目　录

第 1 章　电路分析的基本概念

1-1　若流经电路某点的电流 $i(t)=4e^{-4t}A, t\geqslant 0$；($t<0$ 时，$i(t)=0$)。试求流经该点电荷 $q(t)$ 的表达式。并求 $t=0.25s$ 时流经该点的总电荷。

解：　$q(t)=\int_{-\infty}^{t} i(g)dg=\int_{-\infty}^{0} i(g)dg+\int_{0}^{t} i(g)dg=\int_{0}^{t} 4e^{-4g}dg=1-e^{-4t}C$

当 $t=0.25s$ 时，流经该点总电荷为

$$q(0.25)=1-e^{-4\times 0.25}=0.632C$$

1-2　若沿电流参考方向通过导体横截面的正电荷变化规律为 $q(t)=10t^2-2tC$，试求 $t=0$和 1s 时刻的电流强度。

解：

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=20t-2A$$

当 $t=0$ 时，电流强度

$$i(0)=20\times 0^2-2=-2A$$

当 $t=1s$ 时，电流强度

$$i(1)=20\times 1^2-2=18A$$

1-3　1C 电荷由 a→b 电场力作功为 5J。试求当（1）电荷为正时，电压 u_{ab} 为多少？（2）电荷为负时，电压 u_{ab} 为多少？

解：（1）1C 正电荷由 a→b 电场力作功且为 5J，说明电压真实极性为 a 端高电位、b 端低电位，与电压参考极性一致；且电压大小为 5V，故

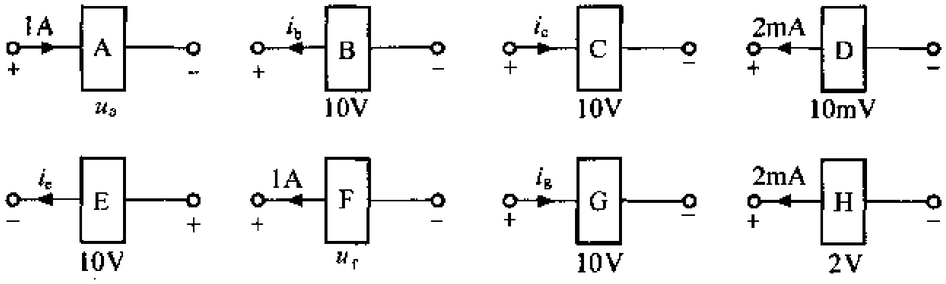
$$u_{ab}=5V$$

（2）1C 负电荷由 a→b 电场力作功且为 5J，说明电压真实极性为 b 端高电位、a 端低电位，与电压参考极性相反；电压大小为 5V，故

$$u_{ab}=-5V$$

1-4　各元件的电压或电流数值如题图 1-4 所示，试问：（1）若元件 A 吸收功率 10W，则电压 u_a 为多少？（2）若元件 B 吸收功率为 10W，则电流 i_b 为多少？（3）若元件 C 吸收功率为 $-10W$，则电流 i_c 为多少？（4）元件 D 吸收功率 P 为多少？（5）若元件 E 产生功率为 10W，则电流 i_e 为多少？（6）若元件 F 产生功率为 $-10W$，则电压 u_f 为多少？（7）若元件

G 产生功率为 10mW，则电流 i_g 为多少？(8) 元件 H 产生的功率 P 为多少？



题图 1-4

解：(1) 因为 1A 电流与电压 u_a 关联参考，且元件 A 吸收功率为 10W，于是有

$$P = 10\text{W} = 1 \times u_a$$

所以
$$u_a = 10\text{V}$$

(2) 因为电流 i_b 与 10V 电压非关联，且元件 B 吸收功率为 10W，于是有

$$P = 10\text{W} = -10 \times i_b$$

所以
$$i_b = -1\text{A}$$

(3) 因为电流 i_c 与 10V 电压关联，且元件 C 吸收功率为－10W，于是有

$$P = -10\text{W} = 10 \times i_c$$

所以
$$i_c = -1\text{A}$$

(4) 因为 2mA 电流与 10mV 电压非关联，于是有

$$P = -2 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3} = -20 \times 10^{-6}\text{W} = -2 \times 10^{-5}\text{W}$$

(5) 因为电流 i_e 与 10V 电压关联参考，且元件 E 产生功率为 10W，即元件 E 吸收功率为－10W，于是有

$$P = -10\text{W} = 10 \times i_e$$

所以
$$i_e = -1\text{A}$$

(6) 因为电压 u_f 与 1A 电流为非关联参考，且元件 F 产生功率为－10W，即吸收功率为 10W，于是有

$$P = 10\text{W} = -u_f \times 1$$

所以
$$u_f = -10\text{V}$$

(7) 因为 10V 电压与电流 i_g 为关联参考，且元件 G 产生功率为 10mW，即吸收功率为－10mW，于是有

$$P = -10\text{mW} = 10 \times i_g$$

所以
$$i_g = -1\text{mA}$$

(8) 因为 2V 电压与 2mA 电流为非关联参考，所以元件 H 吸收的功率为

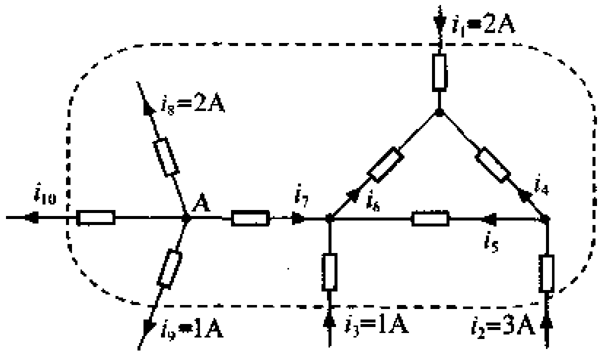
$$P = -2 \times 2 \times 10^{-3} = -4\text{mW}$$

故元件 H 产生的功率为 4mW。

1-5 在题图 1-5 中，试根据所给电流尽可能多地确定其余支路的未知电流。

解：作题图 1-5 电路的封闭曲面如图所示，则由 KCL 的推广可得

$$i_1 + i_2 + i_3 - i_8 - i_9 - i_{10} = 0$$



题图 1-5

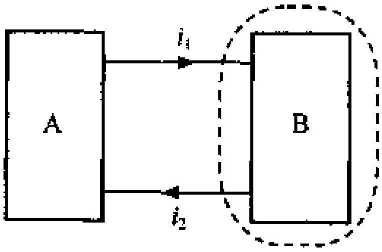
将数据代入得　$i_{10} = i_1 + i_2 + i_3 - i_8 - i_9 = 2 + 3 + 1 - 2 - 1 = 3\text{A}$

