11 二端口网络

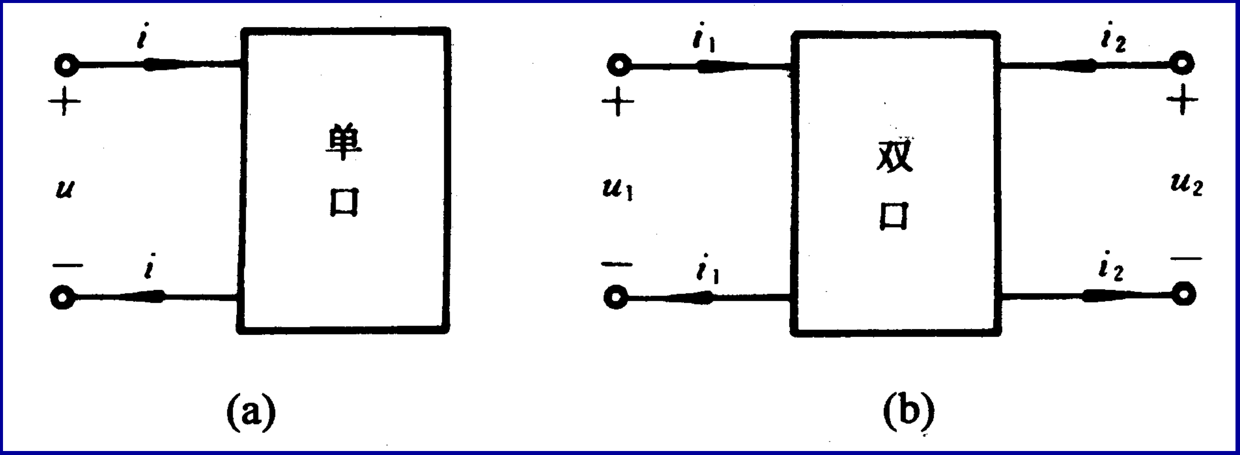
11-1 二端口网络

具有多个端子与外电路连接的网络（或元件），称为多端网络（或多端元件）。

若在任一时刻，从某一端子流入的电流等于从另一端子流出的电流，这样一对端子，称为一个端口。二端网络的两个端子就满足上述端口条件，故称二端网络为单口网络。假若四端网络的两对端子分别均满足端口条件，称这类四端网络为二端口网络，也称双口网络。

单口网络[图(a)]只有一个端口电压和一个端口电流。无源单口网络，其端口特性可用联系u-i关系的一个方程 $u=R_0 i$ 或$i=G_0 u$来描述。

二端口网络[图(b)]有两个端口电压u_1、u_2和两个端口电流i_1、i_2。端口特性可用其中任意两个变量列写的两个方程来描述，共有六种不同的表达形式。



通常，只讨论不含独立电源、初始储能为零的线性二端口网络，现分别介绍它们的表达式。

本章仅讨论实际应用较多的四种参数：Z参数、Y参数、H参数和A参数，G参数，B参数。

11-2 二端口网络的方程与参数

11-2-1 Z参数

若将二端口网络的端口电流作为自变量，则可建立如下方程：

$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$$

其中，Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}称为二端口网络的Z参数。 四个参数的计算方法如下：

$$Z_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

为输出端口开路时的输入阻抗。

$$Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\bigg|_{\dot{I}_1=0}$$

为输入端口开路时的转移阻抗。

$$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0}$$

为输出端口开路时的转移阻抗。

$$Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\bigg|_{\dot{I}_1=0}$$

为输入端口开路时的输出阻抗。

由于Z参数均具有阻抗量纲，且又是在输入或输出端口开路时确定，因此Z参数又称为开路阻抗参数。

11-2-2 Y参数

若将二端口网络的端口电压作为自变量，则可建立如下方程：

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2$$
$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$$

其中，Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22}称为二端口网络的Y参数。

四个参数的计算方法如下：

$$Y_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

为输出端口短路时的输入导纳。

$$Y_{12}=\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\bigg|_{\dot{U}_1=0}$$

为输入端口短路时的转移导纳。

$$Y_{21}=\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\bigg|_{\dot{U}_2=0}$$

为输出端口短路时的转移导纳。

$$Y_{22}=\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\bigg|_{\dot{U}_1=0}$$

