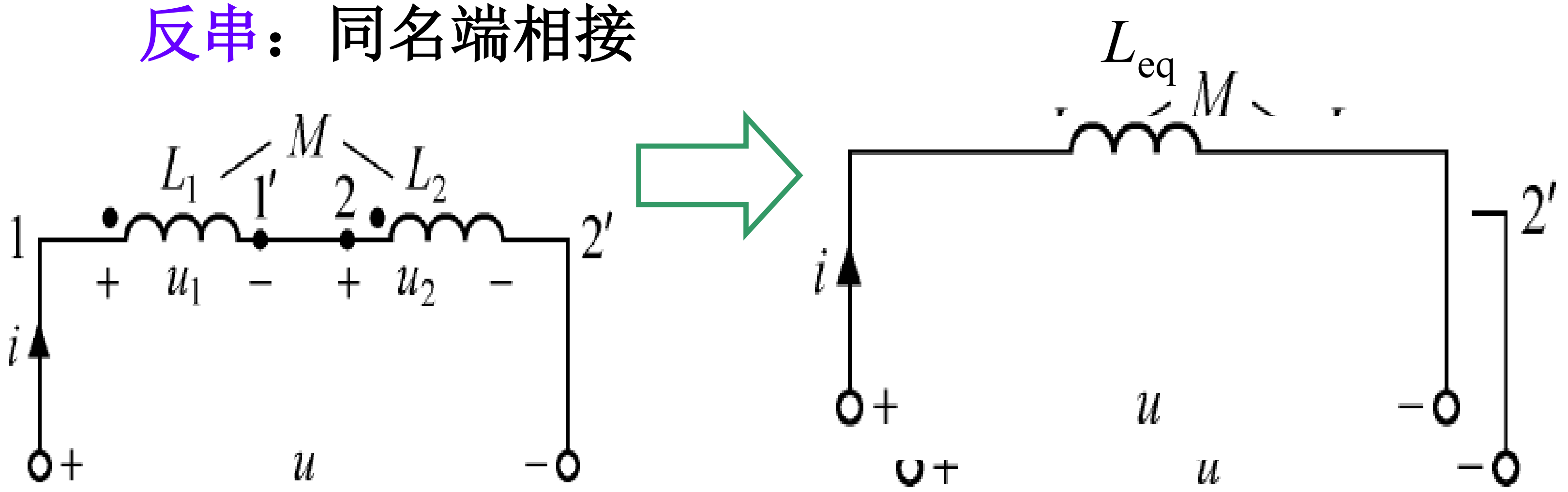
其结果是消除两线圈之间的互感**M**。

耦合电感的连接方式及去耦

1. 串联

顺串：异名端相接

反串：同名端相接



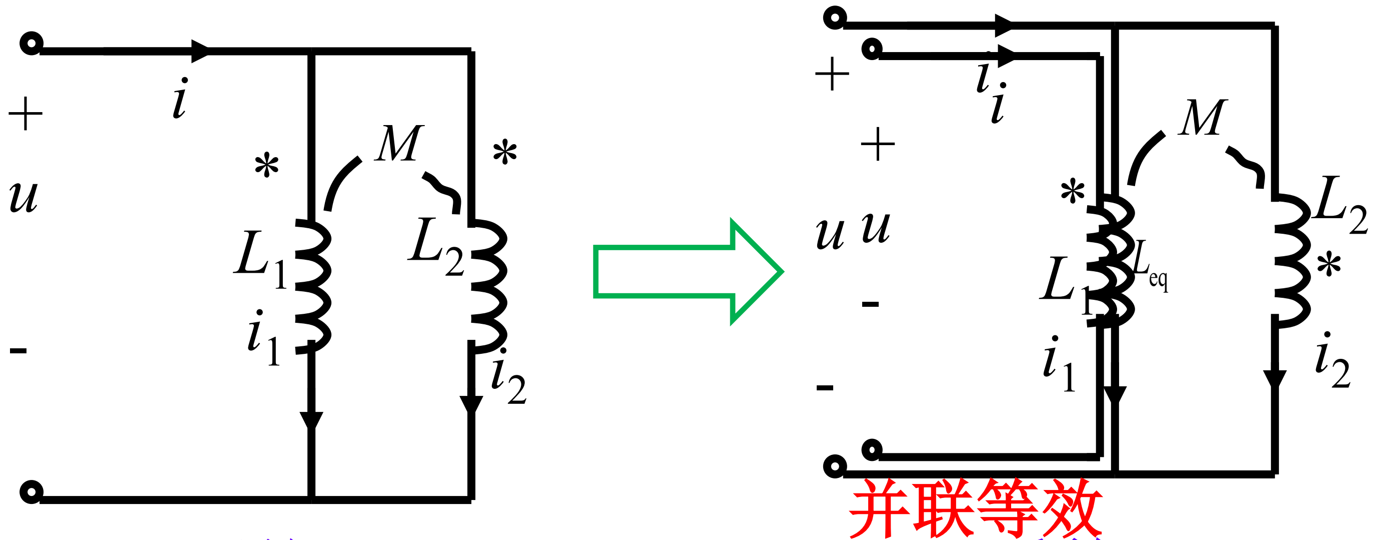
顺串　　　　反串

$$u = u_1 + u_2 = L_1\frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + 2M)\frac{di}{dt} = L_{eq}\frac{di}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$$

2. 并联　同侧并联 (顺并)：同名端两两相接

异侧并联 (反并)：异名端两两相接

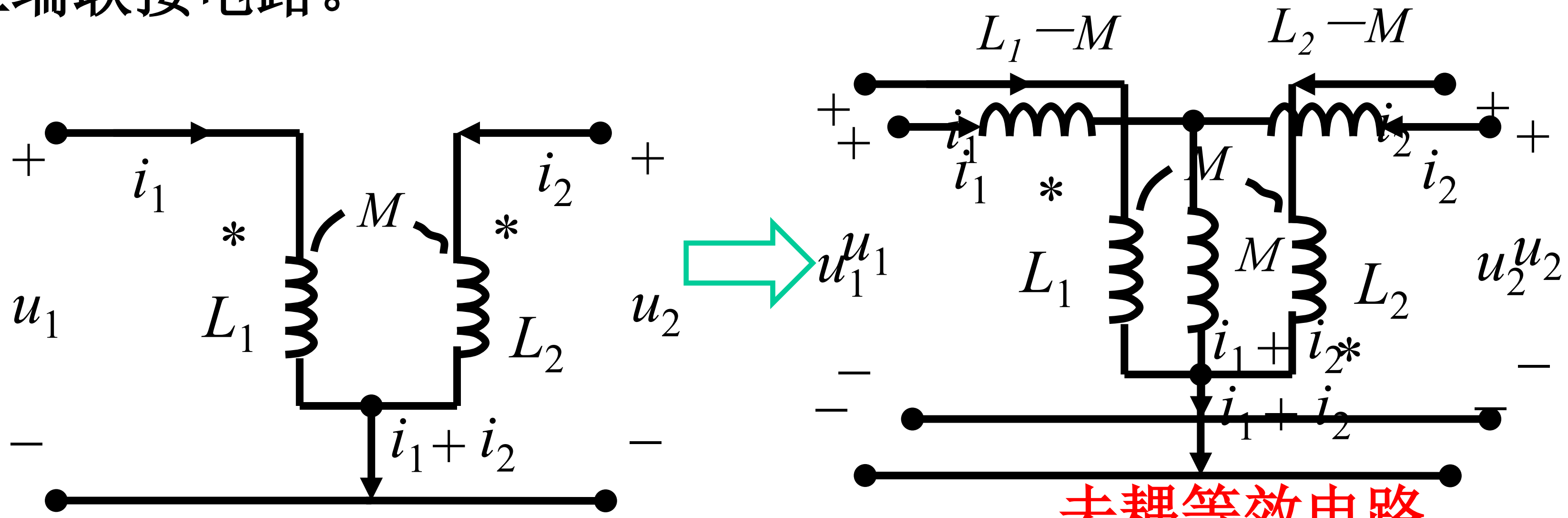


顺并　　反并

$$L_{eq}=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2+2M}$$

3. 三端连接

将耦合电感的两个线圈各取一端相联，就成了耦合电感的三端联接电路。



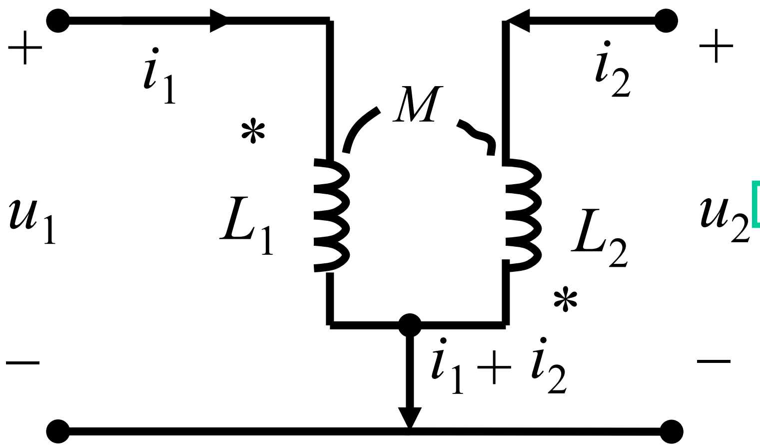
同名端相连

异名端相连

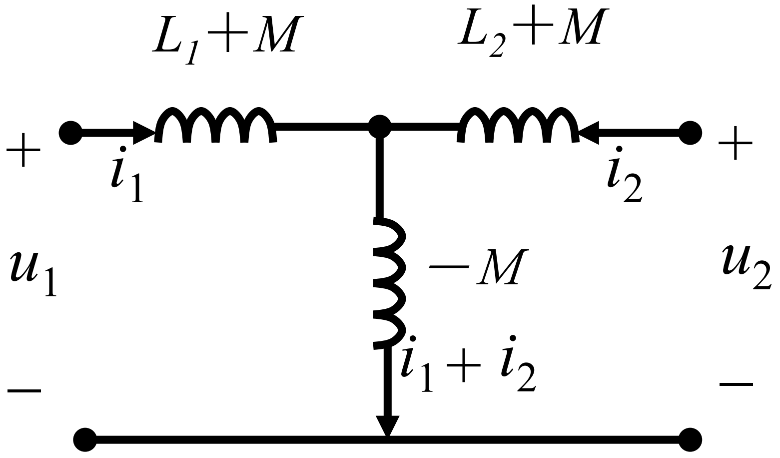
去耦等效电路

$$u_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} = (L_1 - M)\frac{di_1}{dt} + M\frac{d(i_1+i_2)}{dt}$$

$$u_2 = L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} = (L_2 - M)\frac{di_2}{dt} + M\frac{d(i_1+i_2)}{dt}$$