对节点 A，由 KCL 得：

$$-i_7 - i_8 - i_9 - i_{10} = 0$$

故　$$i_7 = -i_8 - i_9 - i_{10} = -2 - 1 - 3 = -6\text{A}$$

1-6　网络 A、B 由两条导线相连接，如题图 1-6 所示，试问 i_1 与 i_2 有何关系？若电流 i_1 所在支路断开，则 i_2 支路中有无电流？



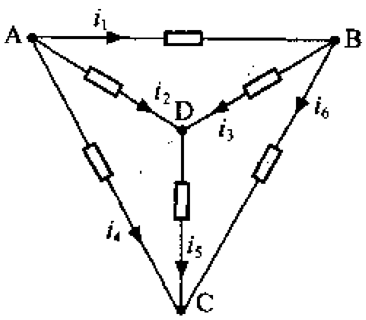
题图 1-6

解：作题图 1-6 电路的封闭曲面如图所示，则由 KCL 的推广得

$$i_1 = i_2$$

即 i_1 与 i_2 应大小相等，方向相反。显然，若 i_1 所在支路断开即 $i_1=0$，由 KCL 得 i_2 支路中电流也应为零。

1-7　题图 1-7 所示电路中，已知某瞬间 $i_1=1\text{A}$，$i_4=2\text{A}$，$i_5=3\text{A}$，试求其余支路电流。设各支路电压与电流采用关联参考方向，若已知 $u_1=u_3=u_6=1\text{V}$，试求其余支路电压。



题图 1-7

解：对节点 A 列 KCL 方程，得

$$-i_1 - i_2 - i_4 = 0$$

故　$$i_2 = -i_1 - i_4 = -1 - 2 = -3\text{A}$$

对节点 C 有：　$i_5 + i_4 + i_6 = 0$

故　$$i_6 = -i_4 - i_5 = -2 - 3 = -5\text{A}$$

对节点 B 有：　$i_1 - i_3 - i_6 = 0$

故　$$i_3 = i_1 - i_6 = 1 + 5 = 6\text{A}$$

若各支路电压与电流采用关联参考，则

对于闭合回路 ABCA 列 KVL 方程，得

$$u_1 + u_6 - u_4 = 0$$

故　$$u_4 = u_1 + u_6 = 1 + 1 = 2\text{V}$$

对于回路 ABDA 列 KVL 方程，得

$$u_1 + u_3 - u_2 = 0$$

故　$$u_2 = u_1 + u_3 = 1 + 1 = 2\text{V}$$

对于回路 DBCD 列 KVL 方程，得

$$u_6 - u_5 - u_3 = 0$$

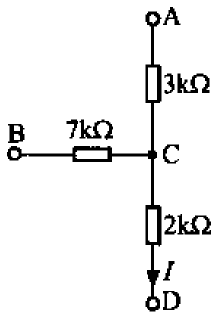
故 $$u_5 = u_6 - u_3 = 1 - 1 = 0\text{V}$$

注：在 KCL 方程、KVL 方程的列写和计算过程中，要注意两类正负号。一类是方程每项电流、电压系数的正负号，一般来说列写 KCL 方程每项电流系数的正负号取决于电流的参考方向，若取流入为正，则流出为负，反之亦然；列出 KVL 方程每项电压系数的正负号同样取决于电压的参考方向，若支路电压的参考方向与回路绕行方向一致取正号，否则取负号。另一类是电流、电压自身的正、负号。

1-8 题图 1-8 所示电路中，已知 $U_A = 90\text{V}, U_B = -10\text{V}, I = 0$，试求电压 U_C。

解：因为 $I=0$

所以 C、D 等电位，且流过 3kΩ 与 7kΩ 电阻的电流相同，对 ACBA 广义回路列 KVL 方程，得



题图 1-8

$$-U_{AB} + U_{AC} + U_{CB} = 0$$

即 $$U_{AC} + U_{CB} = U_{AB} = U_A - U_B = 90 + 10 = 100\text{V}$$

又 $$U_{AC} = 3 \times 10^3 \times I_{AC}$$

$$U_{CB} = 7 \times 10^3 \times I_{CB}$$

所以有 $$3 \times 10^3 \times I_{AC} + 7 \times 10^3 \times I_{CB} = 100$$

又因为 $$3I_{AC} = I_{CB}$$

所以 $$I_{AC} = 0.01\text{A}$$

$$U_{AC} = 3 \times 10^3 \times 0.01 = 30 = U_A - U_C$$

故 $$U_C = U_A - 30 = 60\text{V}$$

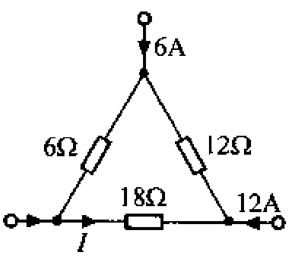
1-9 试用 KCL、KVL，计算题图 1-9 电路中的电流 I。

解：对于题图 1-9 所示电路，由 KCL、KVL 及元件 VCR 可列写以下 KVL 方程：

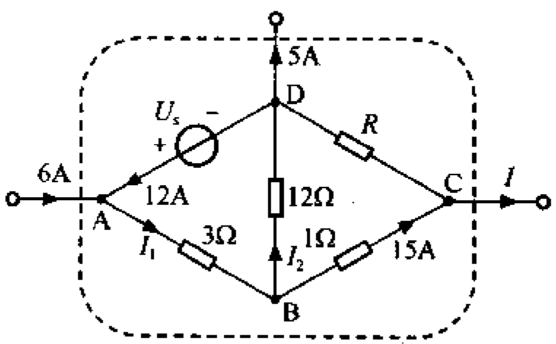
$$18I + 12(I + 12) + 6(6 + 12 + I) = 0$$