为输入端口短路时的输出导纳。

由于Y参数均具有导纳量纲，且又是在输入或输出端口短路时确定，因此Y参数又称为短路导纳参数。

相应的参数用矩阵形式表示为：

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

P338 表 11-1 列出了Z参数和Y参数之间换算关系。

讨论：

1.对于无源(无受控源)二端口网络，由互易定理可知：互阻抗、互导纳相等，即

$$Z_{12}=Z_{21},\ Y_{12}=Y_{21},$$

可见，**无源**二端口网络只有三个参数是独立的。

2.对于既无源又对称的二端口网络，由于输入端口和输出端口的阻抗或导纳相等，故四个参数中只有两个是独立的。

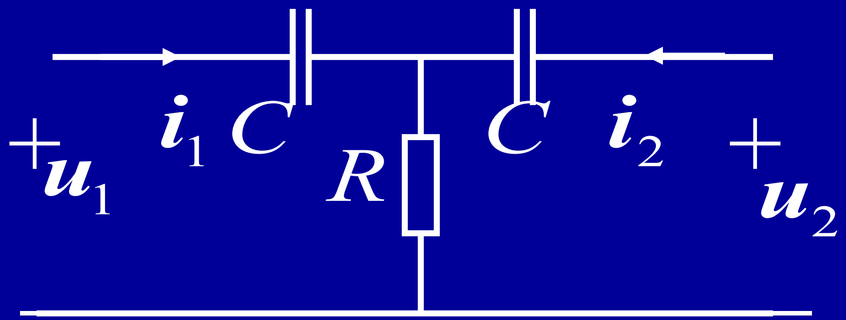
$$Z_{21}=Z_{12} \qquad Y_{12}=Y_{21}$$

$$Z_{22}=Z_{11} \qquad Y_{22}=Y_{11}$$

下面举例说明已知双口网络，求双口网络参数的方法：

1.直接应用定义来做；

例11-1：试求图示二端口网络的Z参数。



$$Z_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_{12} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0} = R$$

由于此网络是无源对称网络，有

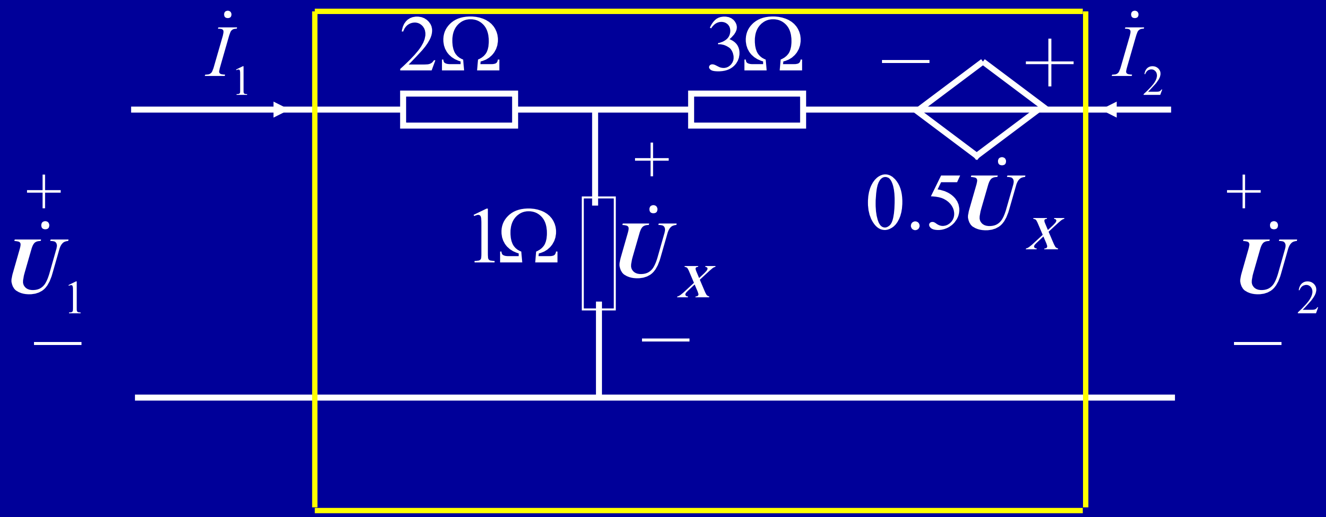
$Z_{21}=Z_{12}$, $Z_{22}=Z_{11}$,

得Z参数为：

$$Z = \begin{bmatrix} R+\dfrac{1}{j\omega C} & R \\ R & R+\dfrac{1}{j\omega C} \end{bmatrix}$$