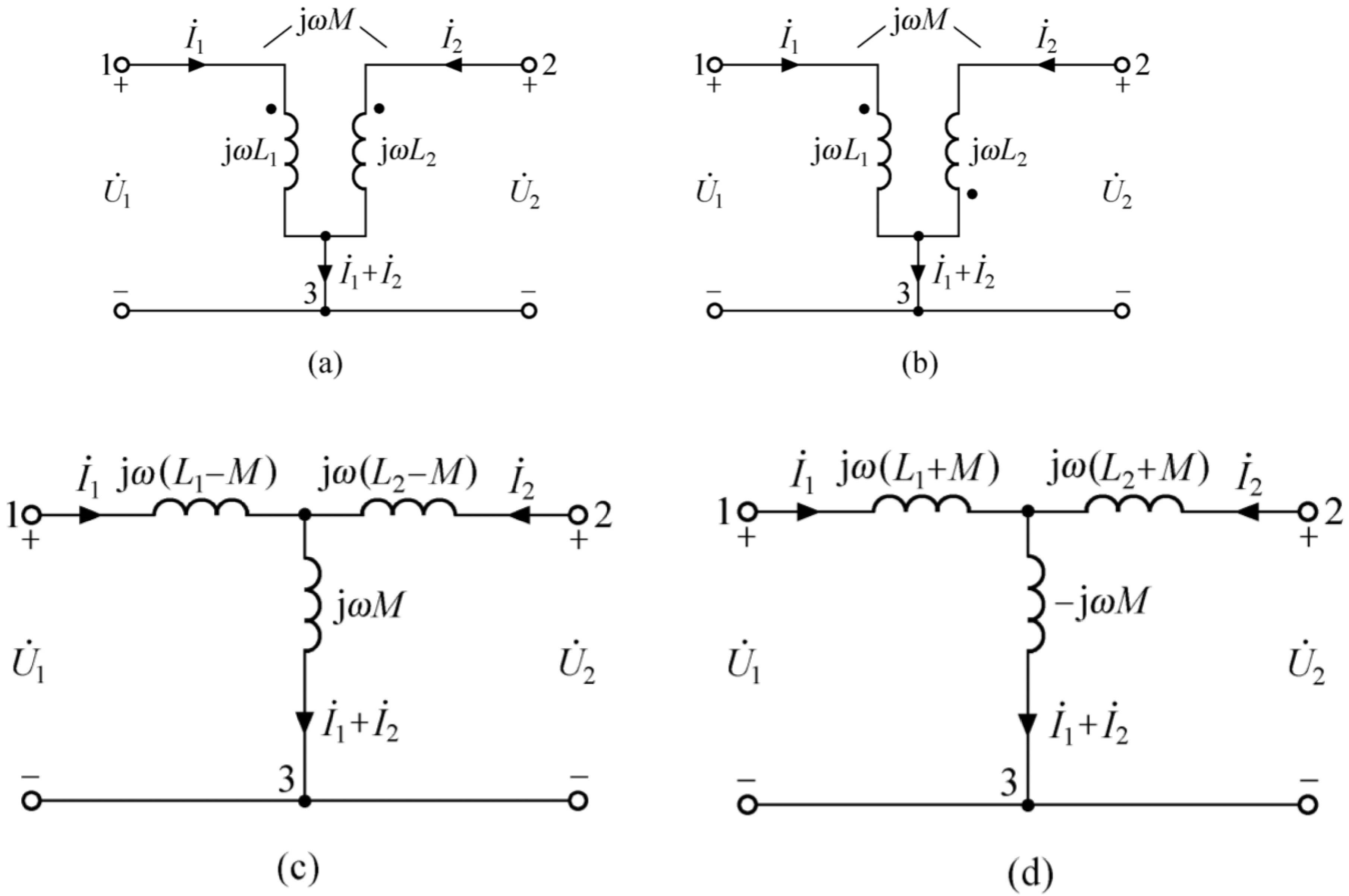
异名端相连



去耦等效电路

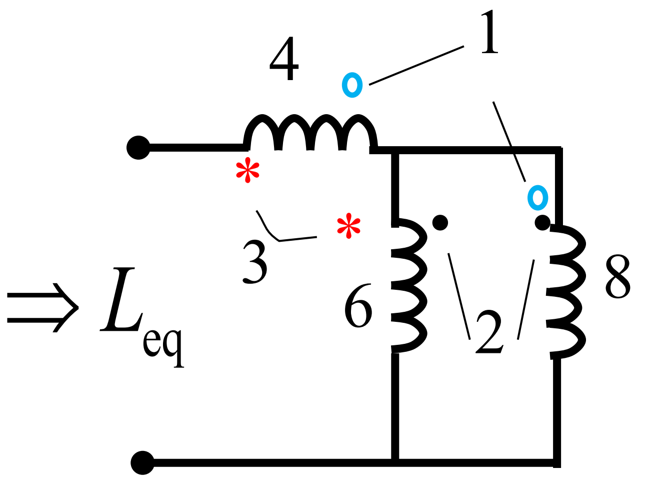
$$u_1 = L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = (L_1+M)\frac{di_1}{dt} - M\frac{d(i_1+i_2)}{dt}$$

$$u_2 = L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} = (L_2+M)\frac{di_2}{dt} - M\frac{d(i_1+i_2)}{dt}$$



(a)
(b)
(c)
(d)

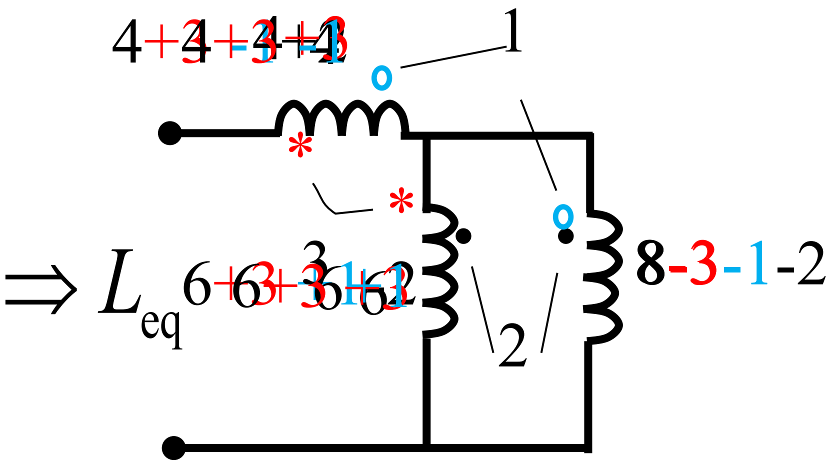
【例】求等效电感L_{eq}，各个电感元件的单位为H。



解：两两去耦,先去红色,

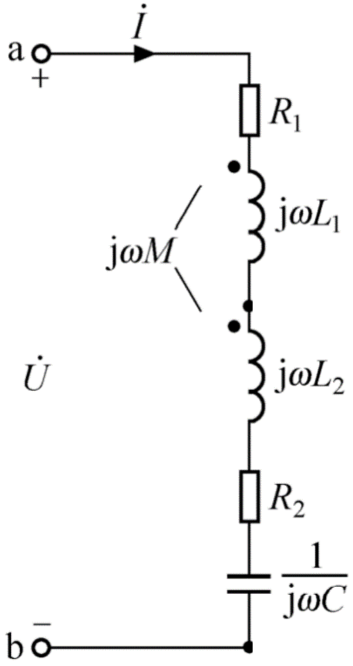
再去蓝色,

最后去黑色。



L_{eq}=8+1.6=9.6 H

【例 9-2】 在如图 9-12（a）所示的电路中，已知 $R_1=6\Omega$，$R_2=6\Omega$，$\dfrac{1}{\omega C}=12\Omega$，$\omega L_1=4\Omega$，$\omega L_2=12\Omega$，$\omega M=6\Omega$，$\dot U=80\angle 0°\text{V}$，试求当开关打开和闭合时的电流 $\dot I$。



解：1.当开关打开时候，电路中的耦合电感顺串，ab端等效阻抗Z

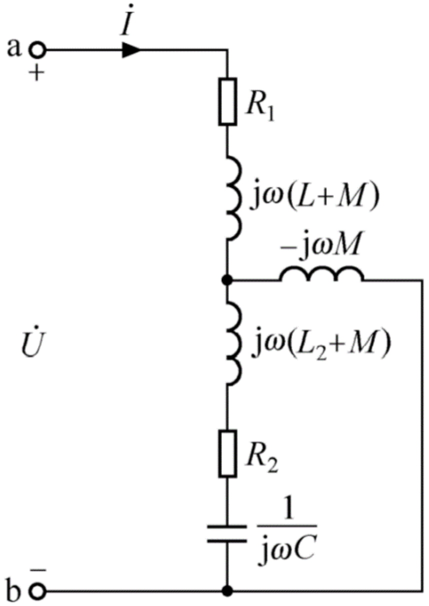
$$Z=R_1+R_2+j\omega(L_1+L_2+2M)+\frac{1}{j\omega C}$$

$$=6+6+j(4+12+12)-j12$$

$$=12+j16\Omega$$

$$\dot I=\frac{\dot U}{Z}=\frac{80\angle 0°}{12+j16}=\frac{80\angle 0°}{20\angle 53.1°}=4\angle-53.1°\text{A}$$

2.当开关闭合时，电路中的耦合电感作三端连接，其三端去偶等效电路为：



$$Z'=R_1+j\omega(L_1+M)+\frac{-j\omega M\left[R_2+j\omega(L_2+M)+\dfrac{1}{j\omega C}\right]}{-j\omega M+R_2+j\omega(L_2+M)+\dfrac{1}{j\omega C}}$$

$$=6+j10+\frac{-j6\times(6+j6)}{-j6+6+j6}=6+j10+\frac{-j6\times(6+j6)}{6}$$

$$=6+j10-j6+6=12+j4\Omega$$

$$\dot I=\frac{\dot U}{Z'}=\frac{80\angle 0°}{12+j4}=\frac{80\angle 0°}{4\sqrt{10}\angle 18.4°}=2\sqrt{10}\angle-18.4°\text{A}$$

小结：

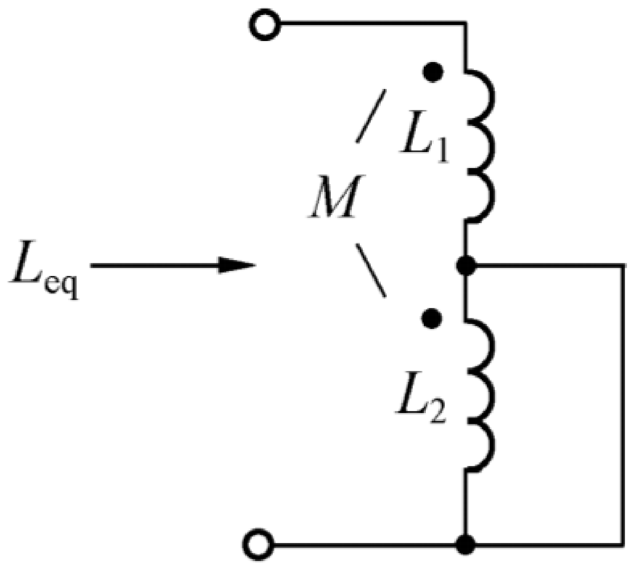
串联
$$L_{eq}=L_1+L_2\pm 2M$$

并联
$$L_{eq}=\frac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2\mp 2M}$$

三端连接
$$u_1=L_1\frac{di_1}{dt}\pm M\frac{di_2}{dt}=(L_1\mp M)\frac{di_1}{dt}\pm M\frac{d(i_1+i_2)}{dt}$$
$$u_2=L_2\frac{di_2}{dt}\pm M\frac{di_1}{dt}=(L_2\mp M)\frac{di_2}{dt}\pm M\frac{d(i_1+i_2)}{dt}$$