解方程得 $$I = -7\text{A}$$

1-10 试计算题图 1-10 中 I、U_S、R 和电源 U_S 产生的功率。



题图 1-9



题图 1-10

解：作题图 1-10 电路的封闭曲面如图所示，由 KCL 的推广得

$$6-5-I=0$$

故 $$I=6-5=1\text{A}$$

对节点 A 列 KCL 方程，得

$$I_1=6+12=18\text{A}$$

对节点 B 列 KCL 方程，得

$$I_2+15=18$$

故 $$I_2=18-15=3\text{A}$$

对回路 ABDA 列 KVL 方程，得

$$18\times3+3\times12-U_S=0$$

故 $$U_S=18\times3+3\times12=90\text{V}$$

对回路 BCDB 列 KVL 方程，得

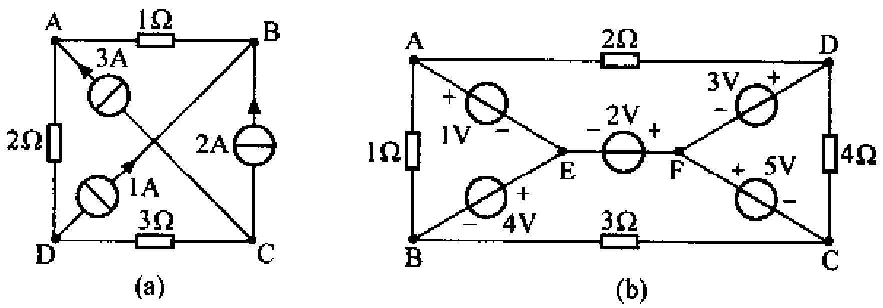
$$1\times15+R(15-I)-3\times12=0$$

所以 $$R(15-1)=36-15=21$$

故 $$R=\frac{3}{2}\Omega$$

$$P_{U_S产生}=12\times90=1080\text{W}$$

1-11　题图 1-11 所示电路中，试求图（a）中各电流源的电压以及图（b）中流经各电压源的电流。



题图 1-11

解：（1）在题图 1-11（a）所示电路中，对节点 B 列 KCL 方程得

$$I_{BA}=1+2=3\text{A}$$

由 C 点可得 $$I_{CD}=-3-2=-5\text{A}$$

由 A 点可得 $$I_{AD}=3+3=6\text{A}$$

对回路 ADBA 列 KVL 方程，得

$$U_{DB}+U_{BA}+U_{AD}=0$$

故 $U_{DB}=-U_{BA}-U_{AD}=-1\cdot I_{BA}-2\cdot I_{AD}=-1\times3-2\times6=-15\text{V}$

由回路 ADCA 可得

$$U_{AD}+U_{DC}+U_{CA}=0$$

故 $U_{CA}=-U_{AD}-U_{DC}=-2\cdot I_{AD}-3\cdot I_{DC}=-2\times6-3\times5=-27\text{V}$

同理可得 $$U_{CB}=-30\text{V}$$

（2）在题图 1-11（b）所示电路中，对回路 ABEA 列 KVL 方程，得

$$U_{AB}-4-1=0$$

故 $$U_{AB}=5V$$

又 $$U_{AB}=1\cdot I_{AB}$$

所以 $$I_{AB}=5A$$

同理可得 $$I_{CB}=\frac{1}{3}A$$

$$I_{DC}=2A$$

$$I_{DA}=2A$$

对 A 点列 KCL 方程，得

$$I_{FD}=I_{DC}+I_{DA}=2+2=4A$$

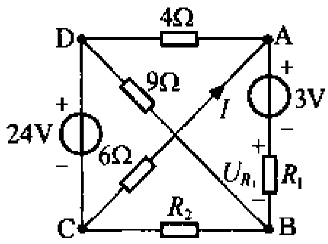
同理可得 $$I_{CF}=1\frac{2}{3}A$$

$$I_{AE}=-3A$$

$$I_{BE}=5\frac{1}{3}A$$

$$I_{EF}=2\frac{1}{3}A$$

1-12 在题图 1-12 中，已知 $I=-2A$，$U_{AB}=6V$，试求电阻 R_1 和 R_2。



题图 1-12

解：列 ACBA 回路的 KVL 方程，得

$$U_{AB}+U_{BC}+U_{CA}=0$$

故 $U_{BC}=-U_{AB}-U_{CA}=-6-6I=-6-6\times(-2)=6V$

列 DBCD 回路的 KVL 方程，得

$$U_{DB}=-U_{BC}-U_{CD}=-6+24=18V$$

列 DBAD 回路的 KVL 方程，得

$$U_{DA}=-U_{AB}+U_{DB}=-6+18=12V$$

又由欧姆定理，可得

$$I_{DA}=\frac{U_{DA}}{4}=3A$$

$$I_{DB}=\frac{U_{DB}}{9}=2A$$

对节点 A 列 KCL 方程，得

$$I_{AB}=I+I_{DA}=-2+3=1A$$

同理 $$I_{BC}=I_{DB}+I_{AB}=2+1=3A$$

再由欧姆定理可得

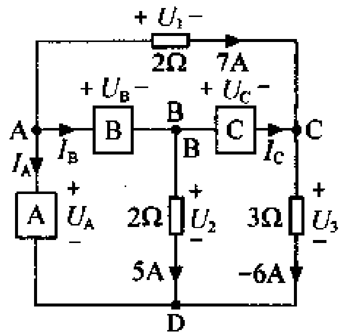
$$R_2=\frac{U_{BC}}{I_{BC}}=\frac{6}{3}=2\Omega$$

$$R_1=\frac{U_{AB}-3}{I_{AB}}=3\Omega$$

1-13 试求题图 1-13 所示电路中各元件的电压、电流，并判断 A、B、C 中哪个元件必

定是电源？

解：设电路中各元件电压、电流参考方向如图所示，则由欧姆定律得



题图 1-13

$$U_1 = 2 \times 7 = 14\text{V}$$
$$U_2 = 2 \times 5 = 10\text{V}$$
$$U_3 = 3 \times (-6) = -18\text{V}$$

列回路 BCDB 的 KVL 方程，得

$$U_C = U_2 - U_3 = 10 - (-18) = 28\text{V}$$

由回路 ACBA 得

$$U_B = U_1 - U_C = 14 - 28 = -14\text{V}$$

由回路 ACDA 得

$$U_A = U_1 + U_3 = 14 - 18 = -4\text{V}$$

列节点 C 的 KCL 方程，得

$$I_C = -6 - 7 = -13\text{A}$$

同理

$$I_B = -8\text{A}$$
$$I_A = 1\text{A}$$

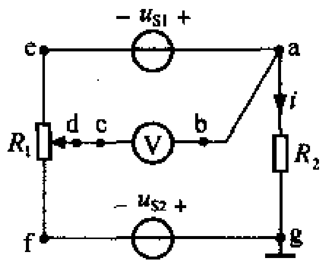
又 A、B、C 三元件吸收的功率分别为

$$P_A = U_A I_A = -4 \times 1 = -4\text{W} < 0$$
$$P_B = U_B I_B = -14 \times (-8) = 112\text{W} > 0$$
$$P_C = U_C I_C = 28 \times (-13) = -364\text{W} < 0$$

根据有源元件与无源元件的概念及 P_A、P_B、P_C 的值可知，元件 A、C 必定是电源。

第 2 章 电路分析中的等效变换

2-1 题图 2-1 电路中，已知 $u_{s1}=30\text{V}$，$u_{s2}=12\text{V}$，$R_1=120\Omega$，$R_2=60\Omega$，当 a、d 两点间电压为 22V 时，求 e、d 两点间的电阻值、d 点对参考点 g 的电压并确定电压表两个端子 b 和 c 的正负极性（电压表内阻视为无限大）。