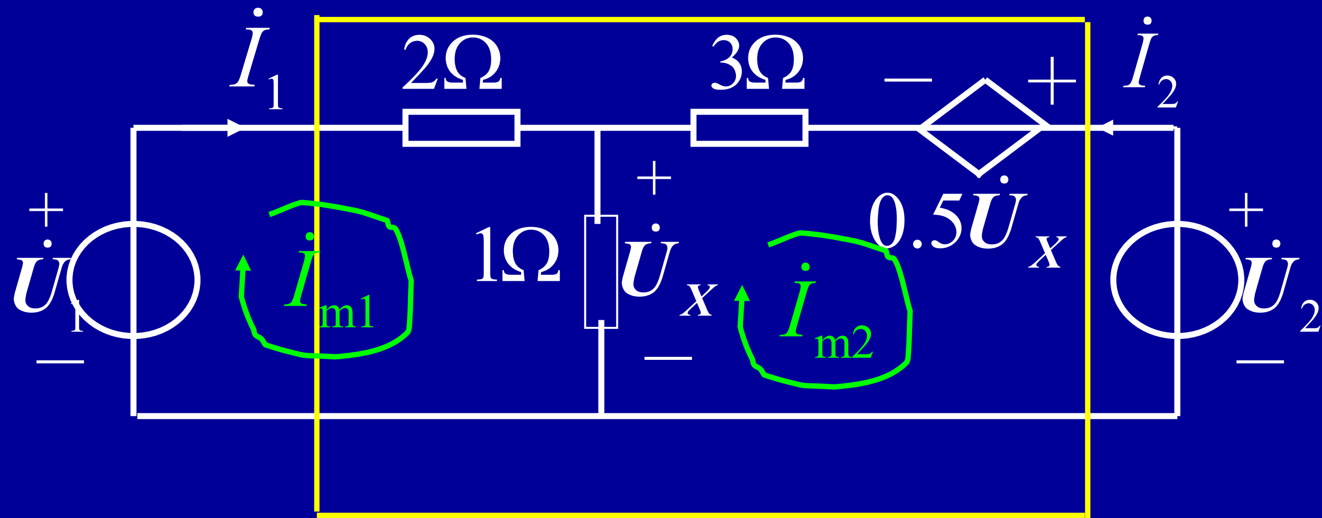
2.列写网络方程(节点方程、网孔方程)。

例11-3：试求下图所示电路的Z参数。



解：设二端口网络两端加电压源，列网孔方程。

例11-3：试求下图所示电路的Z参数。



$$\dot{I}_{m1} = \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_{m2} = -\dot{I}_2$$

解：设二端口网络两端加电压源，列网孔方程。

$$\begin{cases} 3\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 + 4\dot{I}_2 = \dot{U}_2 - 0.5\dot{U}_X \\ \dot{U}_X = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