THE END

耦合电感 $L_1=6\text{H}$，$L_2=4\text{H}$，$M=2\text{H}$，



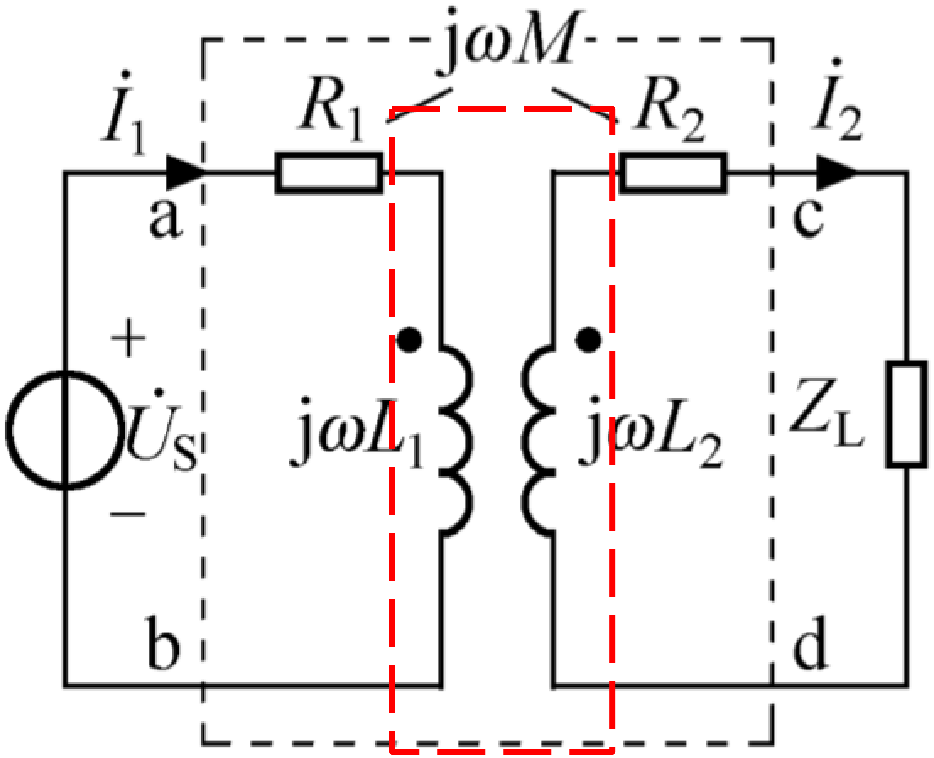
9-3 空芯变压器

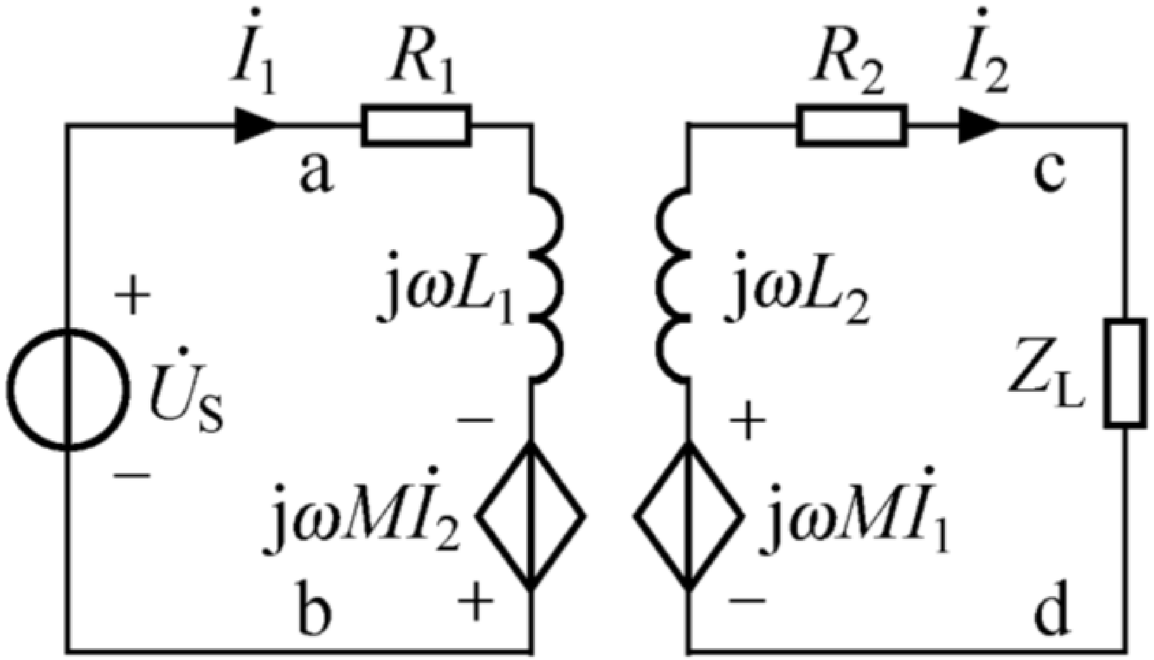
变压器是利用耦合线圈间的磁耦合来传输能量或信号的器件。通常有两个线圈。与电源相接的为初级(原边)线圈，与负载相接的为次级(副边)线圈。

习惯上，线圈绕在铁芯上，构成铁芯变压器，芯子是非铁磁材料，构成空芯变压器。铁芯变压器一般耦合系数接近1，属紧耦合，用于输配电设备，空芯变压器耦合系数一般较小，属松耦合，用于高频电路和测量仪器。

本节空芯变压器的电路分析是以耦合电感三端去耦基础上，结合正弦稳态电路来进行分析的。

空芯变压器电路相量模型



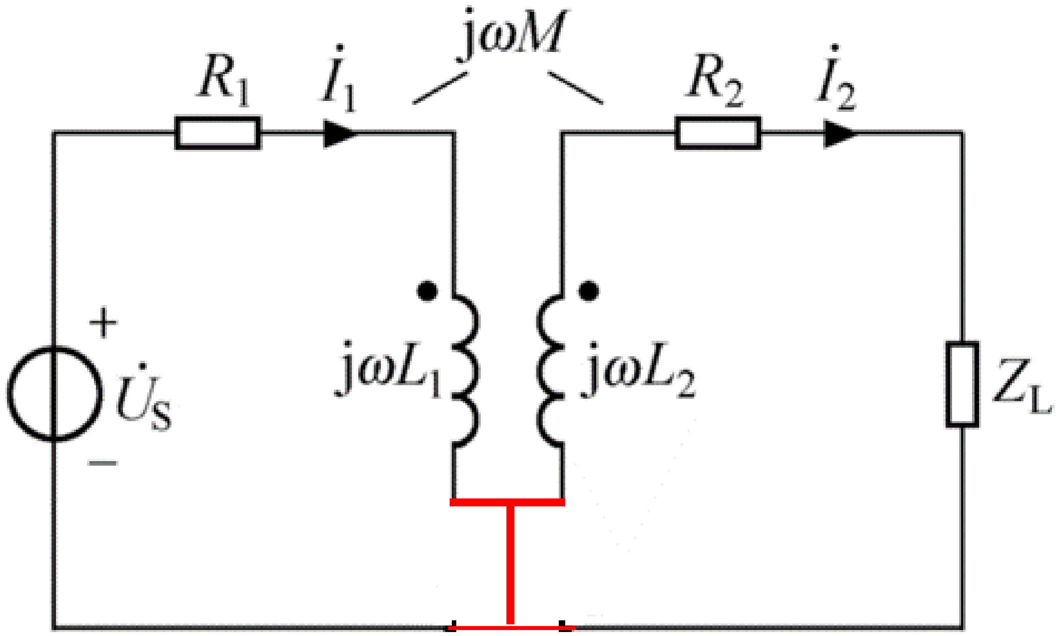


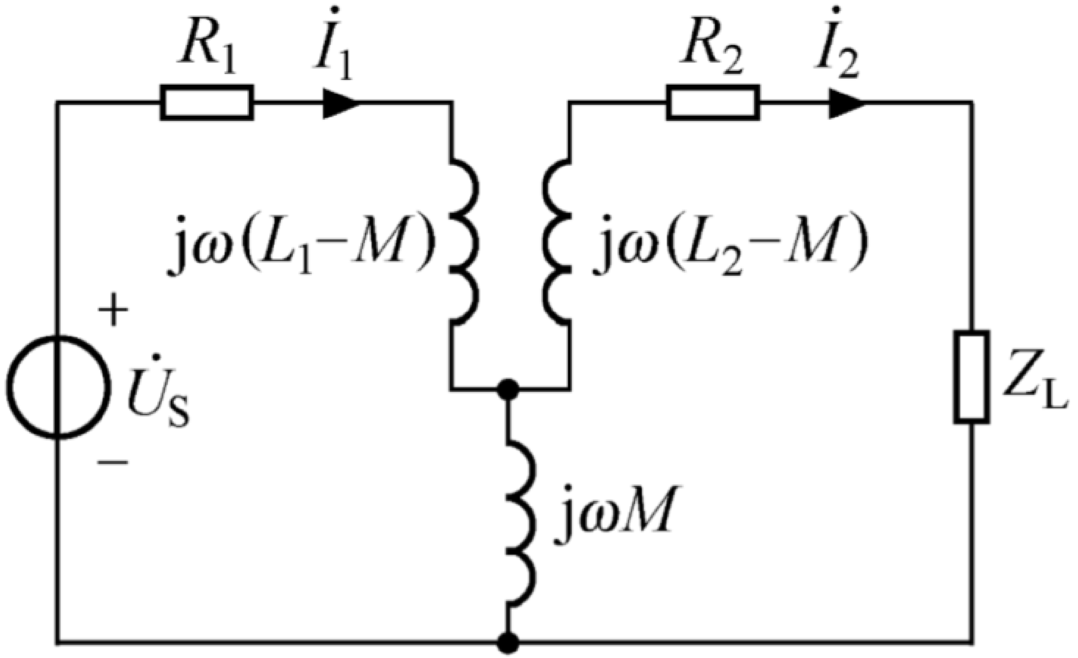
用受控源表示互感电压

R_1,R_2: 初、次级线圈的电阻

空芯变压器电路可用三端去耦等效电路来分析。

**（重点）

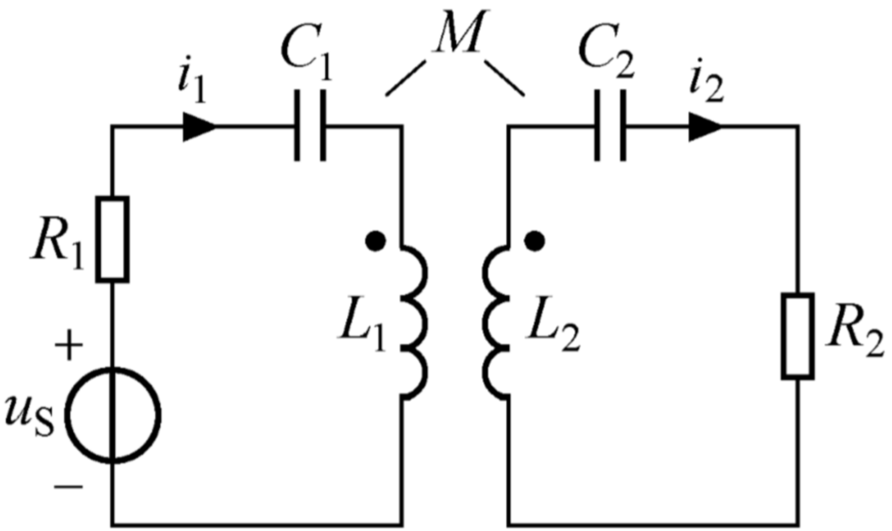


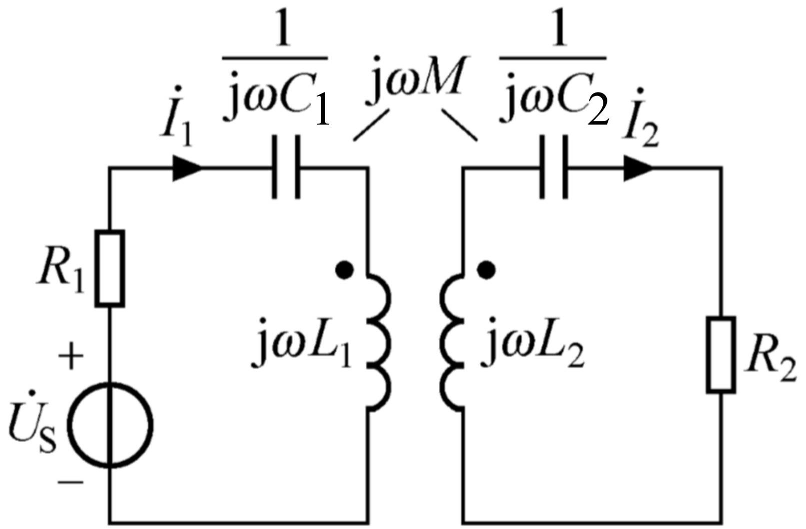


正弦稳态向量分析方法求解:

KVL,KCL.网孔法、节点法、戴维南定理、网络定理.....