题图 2-1

解：设电流 i 流过 agfea 回路（电压表内阻无限大，则 $i_{ad}=0$）对回路 agfea 列 KVL 方程，则有

$$i=\frac{u_{s1}-u_{s2}}{R_1+R_2}=0.1\text{A}$$

对回路 abdea 列 KVL 方程，则有

$$R_{ed}=\frac{u_{s1}-u_{ad}}{i}=80\Omega$$

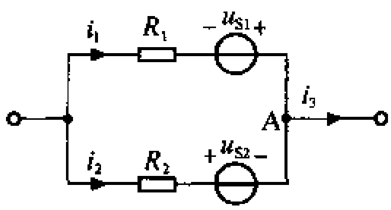
对广义回路 abdga 列 KVL 方程，则有

$$u_{dg}=R_2\cdot i-u_{ad}=-16\text{V}$$

即 d 点对参考点 g 的电压为 -16V。

由已知条件 $R_1=120\Omega$ 可得："b" 为 "+" 极性，"c" 为 "−" 极性。

2-2 电路如题图 2-2 所示，已知 $u_{s1}=6\text{V}$，$u_{s2}=2\text{V}$，$R_1=3\Omega$，$R_2=1\Omega$，$i_3=4\text{A}$，试求电流 i_1 和 i_2。



题图 2-2

解：对回路列 KVL 方程，有

$$i_1R_1-u_{s1}-u_{s2}-i_2R_2=0 \qquad ①$$

对节点 A 列 KCL 方程有

$$i_2=i_3-i_1=4-i_1 \qquad ②$$

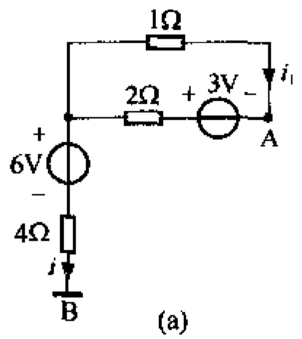
将②代入①，得 $\quad i_1=\dfrac{u_{s1}+u_{s2}+4\cdot R_2}{R_1+R_2}=3\text{A}$

$$i_2=1\text{A}$$

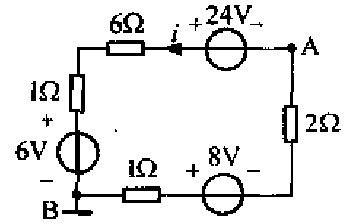
2-3 试求题图 2-3 所示电路中 A 点的电位。

解：(a) 根据广义 KCL 方程可知 $i=0$。

由 KVL 方程有



(a)



(b)

题图 2-3

$$(1+2)i_1-3=0 \Rightarrow i_1=1\text{A}$$

利用广义 KVL 定律有

$$u_{AB}=-3+2i_1+6+4i=5=u_A-u_B=u_A$$

$\therefore$ $$u_A=5\text{V}$$

解：(b) 对回路列 KVL 方程有

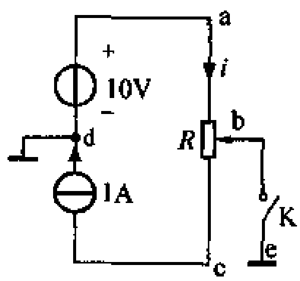
$$(6+1+1+2)i+6+8-24=0 \Rightarrow i=1\text{A}$$

对广义回路列 KVL 方程

$$u_{AB}+(1+2)i+8=0 \Rightarrow u_{AB}=-11\text{V}=u_A-u_B$$

$\therefore$ $$u_A=-11\text{V}$$

2-4　在题图 2-4 所示电路中，已知电位器 $R=40\Omega$，若要求开关闭合与断开都不改变电路的工作状态，试求电阻 R_{ab} 和 R_{bc} 的值是多少？



题图 2-4

解：开关 K 断开时，abcda 回路电流

$$i=1\text{A}$$

因为开关闭合与断开不改变工作状态，所以 K 闭合时，同样有

$$i=1\text{A}$$

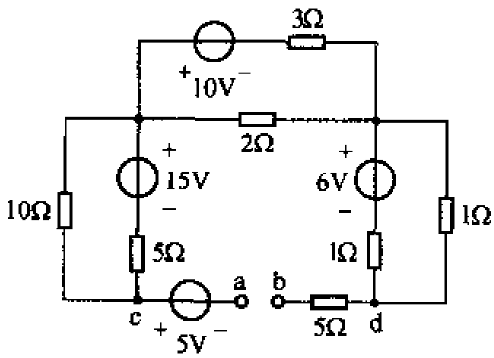
对 abeda 广义回路列 KVL 方程，则有

$$R_{ab}\cdot i=10 \Rightarrow R_{ab}=10\Omega$$

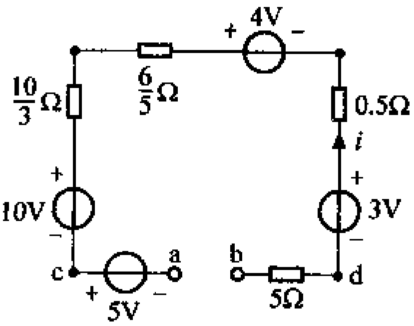
$$R_{bc}=R-R_{ab}=30\Omega$$

2-5　试求题图 2-5 所示电路中的电压 u_{ab} 和 u_{cd}。

解：首先将电路化简为单回路电路，如解图 2-5 所示。



题图 2-5



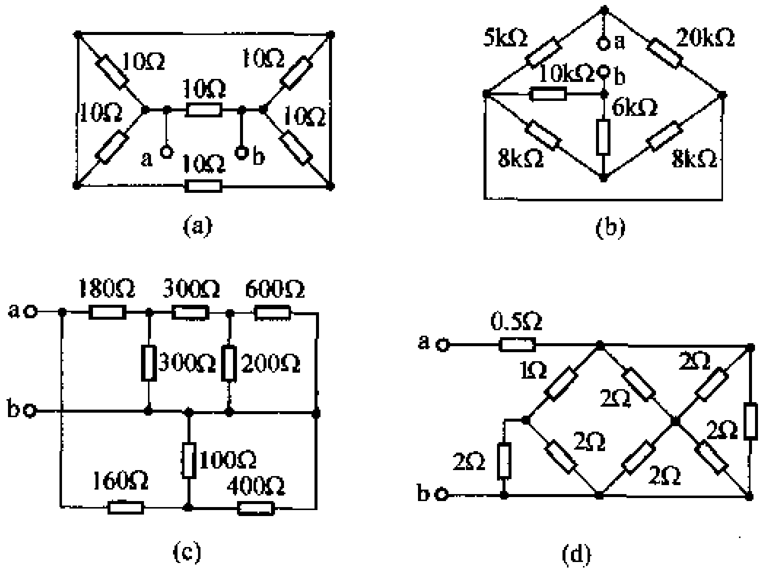
解图 2-5

由图可知 $i=0\text{A}$，所有电阻端电压均为 0。

$$\therefore \quad u_{ab}=-5-10+4+3=-8\text{V}$$

$$u_{cd}=-10+4+3=-3\text{V}$$

2-6 试求题图 2-6 中各电路 a、b 端子间的等效电阻。



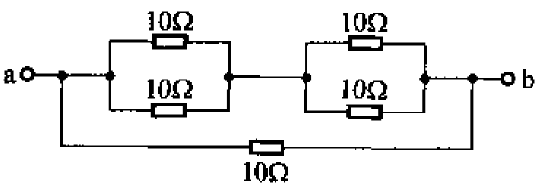
题图 2-6

(a) 解： 原电路可整理为解图 2-6（a）。由图可知

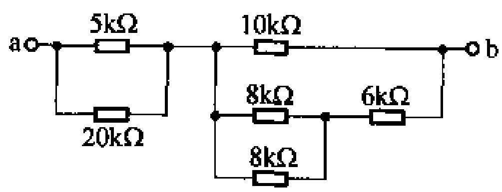
$$R_{ab}=10\ /\!/\ [10\ /\!/\ 10+10\ /\!/\ 10]=5\Omega$$