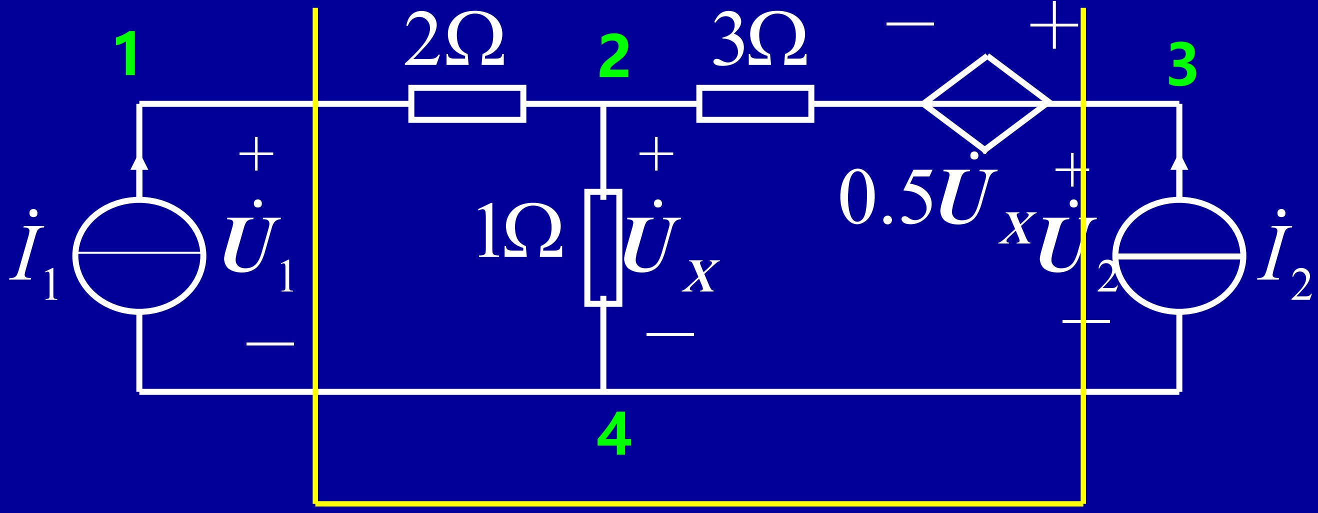
消去变量 $\dot{U}_X$ ：

$$\begin{cases} 3\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U}_1 \\ \frac{3}{2}\dot{I}_1 + \frac{9}{2}\dot{I}_2 = \dot{U}_2 \end{cases} \qquad Z = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$$

这就是Z参数的方程Z参数矩阵。如果需求Y参数，只需改变上述方程的形式即可。

$$\begin{cases} \frac{3}{8}\dot{U}_1 - \frac{1}{12}\dot{U}_2 = \dot{I}_1 \\ -\frac{1}{8}\dot{U}_1 + \frac{1}{4}\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \end{cases} \qquad Y = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{12} \\ -\frac{1}{8} & +\frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

如果改变二端口网络两端为电流源，列节点方程也是可以的。



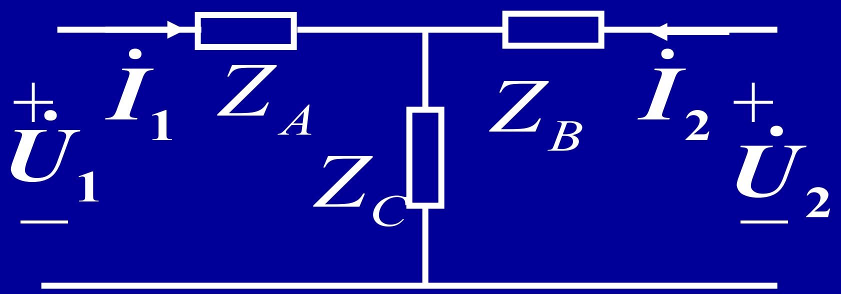
$$\begin{cases} \frac{1}{2}\dot{U}_1 - \frac{1}{2}\dot{U}_X = \dot{I}_1 \\ (1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})\dot{U}_X - \frac{1}{2}\dot{U}_1 - \frac{1}{3}\dot{U}_2 = -\frac{1}{6}\dot{U}_X \\ -\frac{1}{3}\dot{U}_2 - \frac{1}{3}\dot{U}_X = \dot{I}_2 + \frac{1}{6}\dot{U}_X \end{cases}$$

消除中间变量 $\dot{U}_X$。得Y参数方程和Y参数矩阵。

$$\begin{cases} \dfrac{3}{8}\dot{U}_1 - \dfrac{1}{12}\dot{U}_2 = \dot{I}_1 \\ -\dfrac{1}{8}\dot{U}_1 + \dfrac{1}{4}\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$Y = \begin{bmatrix} \dfrac{3}{8} & -\dfrac{1}{12} \\ -\dfrac{1}{8} & +\dfrac{1}{4} \end{bmatrix}$$

例11-2：求下图所示T型二端口网络的Z参数。



列网孔方程

$$(Z_A + Z_C)\dot{I}_1 - Z_C(-\dot{I}_2) = \dot{U}_1$$

$$-Z_C\dot{I}_1 + (Z_B + Z_C)(-\dot{I}_2) = -\dot{U}_2$$

得Z参数为：

$$Z = \begin{bmatrix} Z_A + Z_C & Z_C \\ Z_C & Z_B + Z_C \end{bmatrix}$$