【例 9-3】 空芯变压器电路如图 9-15(a) 所示，已知 $L_1 = 2\text{mH}$，$L_2 = 1\text{mH}$，$M = 0.2\text{mH}$，$R_1 = 9.9\Omega$，$R_2 = 40\Omega$，$C_1 = C_2 = 10\mu\text{F}$，$u_S(t) = 10\sqrt{2}\cos 10^4 t\text{V}$。试求次级回路电流 $i_2(t)$。

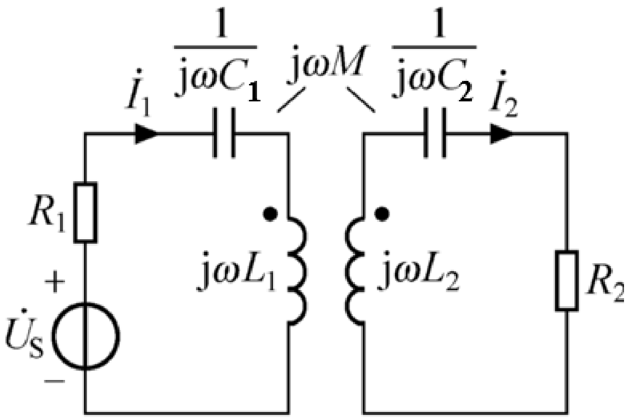




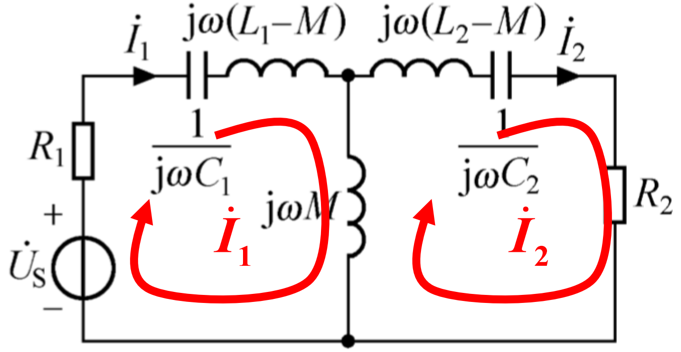
解：作出相量模型

$$\dot{U}_S = 10\angle 0^\circ \ \text{V}$$

【例 9-3】 空芯变压器电路如图 9-15(a) 所示，已知 $L_1 = 2\text{mH}$，$L_2 = 1\text{mH}$，$M = 0.2\text{mH}$，$R_1 = 9.9\Omega$，$R_2 = 40\Omega$，$C_1 = C_2 = 10\mu\text{F}$，$u_S(t) = 10\sqrt{2}\cos 10^4 t\text{V}$。试求次级回路电流 $i_2(t)$。



三端去耦等效：



$$\left.\begin{array}{l}(9.9+j10)\dot{I}_1 - j2\dot{I}_2 = 10\angle 0^\circ \\ -j2\dot{I}_1 + 40\dot{I}_2 = 0\end{array}\right\}$$

解一、网孔法：

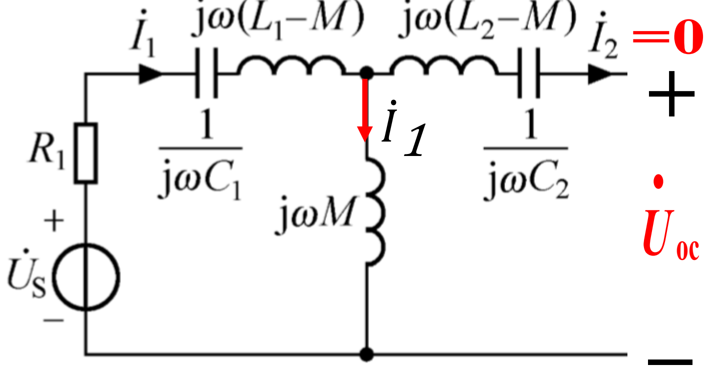
$$\left.\begin{array}{l}\left(R_1 + j\omega L_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1}\right)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 = \dot{U}_S \\ -j\omega M\dot{I}_1 + \left(R_2 + j\omega L_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2}\right)\dot{I}_2 = 0\end{array}\right\}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j20}{400+j400} = \frac{1}{20\sqrt{2}}\angle 45^\circ\text{A}$$

$$i_2(t) = 0.05\cos(10^4 t + 45^\circ)\ \text{A}$$

解二、戴维南定理求解

1) 三端去耦等效，移去待求支路R_2。



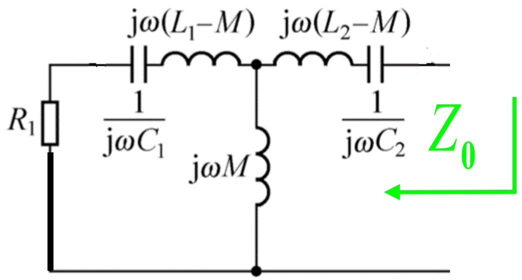
2)求开路电压 $\dot U_{oc}$

$$\dot I_1=\frac{\dot U_S}{R_1+\dfrac{1}{j\omega C}+j\omega(L_1\text{-}M)+j\omega M}=\frac{\dot U_S}{R_1+\dfrac{1}{j\omega C}+j\omega L_1}$$

$$=\frac{10}{9.9+10j}\text{A}$$

$$\dot U_{OC}=j\omega M\dot I_1=\frac{20j}{9.9+10j}\text{V}$$

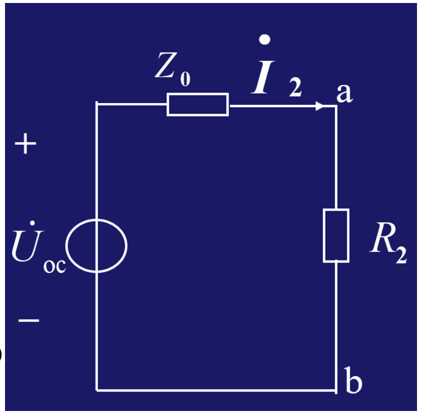
3)求等效阻抗Z_o



$$Z_o=j\omega M//[R_1+\frac{1}{j\omega C_1}+j\omega(L_1-M)]+j\omega(L_1-M)+\frac{1}{j\omega C_2}$$

$$=\frac{4}{9.9+10j}\Omega$$

4)等效戴维南电路接回R_2

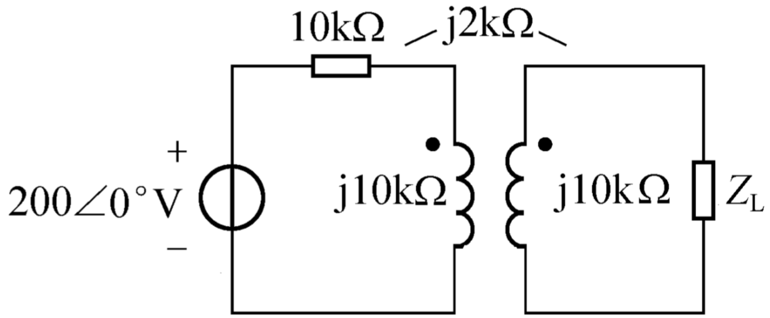


$$\dot I_2=\frac{\dot U_{oc}}{Z_o+R_2}=\frac{1}{20\sqrt{2}}\angle 45°$$

$$i_2(t)=0.05\cos(10^4 t+45°)\ \text{A}$$

在涉及到含有空芯变压器的求最大功率问题的时候，戴维南定理求解尤为方便！

9-11 在题图 9-11 所示电路中，试求 Z_L 为多大时可获得最大功率，它获得的最大功率又为多少？

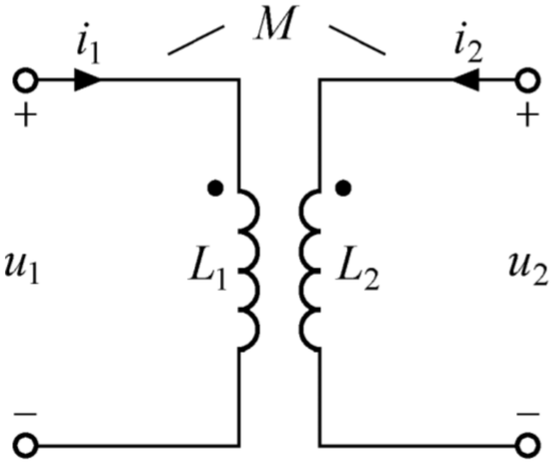


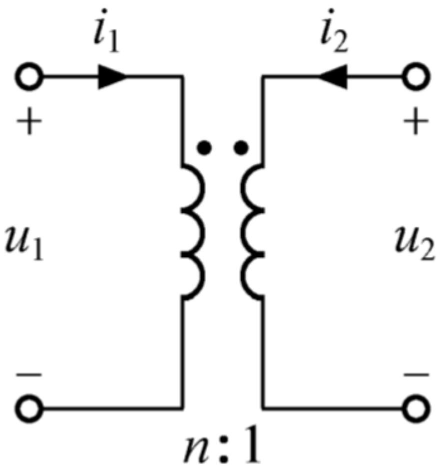
9-4 理想变压器和全耦合变压器

9-4-1 理想变压器伏安关系

理想变压器也是一种耦合元件。它是实际变压器在理想条件下的电路模型。

理想变压器可以看成是耦合电感在理想条件下的极限情况:





$$n = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

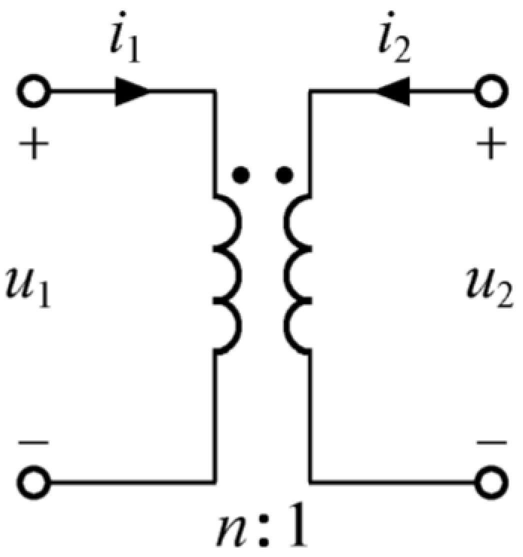
理想变压器的唯一参数是变比(或匝比): n

(1)耦合电感无损耗，即线圈是理想的;

(2)耦合系数k=1，即是全耦合 $M = \sqrt{L_1 L_2}$

(3)自感系数L_1和L_2 均为无限大，但 L_1 / L_2等于常数， 互感系数 $M = \sqrt{L_1 L_2}$ 也为无限大。

理想变压器的电路符号如下图，在如图同名端、电压和电流参考方向下，理想变压器的伏安关系（VCR）为：



$$\frac{u_1}{u_2} = n$$

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{1}{n}$$

理想变压器特点：

1.理想变压器具有变换电压、电流的作用。

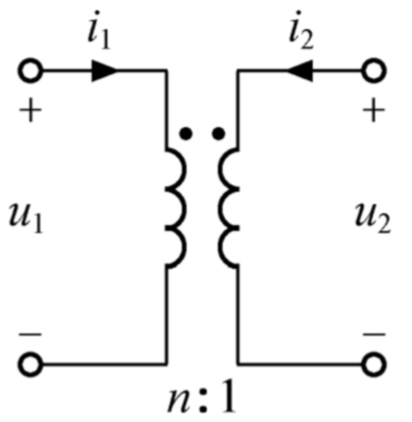
$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = (nu_2)(-\frac{1}{n} i_2) + u_2 i_2 = 0$$

2.理想变压器既不耗能，也不储能。

指出:理想变压器VCR与线圈电压,电流参考方向及同名端位置有关.