(b) 解： 原电路可整理为解图 2-6（b）。由图可知

$$R_{ab}=5\ /\!/\ 20+10\ /\!/\ [8\ /\!/\ 8+6]=9\text{k}\Omega$$



解图 2-6（a）



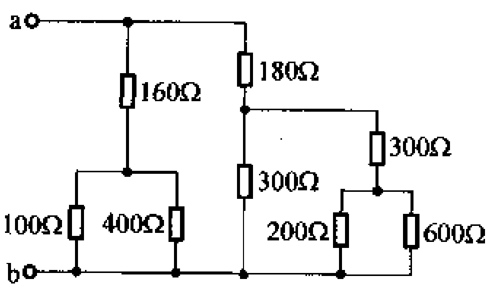
解图 2-6（b）

(c) 解： 原电路可整理为解图 2-6（c）。由图可知

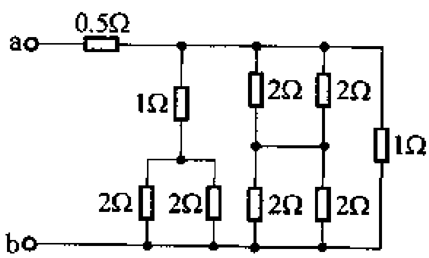
$$R_{ab}=[160+(100\ /\!/\ 400)]\ /\!/\ \{180+300\ /\!/\ [300+200\ /\!/\ 600]\}$$

$$=240\ /\!/\ 360=144\Omega$$

(d) 解： 原电路可整理为解图 2-6（d）。由图可知



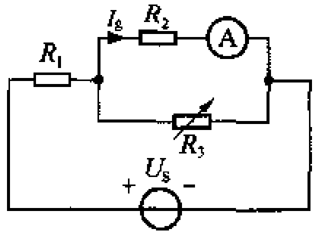
解图 2-6（c）



解图 2-6（d）

$$R_{ab}=0.5+[1+2 /\!/ 2]/\!/[2 /\!/ 2+2 /\!/ 2]/\!/ 1=0.5+0.5=1\Omega$$

2-7　题图 2-7 电路中，U_S 为理想电压源，如果电阻 R_3 增大，电流表 A 的读数将如何变化，并说明理由；当 $R_1=0$ 时，增大电阻 R_3，电流表读数又有什么变化？

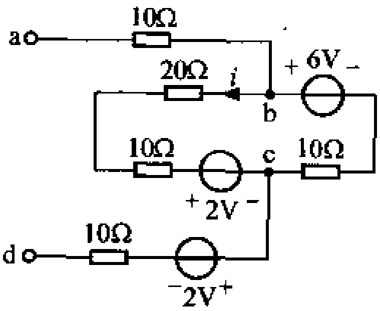


题图 2-7

解：设电流表 A 的内阻为 R_g，则有

$$I_g=\frac{U_S}{R_1+(R_2+R_g) /\!/ R_3}\times\frac{R_3}{(R_2+R_g)+R_3}=\frac{U_S}{\left(1+\frac{R_2+R_g}{R_3}\right)R_1+(R_2+R_g)}$$

由上式可看出，当 R_3 增大时，I_g 将变大，所以电流表 A 的读数将变大；当 $R_1=0$ 时，$I_g=\frac{U_S}{R_2+R_g}$，与 R_3 无关，所以此时增大 R_3，电流表读数不发生变化。



题图 2-8

2-8　试计算题图 2-8 所示电路中电压 u_{ab}和 u_{ad}。

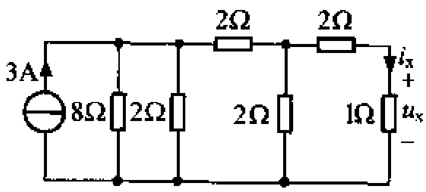
解：因为 ad 端口开路，所以可设 bcb 回路电流为 i，根据 KVL 有

$$(20+10+10)i=6-2\Rightarrow i=0.1\text{A}$$

$$\therefore\quad u_{ac}=6-10\cdot i=5\text{V}$$

$$u_{ad}=6-10\cdot i+2=7\text{V}$$

2-9　电路如题图 2-9 所示，试计算电压 u_x。



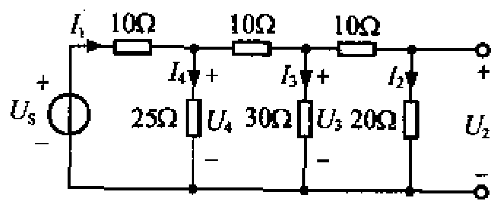
题图 2-9

解：首先计算 1Ω 电阻上的电流 i_x：

$$i_x=3\times\frac{2 /\!/ 8}{2 /\!/ 8+2+2 /\!/ (2+1)}\times\frac{2}{2+(2+1)}=0.4\text{A}$$

$$\therefore\quad u_x=i_x\cdot 1=0.4\text{V}$$

2-10　电路如题图 2-10 所示，(1) 若 $U_2=10$V，求电流 I_1 和电源电压 U_S；(2) 若 $U_S=10$V，求电压 U_2。



题图 2-10

解：(1) $U_2=10$V，则

$$I_2=\frac{U_2}{20}=0.5\text{A}$$

$$U_3 = (10+20)I_2 = 15\text{V}$$

$$I_3 = \frac{U_3}{30} = 0.5\text{A}$$

$$U_4 = 10(I_2+I_3)+U_3 = 25\text{V}$$

$$I_4 = \frac{U_4}{25} = 1\text{A}$$

$$I_1 = I_4 + I_2 + I_3 = 2\text{A}$$

$$U_S = I_1 \cdot 10 + U_4 = 45\text{V}$$

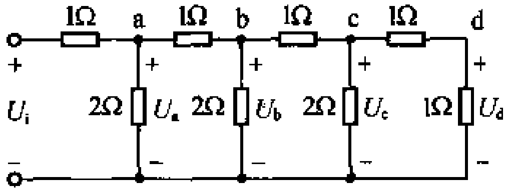
(2) 若 $U_S = 10\text{V}$，利用分流

$$I_2 = \frac{U_S}{10+25 /\!/ [10+30 /\!/ (10+20)]} \times \frac{25}{25+[10+30 /\!/ (10+20)]} \times \frac{30}{30+(10+20)}$$