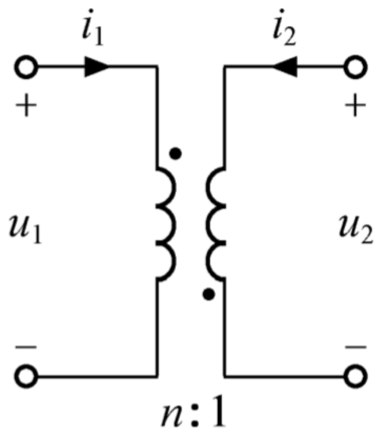
规则:1）判断电压：当理想变压器初,次级线圈电压u_1,u_2正极为同名端时,初、次级电压比等于正的匝比n,否则为负值;

2）判断电流：当初次级电流i_1,i_2从异名端流入,则初、次级电流比等于正的匝比的倒数1/n,否则为倒数的负数.



$$\frac{u_1}{u_2}=n$$

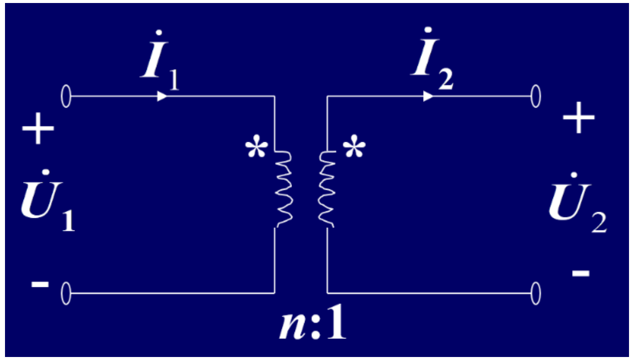
$$\frac{i_1}{i_2}=-\frac{1}{n}$$



$$\frac{u_1}{u_2}=-n$$

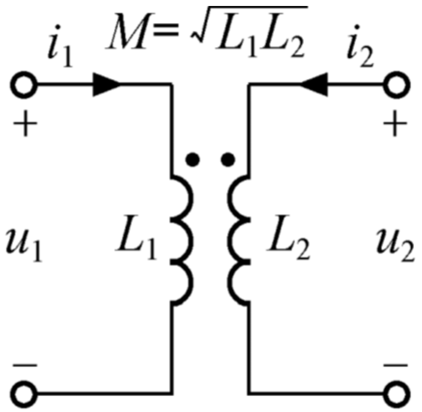
$$\frac{i_1}{i_2}=\frac{1}{n}$$

对于正弦稳态电路，同样适用

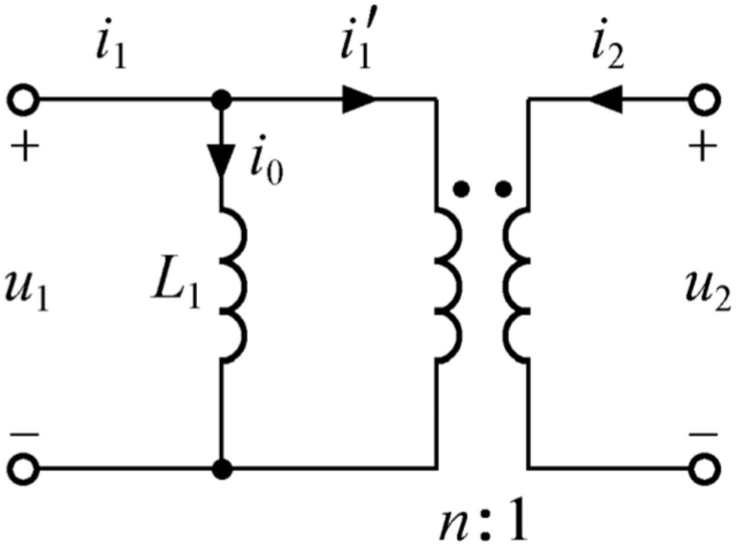


全耦合变压器的电路模型

实际铁芯变压器一般更易满足前两个条件，而不满足第三个条件（L1和L2无穷大），那就是全耦合变压器。



（b）



（c）

$$n=\frac{N_1}{N_2}=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

全耦合变压器=电感L1//理想变压器

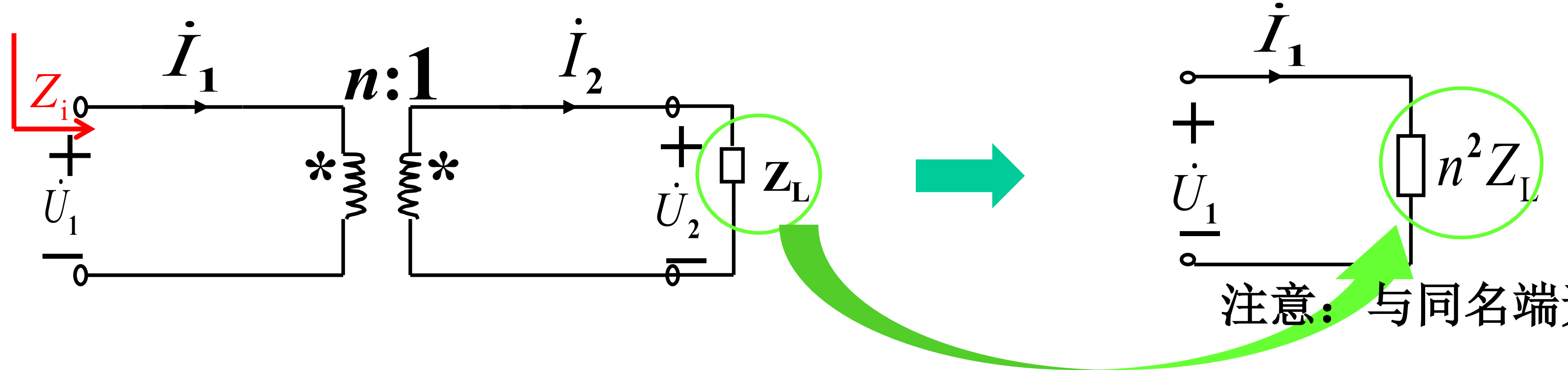
9-4-2 理想变压器的阻抗变换

由理想变压器的伏安关系可知，它除了可以以n倍的关系变换电压、电流外，还可以有n^2倍的关系变换阻抗。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}&=n\\ \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}&=\frac{1}{n}\end{aligned}\right\}$$

从初级看进去的等效阻抗为

$$Z_i=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=\frac{n\dot{U}_2}{\frac{1}{n}\dot{I}_2}=n^2\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}=n^2Z_L$$

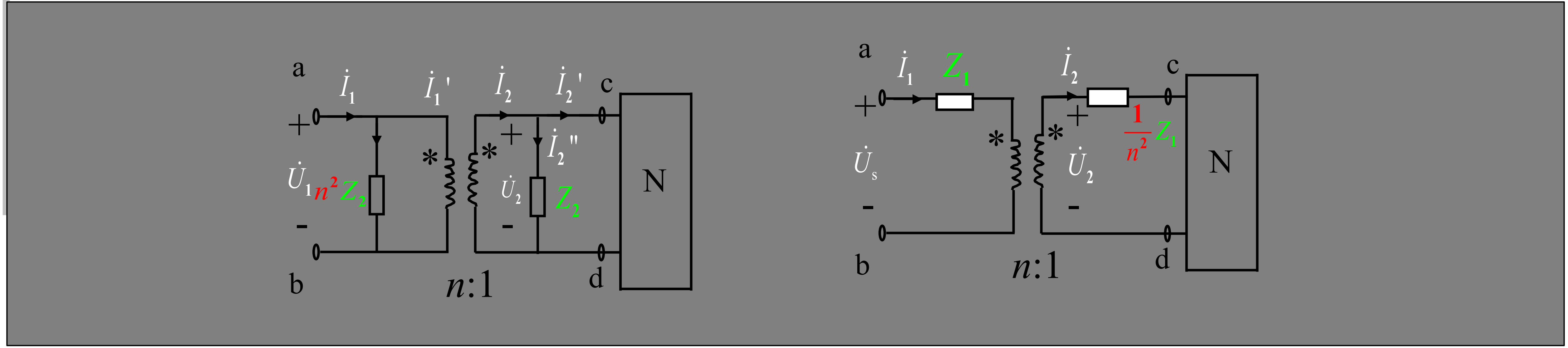


注意：与同名端无关

上述“搬移”阻抗的方法还可以进一步推广

（1）串、并联阻抗可从初次级来回搬移

（a）并联阻抗从次级搬移到初级　(b)串联阻抗从初级搬移到次级



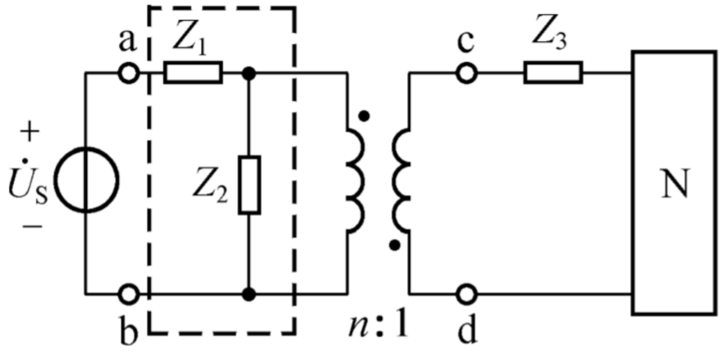
总之，初次级阻抗可以来回搬移。

次级搬移到初级，阻抗要乘以n^2;

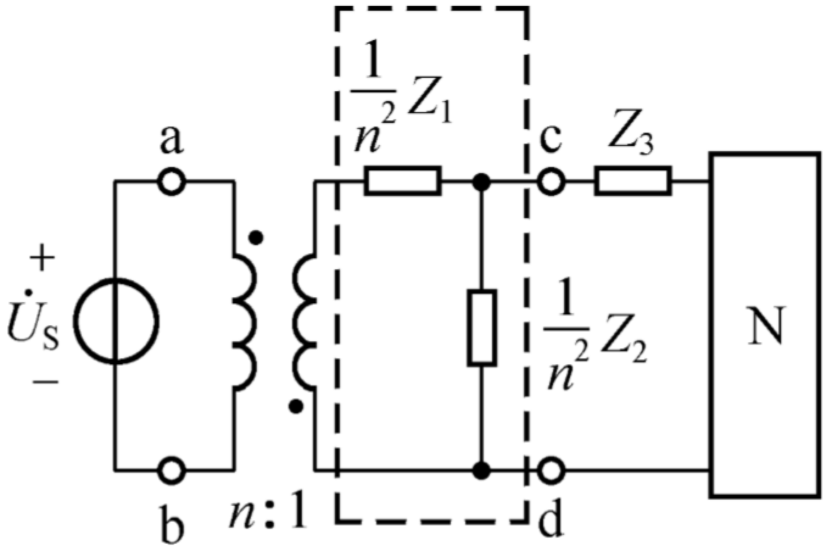
初级搬移到次级，阻抗要乘以$1/n^2$.

串、并联关系保持不变。

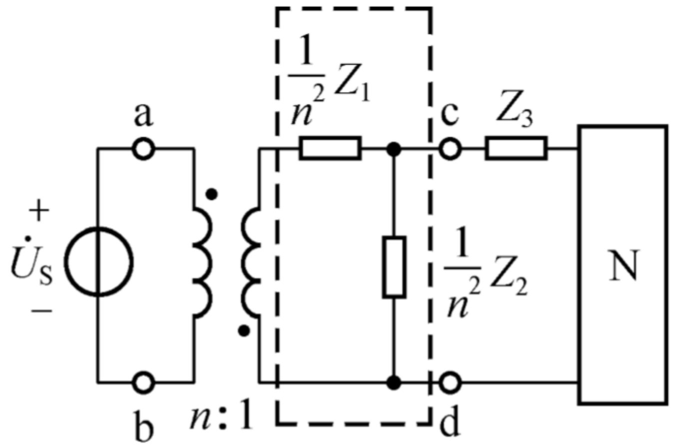
利用阻抗的来回搬移，能使问题简化。例如：

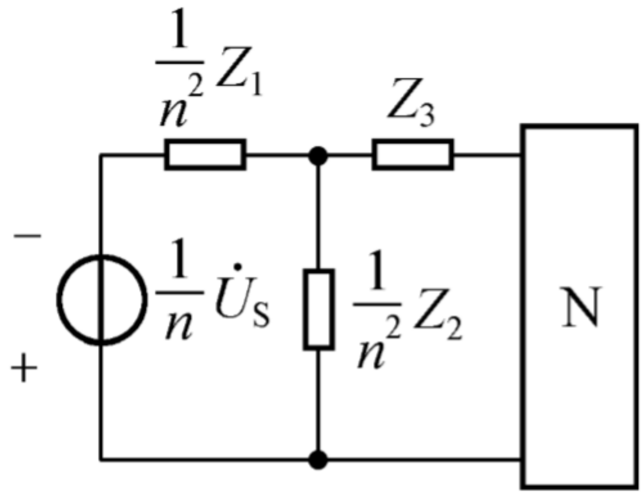


简化为



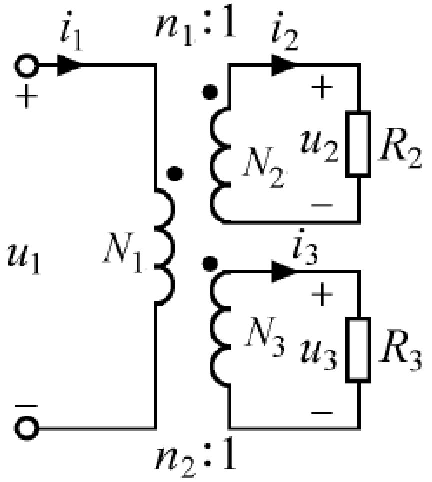
电源也可以“搬移”。不过，电源搬移与同名端有关。

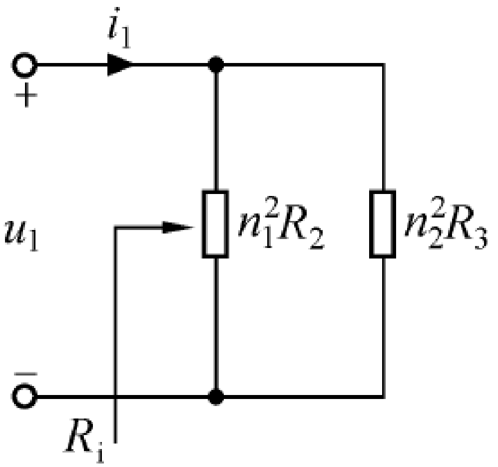




此时，简化成没有变压器的电路。

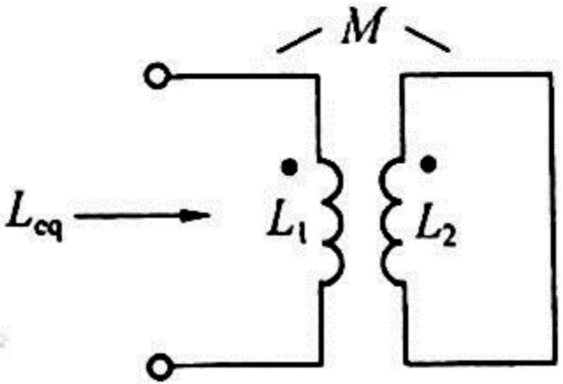
(2)理想变压器还可由一个初级线圈与多个次级线圈构成。





有多个次级线圈时，次级阻抗可以一个一个地搬移。

$$R_i = \frac{(n_1{}^2 R_2)(n_2{}^2 R_3)}{n_1{}^2 R_2 + n_2{}^2 R_3} = n_1{}^2 R_2 // n_2{}^2 R_3$$



含理想变压器电路的分析计算

一、含理想变压器电路的分析

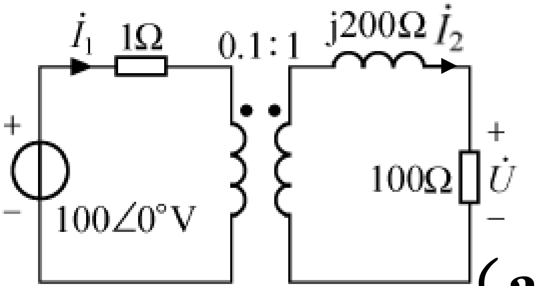
- 方法

1.利用理想变压器的变电压、变电流及变阻抗的变换特性求解。（标准形式的变压器）

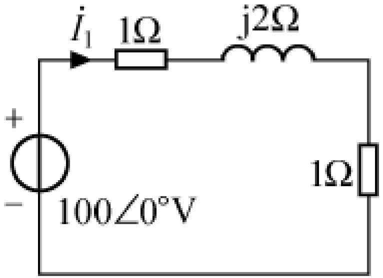
2.根据两类约束关系（KVL、KCL, VCR）或者由此导出的等效变换、一般分析法、电路定理求解。(不能用方法1的时候)

含理想变压器电路的计算举例

【例1】含理想变压器电路如图（a）所示，试求 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{U}$。



（a）



（b）

解： 由理想变压器的阻抗变换性，得图（b），则初级电流

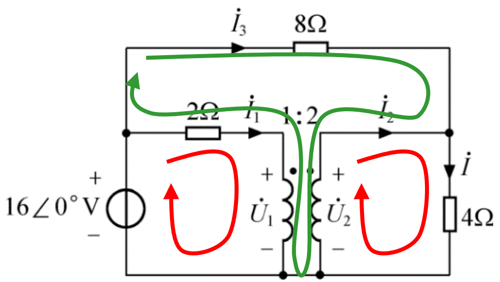
$$\dot{I}_1=\frac{100\angle 0^\circ}{1+j2+1}=25\sqrt{2}\angle-45^\circ\ \text{A}$$

次级电流 $\dot{I}_2=n\dot{I}_1=2.5\sqrt{2}\angle-45^\circ\ \text{A}$

$$\dot{U}=100\dot{I}_2=250\sqrt{2}\angle-45^\circ\ \text{V}$$

$$\therefore \dot{I}_1=25\sqrt{2}\angle-45^\circ\ \text{A}\quad \dot{U}=250\sqrt{2}\angle-45^\circ\ \text{V}$$

【例2】电路如图所示，试求电流相量 $\dot{I}_2$ 和电压相量 $\dot{U}_2$



非标准形式

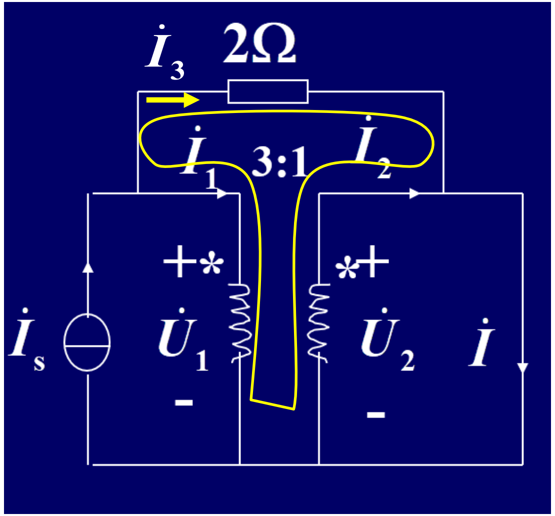
变压器 VCR $\begin{cases} \dot{I}_1 = 2\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = 2\dot{U}_1 \end{cases}$

KCL $\dot{I} = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

$$\text{KVL} \begin{cases} -16\angle 0° + 2\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = 0 \\ 4\dot{I} - \dot{U}_2 = 0 \\ 8\dot{I}_3 + \dot{U}_2 - \dot{U}_1 - 2\dot{I}_1 = 0 \end{cases}$$

联立方程可求得 $\dot{I}_2 = 2.5\angle 0°\text{A}$，$\dot{U}_2 = 6\angle 0°\ \text{V}$

例 已知$\dot{I}_s = 6\angle 0° \mathrm{A}$，求$\dot{I}$



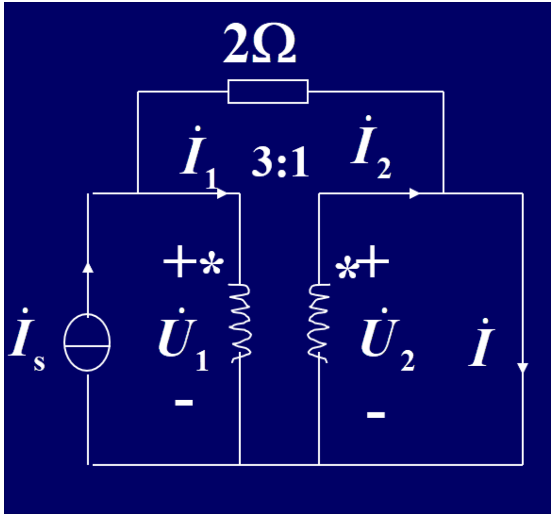
解：运用VCR：

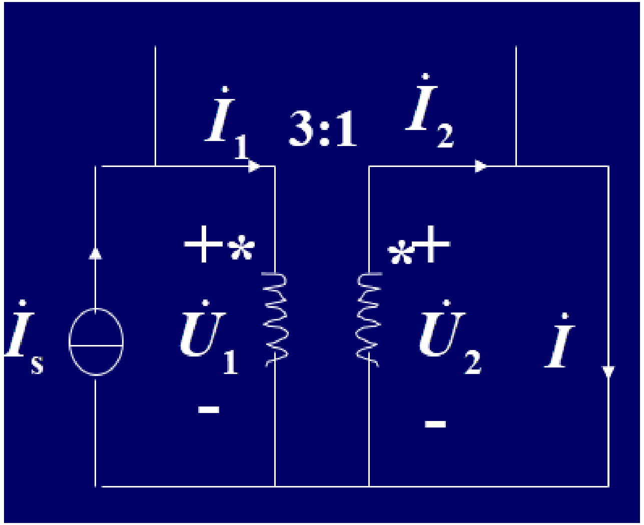
$$\because \dot{U}_2 = 0 \qquad \therefore \dot{U}_1 = n\dot{U}_2 = 0$$

$$\dot{U}_2 - \dot{U}_1 + 2\dot{I}_3 = 0$$

$$\dot{I}_3 = 0$$

2Ω支路相当开路

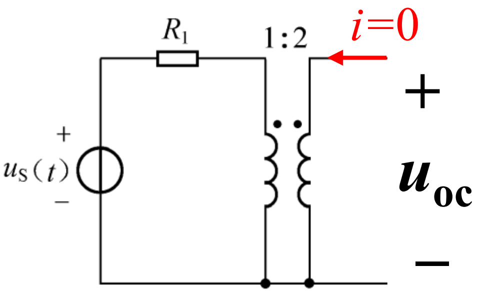




$$\dot I_1 = \dot I_S = 6\angle 0^\circ\ \text{A}\ , \dot I_2 = \dot I = 3\dot I_1 = 18\angle 0^\circ \text{A}$$