$$= \frac{10}{22.5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{9}\text{A}$$

$$U_2 = 20I_2 = 2.222\text{V}$$

2-11 梯形网络如题图 2-11 所示，若输入电压为 U_i，求电压 U_a、U_b、U_c 和 U_d。



题图 2-11

解：由题图可知

$$U_c = 2U_d$$

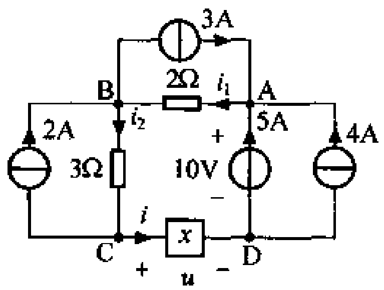
$$U_b = U_c + 1 \times \left[\frac{U_c}{2} + \frac{U_d}{1}\right] = 4U_d$$

$$U_a = U_b + 1 \times \left[\frac{U_b}{2} + \frac{U_b - U_c}{1}\right] = 8U_d$$

$$U_i = U_a + 1 \cdot \left[\frac{U_a}{2} + \frac{U_a - U_b}{1}\right] = 16U_d$$

∴ 已知 U_i，则 $U_d = \frac{1}{16}U_i, U_c = \frac{1}{8}U_i, U_b = \frac{1}{4}U_i, U_a = \frac{1}{2}U_i$。

2-12 已知题图 2-12 所示电路，试求电流 i、电压 u 以及支路 x 的吸收功率 P。



题图 2-12

解：利用 A 点 KCL 方程，可知

$$i_1 = 5+4+3 = 12\text{A}$$

利用 B 点 KCL 方程，可知

$$i_2 = i_1 + 2 - 3 = 11\text{A}$$

利用 C 点 KCL 方程，可知

$$i = i_2 - 2 = 9\text{A}$$

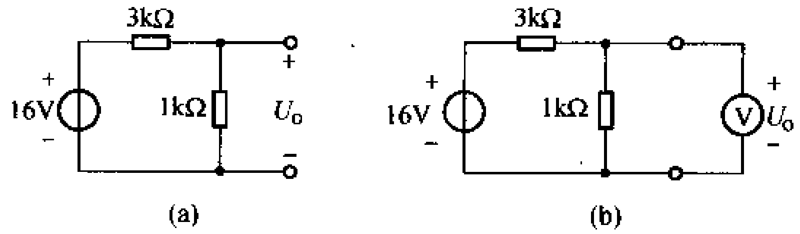
根据 ABCDA 回路 KVL 方程，有

$$u - 10 + 2i_1 + 3i_2 = 0 \Rightarrow u = -47\text{V}$$

支路 x 吸收的功率 $P = u \cdot i = -423\text{W}$

2-13 分压器电路如题图 2-13（a）所示，用某电压表来测量输出电压 U_O，如题图 2-13（b）所示。电压表可用一个电阻来作为模型，其阻值视电压表所用量程而定。若已知该电

压表的灵敏度为 20kΩ/V，则当量程为 3V 时，其阻值为 20kΩ/V×3V=60kΩ。若已知该电压表共有 1、3、10、50 及 500 等 5 个量程。



题图 2-13

（1）试计算电压表未接入时（即题图 2-13（a））电压 U_0 的值；

（2）若用 10V 量程档来测量 U_0，电压表读数是多少（假定电压表本身无误差）？

（3）若分压器的电阻改为 3MΩ 和 1MΩ，重复（1）、（2）的要求，如有差别，加以解释。

解：(1) $U_0 = 16 \times \dfrac{1}{3+1} = 4\text{V}$

（2）用 10V 量程档测 U_0，则电压表阻值

$$R_g = 20\text{k}\Omega/\text{V} \times 10\text{V} = 200\text{k}\Omega$$

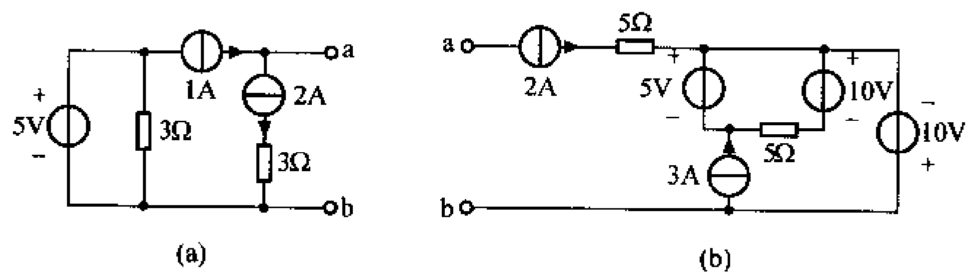
则

$$U_0 = 16 \times \frac{1 \mathbin{/\!/} 200}{3+(1 \mathbin{/\!/} 200)} \approx 3.99\text{V}$$

（3）分压器的电阻改为 3MΩ 和 1MΩ 时，对（1）的要求 U_0 没有改变；（2）的要求发生变化，此时

$$U_0 = 16 \times \frac{10^6 \mathbin{/\!/} 2\times 10^5}{3\times 10^6 + [10^6 \mathbin{/\!/} 2\times 10^5]} = 0.843\text{V}$$

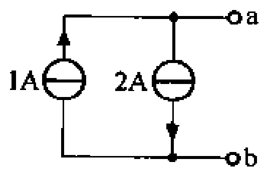
2-14　化简题图 2-14 所示各电路。



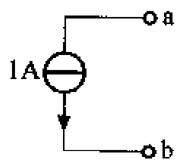
题图 2-14

(a) 解：由电流源与二端网络相串联可等效为电流源，则原电路可等效为解图 2-14（a）-（1）；电流源并联化简等效为解图 2-14（a）-（2）。

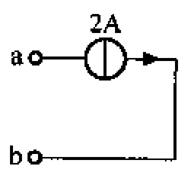
(b) 解：2A 电流源与二端网络相串联，则电路直接等效为解图 2-14（b）。



解图 2-14（a）-（1）

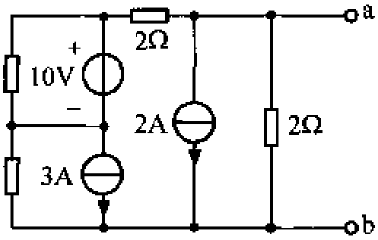


解图 2-14（a）-（2）

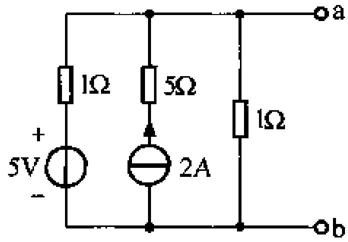


解图 2-14（b）

2-15 化简题图 2-15 所示电路为等效戴维南电路。



(a)