【例3】含理想变压器电路如图（a）所示，已知：

$R_1 = 2\Omega$ ， $R_2 = 12\Omega$ ， $L = 0.1\text{H}$， $u_S(t) = \varepsilon(t)\text{V}$。求：$u_{ab}(t)$。



（a）

解：由戴维南定理，将ab支路断开，得

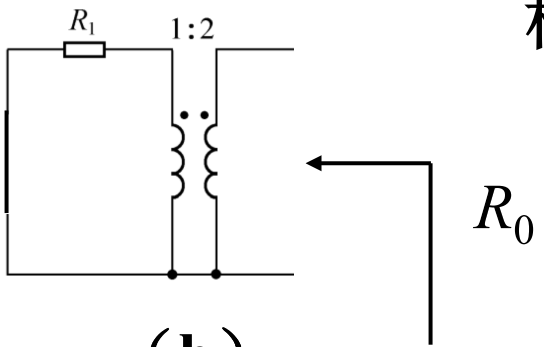
n=1/2

$$u_{oc} = 2u_S(t) = 2\varepsilon(t)$$

将$u_S(t)$置零，求戴维南等效电阻 R_0

【例3】含理想变压器电路如图（a）所示，已知：

$R_1 = 2\Omega$ ， $R_2 = 12\Omega$ ， $L = 0.1\text{H}$， $u_S(t) = \varepsilon(t)\text{V}$ 。**求：** $u_{ab}(t)$ 。



（b）

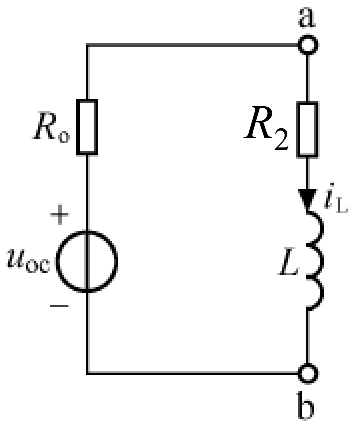
根据理想变压器阻抗搬移特性

得： $R_0 = \dfrac{1}{n^2} R_1 = 4R_1 = 8\Omega$

【例3】含理想变压器电路如图（a）所示，已知：

$R_1=2\Omega$ ， $R_2=12\Omega$ ， $L=0.1\text{H}$， $u_S(t)=\varepsilon(t)\text{V}$ 。**求：** $u_{ab}(t)$ 。

等效电路如图（c）,为一阶电路，**0-**电路图可知电路的初始状态为零，由三要素法，得



（c）

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$$

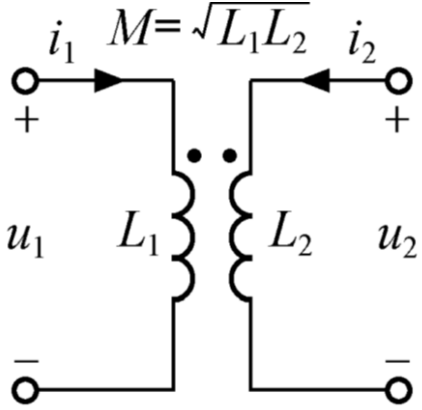
$$u_{ab}(0^+)=2\text{V} \quad u_{ab}(\infty)=\frac{R_2}{R_0+R_2}\times 2=1.2\text{V}$$

$$\tau=\frac{L}{R_0+R_2}=\frac{0.1}{12+8}=\frac{1}{200}\text{s}$$

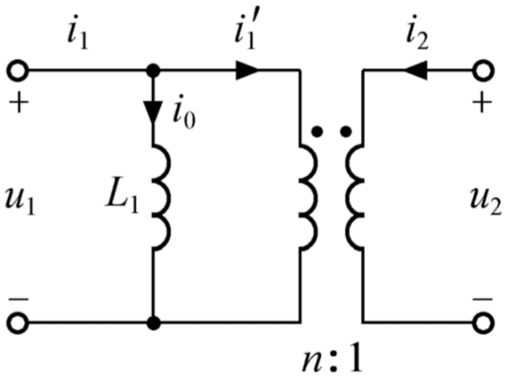
$$u_{ab}(t)=(1.2+0.8e^{-200t})\varepsilon(t)\text{V}$$

* 电路定理、电路的一般分析法均可用于含理想变压器分析。

9-5 全耦合变压器电路分析



（b）

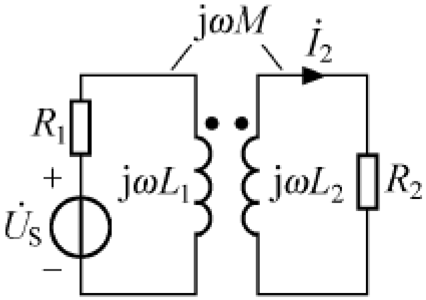


（c）

$$n = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

全耦合变压器＝电感L1//理想变压器

【例6】电路如图（a）所示，已知：$\omega L_1 = 2\Omega$，$\omega L_2 = 8\Omega$，$\omega M = 4\Omega$，$R_1 = 1\Omega$，$R_2 = 8\Omega$，$\dot{U}_S = 4\angle 0^\circ V$。求 $\dot{I}_2$。



（a）

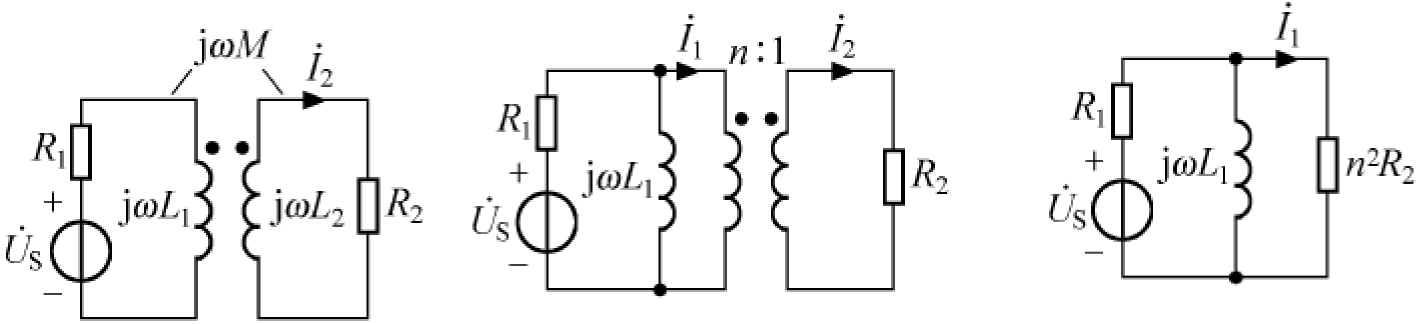
解： 由于：$k = \dfrac{\omega M}{\sqrt{\omega L_1 \times \omega L_2}} = \dfrac{4}{\sqrt{2\times 8}} = 1$

此为全耦合变压器，其中

$$n = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{\frac{\omega L_1}{\omega L_2}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = 0.5$$

【例6】电路如图（a）所示，已知： $\omega L_1 = 2\Omega$ ，$\omega L_2 = 8\Omega$ ，$\omega M = 4\Omega$ ，$R_1 = 1\Omega$ ，$R_2 = 8\Omega$ ，$\dot{U}_S = 4\angle 0^{\circ} V$ 。**求** $\dot{I}_2$ 。

则可将图（a）等效为图（b）再将次级折合到初级得图（c）



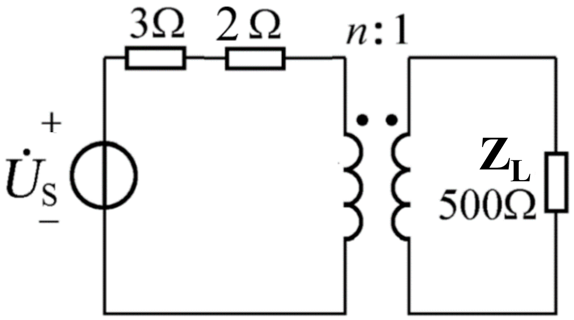
（a）　　**（b）**　　**（c）**

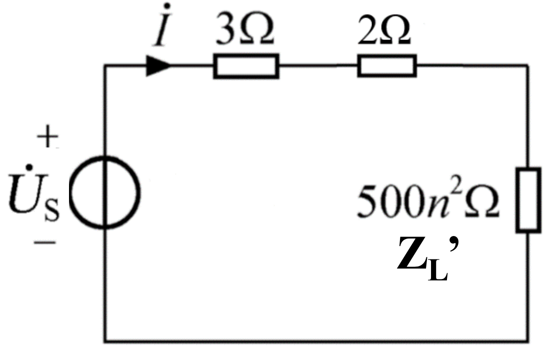
由图（c）： $\dot{I}_1 = \dfrac{4\angle 0^{\circ}}{1+(j2//2)} \times \dfrac{j2}{2+j2} = 1.26\angle 18.4^{\circ}\ \text{A}$　$\dot{I}_2 = n\dot{I}_1 = 0.63\angle 18.4^{\circ}\ \text{A}$

9-4-4含理想变压器的最大功率（阻抗匹配，模匹配）

例4在如图所示电路中，已知 $\dot{U}_S = 220\angle 0°V$

求n=?时，负载电阻Z_L与电源达到最大功率匹配？此时，负载Z_L获得的最大功率为多少？



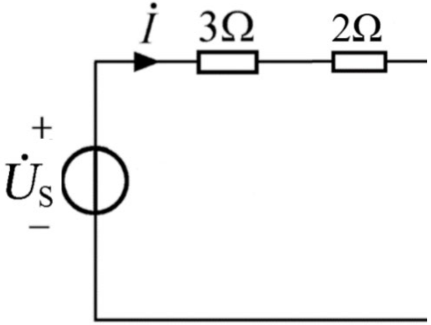


解：将次级电阻搬移到初级

此时要求负载Z_L获得的最大功率，即为Z_L’=$500n^2$电阻获得的最大功率。

把$Z_L'=500n^2$拿走，求剩下二端网络的戴维南等效电路：

$\dot{U}oc=\dot{U}s = 220\angle 0°V$ $Z_0=3+2=5\Omega$



根据最大功率匹配条件有

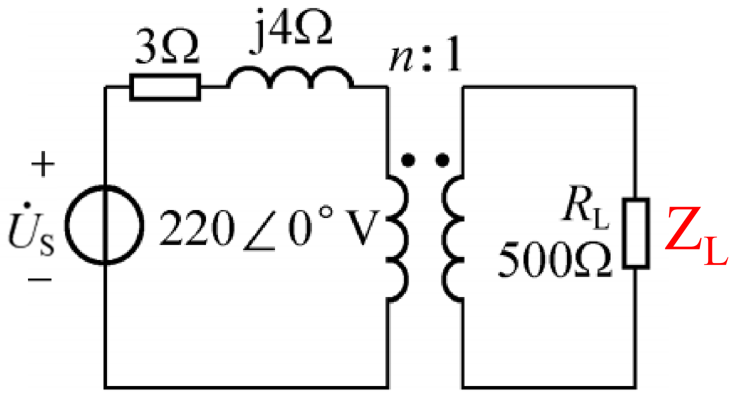
$$500n^2 = \overset{*}{Z}_0 = 5 \qquad n = \sqrt{\frac{5}{500}} = 0.1$$