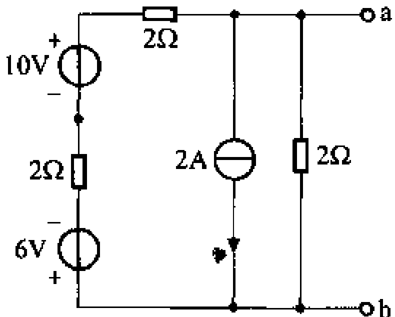


(b)

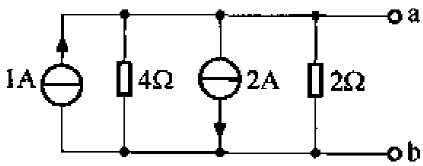
题图 2-15

(a) 解：首先 10V 电压源与 5Ω 电阻并联等效为 10V 电压源，3A 电流源与 2Ω 电阻并联诺顿电路等效为戴维南电路，如解图 2-15 (a) - (1) 所示。

进一步化简，电压源串联等效，电阻串联等效，戴维南电路等效为诺顿电路，如解图 2-15 (a) - (2) 所示。



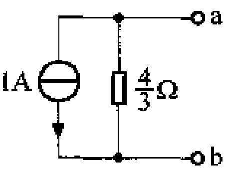
解图 2-15 (a) - (1)



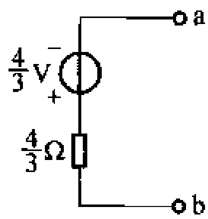
解图 2-15 (a) - (2)

再进一步化简，电流源、电阻并联等效，如解图 2-15 (a) - (3) 所示。

最后诺顿电路等效为戴维南电路，如解图 2-15 (a) - (4) 所示。



解图 2-15 (a) - (3)

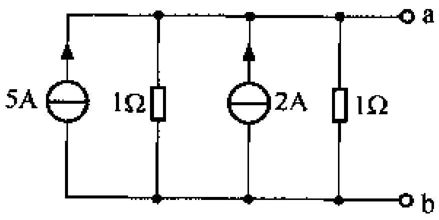


解图 2-15 (a) - (4)

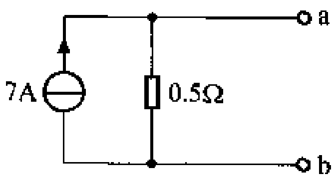
(b) 解：首先，1Ω 与 5V 串联戴维南电路等效为诺顿电路，2A 电流源与 5Ω 电阻串联等效为 2A 电流源，如解图 2-15 (b) - (1) 所示。

进一步化简，电流源、电阻并联等效，如解图 2-15 (b) - (2) 所示。

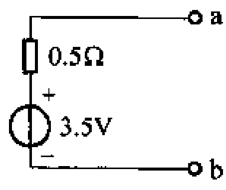
最后，诺顿电路等效为戴维南电路，如解图 2-15 (b) - (3) 所示。



解图 2-15 (b) - (1)

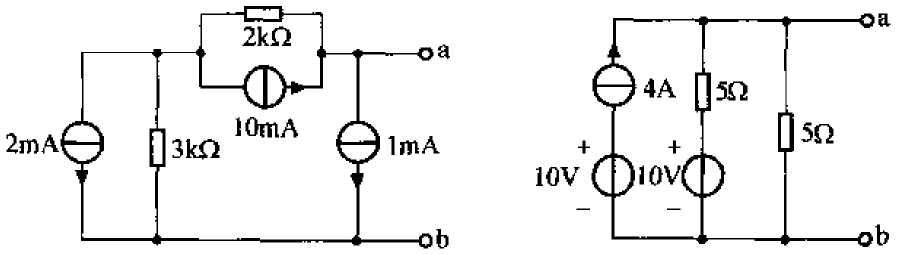


解图 2-15 (b) - (2)



解图 2-15 (b) - (3)

2-16　化简题图 2-16 所示电路为等效诺顿电路。

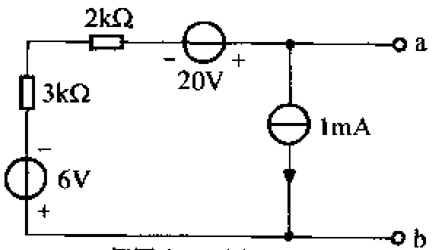


(a)　　　　　　　　(b)

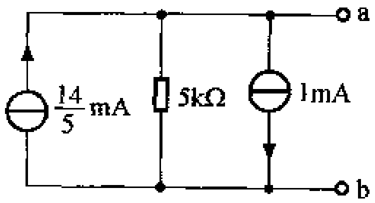
题图 2-16

(a) 解：首先，3kΩ 电阻与 2mA 电流源相并联以及 2kΩ 电阻与 10mA 电流源相并联的两个诺顿电路等效为戴维南电路，如解图 2-16（a）-（1）所示。进一步化简，电压源、电阻串联等效，戴维南电路转换为诺顿电路，如解图 2-16（a）-（2）所示。

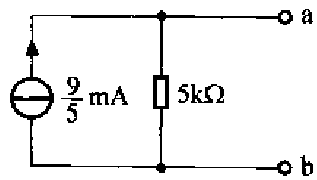
最后，电流源并联等效为解图 2-16（a）-（3）所示。



解图 2-16（a）-（1）

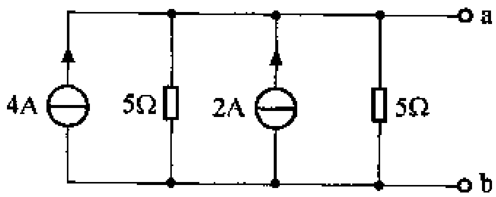


解图 2-16（a）-（2）

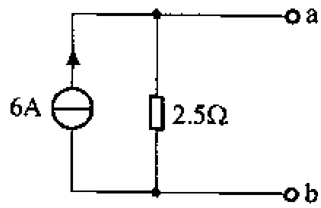


解图 2-16（a）-（3）

(b) 解：首先 4A 电流源与 10V 电压源串联等效为 4A 电流源，10V 电压源与 5Ω 电阻串联戴维南电路等效为诺顿电路，如解图 2-16（b）-（1）所示，电阻、电流源并联等效如解图 2-16（b）-（2）所示。