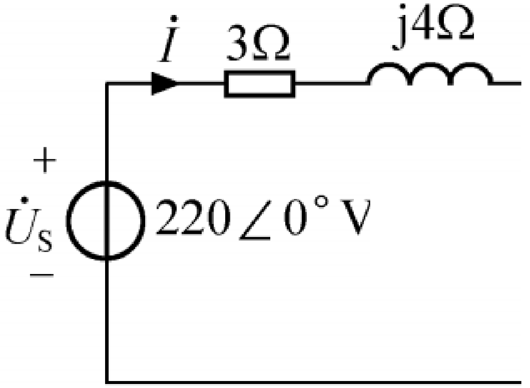
时，达到最大功率匹配。

负载获得的功率：

$$P_{max} = \frac{U_{oc}^{\ 2}}{4R_0} = 2420\ \text{W}$$

例5 含有理想变压器的正弦稳态电路





要使负载R_L（Z_L)获得最大功率，$n=?, P_{max}=?$

解：将次级阻抗搬移到初级

Z_L’达到最大功率即Z_L达到最大功率。

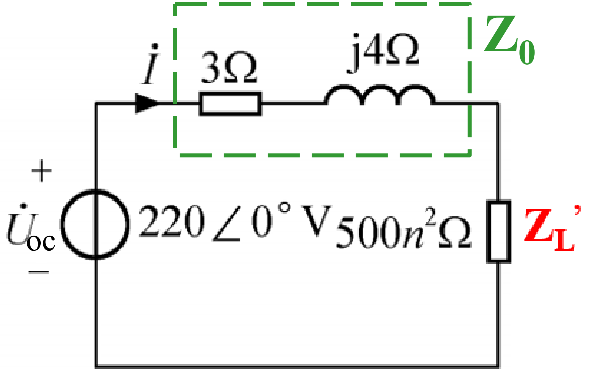
把负载Z_L’拿走，求剩下二端网络的戴维南等效电路

$$\dot{U}oc=\dot{U}s=220\angle 0°V$$

$$Z_0=3+j4\ \Omega$$

根据正弦稳态电路最大功率条件，需要Z_L'和Z_0达到共轭匹配。

$Z_L' = 500n^2$与$Z_0 = 3 + j4\Omega$ 不可能达到共轭匹配。

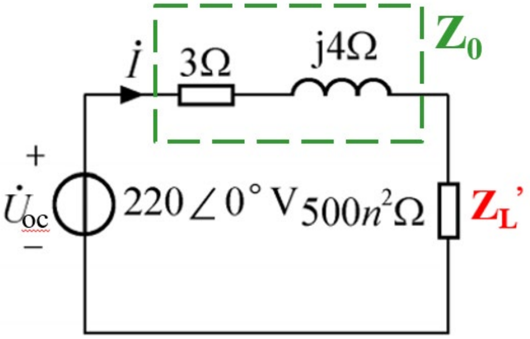


要使P达到最大，必须 $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}(|Z_L'|)} = 0$，即$|Z_L'| = |Z_0|$

这时，负载获得最大功率。这种情况称为“模匹配”。模匹配时负载中电阻吸收的功率一般比达到共扼匹配时的功率小。

$$|Z_L'| = 500n^2 = |Z_0| = \sqrt{3^2+4^2} = 5 \qquad n = 0.1$$

这是，Z_L’达到最大功率.



最大功率求解如下：

注意：模匹配不能用公式$P_{max} = \dfrac{U_{oc}^2}{4R_0}$求解。

$$Z_L' = 500n^2 = 5\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{200\angle 0°}{Z_0 + Z_L'} = \frac{200\angle 0°}{3+4j+5} = 11\sqrt{5}\angle -26.6°\,\mathrm{A}$$

$$P = I^2 \times Z_L' = (11\sqrt{5})^2 * 5 = 3025\mathrm{W}$$

电阻电路

1. 负载R_L拿走
2. 戴维南定理求二端网络u_{oc}和R_0
3. $R_L=R_0$, $P_{max}=\dfrac{u_{oc}^2}{4R_0}$ 电阻匹配

求解R_0或Z_0时，电路有受控源，加压求流法；无受控源，串并联法。

最大功率传输定理

空芯变压器 → 三端去耦

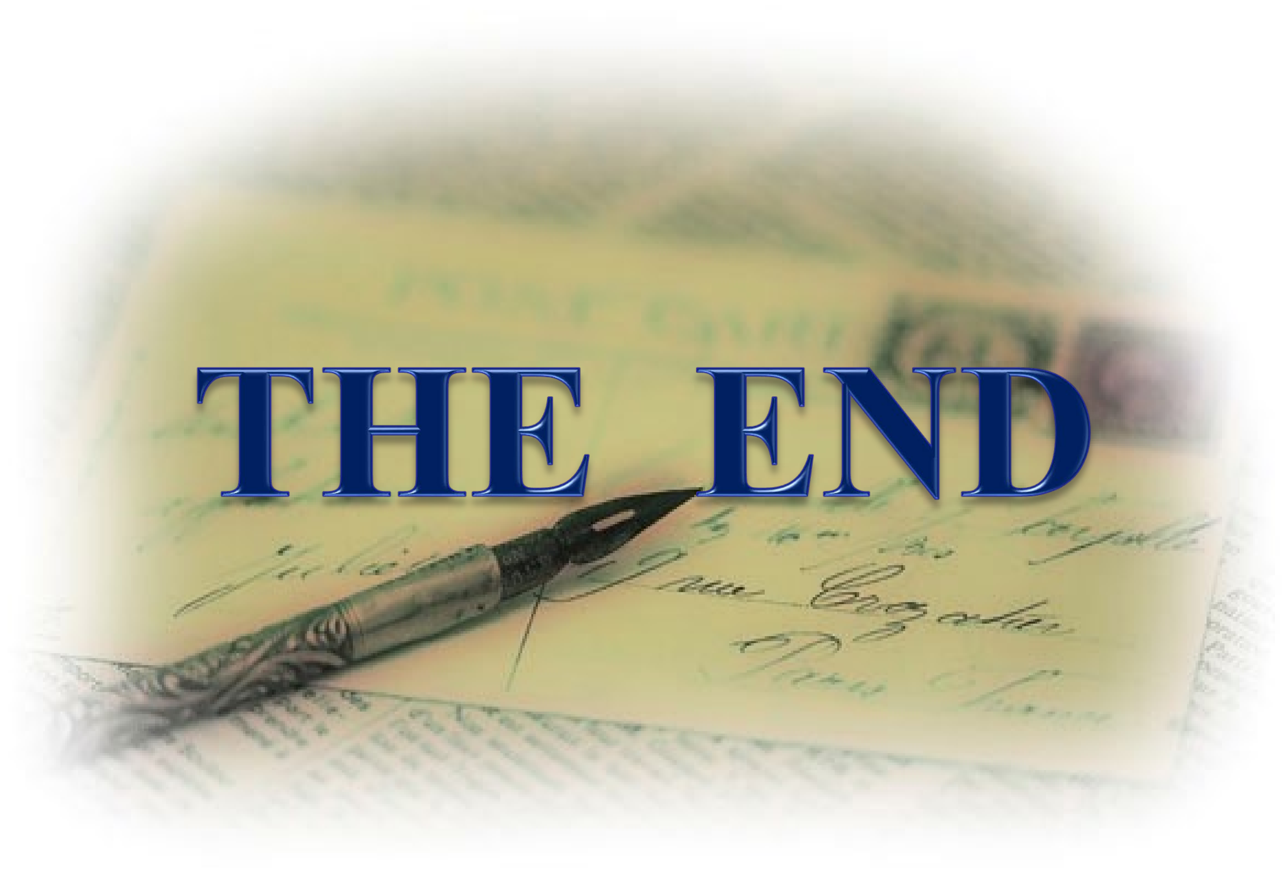
理想变压器 → 阻抗搬移

正弦稳态电路 → 变压器？

YES

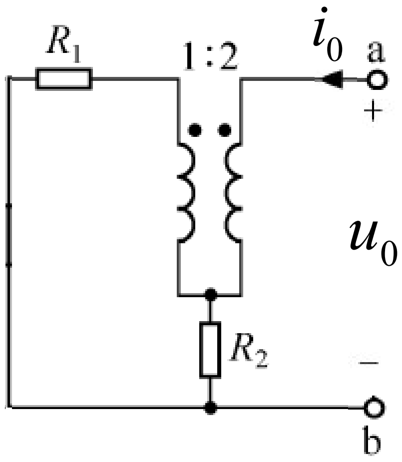
NO

1. 负载Z_L拿走
2. 戴维南定理求二端网络$\dot{U}_{oc}$和Z_0
3. $Z_L=\overset{*}{Z}_0$, $P_{max}=\dfrac{U_{oc}^2}{4R_0}$ 阻抗匹配
3. $|Z_L|=|Z_0|$, 不能用Pmax公式 模匹配


THE END

【例7】含理想变压器电路如图（a）所示，已知：

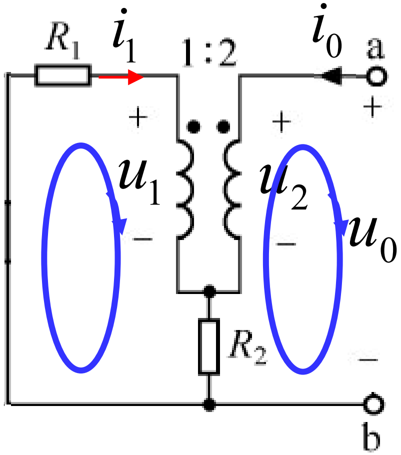
$R_1 = R_2 = 2\Omega$ ， $R_3 = 10\Omega$ ， $L = 2\,\mathrm{H}$ ， $u_S(t) = \varepsilon(t)\mathrm{V}$。**求：**$u_{ab}(t)$。



（b）

在ab端口加压求流，电路如图（b）

得： $R_0 = \dfrac{u_0}{i_0}$



$$\begin{cases} u_1 = nu_2 = 1/2u_2 \\ i_1 = -2i_0 \end{cases}$$

理想变压器VCR

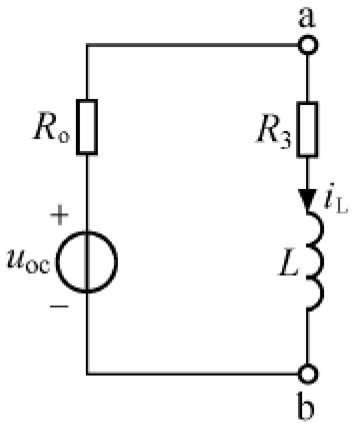
$$\begin{cases} R_1 i_1 + u_1 + R_2(i_1 + i_0) = 0 \\ u_0 - R_2(i_1 + i_0) - u_2 = 0 \end{cases}$$

KVL

$$R_0 = \frac{u_0}{i_0} = 4R_1 + R_2 = 10\Omega$$

【例7】含理想变压器电路如图（a）所示，已知：

$R_1=R_2=2\Omega$，$R_3=10\Omega$，$L=2\,\text{H}$，$u_S(t)=\varepsilon(t)\text{V}$。求：$u_{ab}(t)$。



（c）

等效电路如图（c）,显然电路的初始状态为零，由三要素法，得

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$$

$$u_{ab}(0^+)=2\,\text{V}\quad u_{ab}(\infty)=1\,\text{V}$$

$$\tau=\frac{L}{R_0+R_3}=0.1S$$

$$u_{ab}(t)=(1+e^{-10t})\varepsilon(t)\text{V}$$

* 电路定理、电路的一般分析法均可用于含理想变压器分析。