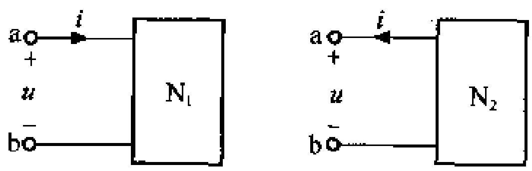


解图 2-16（b）-（1）



解图 2-16（b）-（2）

2-17　已知题图 2-17（a）、（b）所示二端网络 N_1、N_2 的伏安关系均为 $u=4+3i$，试分别作出其戴维南等效电路。

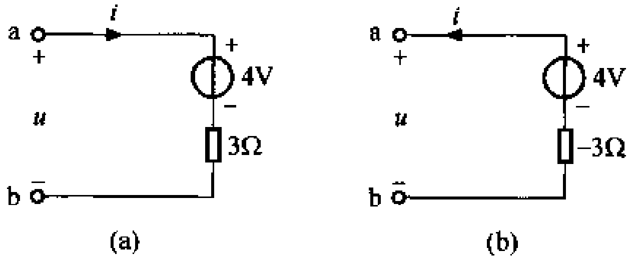


(a)　　　　　　　　(b)

题图 2-17

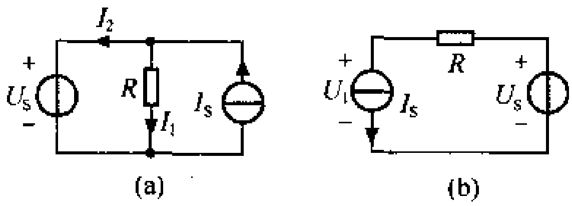
解：(a)、(b) 两图 N_1、N_2 端口伏安关系相同，但端口电压、电流参考方向不同，所

以戴维南等效电路不同，根据 KVL 定律，N_1、N_2 等效电路分别为解图 2-17（a）、（b）所示。



解图 2-17

2-18 题图 2-18（a）、（b）电路中，已知 $U_S=5V$，$R=5\Omega$，$I_S=5A$，试分别计算各电路中元件的吸收功率。



题图 2-18

(a) 解：

$$I_1=\frac{U_S}{R}=1A, I_2=I_S-I_1=4A$$

$$P_{U_S}=U_S\cdot I_2=20W(\text{吸收})$$

$$P_{I_S}=-U_S\cdot I_S=-25W(\text{产生})$$

$$P_R=\frac{U_S{}^2}{R}=5W(\text{吸收})$$

(b) 解：

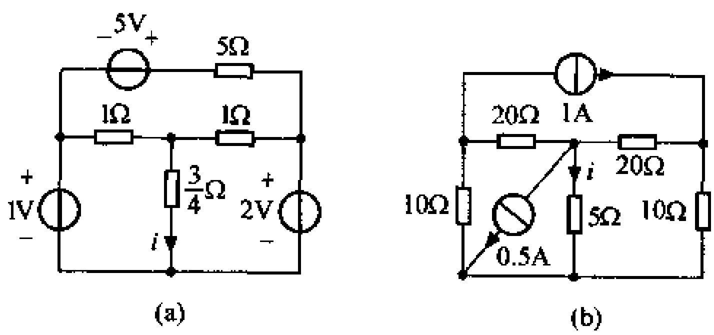
$$U_1=U_S-RI_S=-20V$$

$$P_{U_S}=-I_S\cdot U_S=-25W(\text{产生})$$

$$P_{I_S}=I_S\cdot U_1=-100W(\text{产生})$$

$$P_R=I_S{}^2\cdot R=125W(\text{吸收})$$

2-19 试用等效变换的方法求取题图 2-19 所示电路中的电流 i。

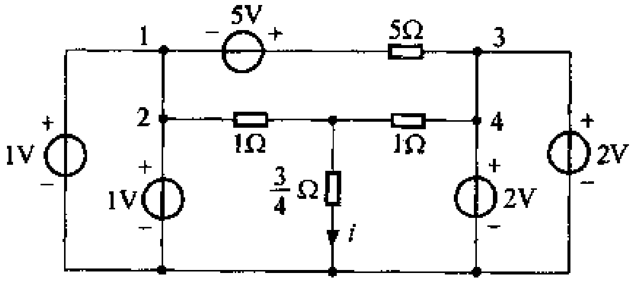


题图 2-19

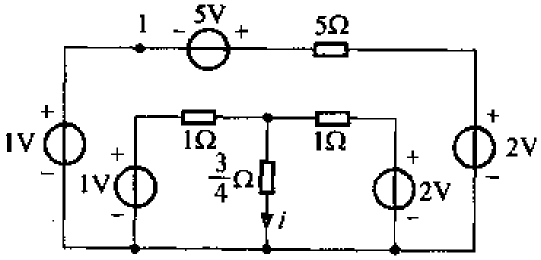
(a) 解：首先将题图 2-19（a）中两个无伴电压源“分裂”如解图 2-19（a）-（1），由

此图可知 $i_{12}=0$，$i_{34}=0$，故可断开成为解图 2-19（a）-（2），完成了无伴电源的等效转移。进一步化简得 2-19（a）-（3），由此根据分流原理，可得

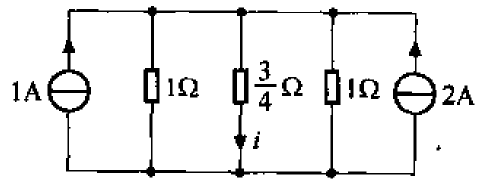
$$i=(1+2)\times\frac{1\,/\!/\,1}{\frac{3}{4}+(1\,/\!/\,1)}=1.2\text{A}$$



解图 2-19（a）-（1）



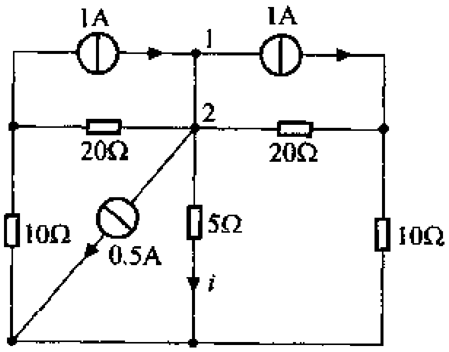
解图 2-19（a）-（2）



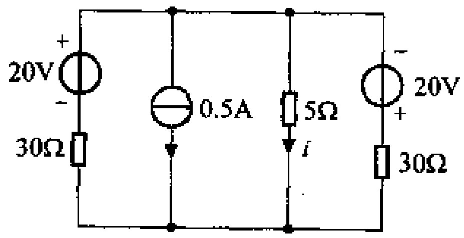
解图 2-19（a）-（3）

(b) 解： 首先将题图 2-19（b）的 1A 电流源“分裂”为两个，如解图 2-19（b）-（1）所示。将 1、2 两点用短路线连接，因为 $i_{12}=0$，所以与 1、2 两点断开等效，完成无伴电源等效转移。进一步戴维南—诺顿转换化简为解图 2-19（b）-（2），最后化简为解图 2-19（b）-（3）。由此图得

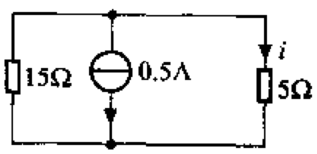
$$i=(-0.5)\times\frac{15}{5+15}=-\frac{3}{8}\text{A}$$



解图 2-19（b）-（1）

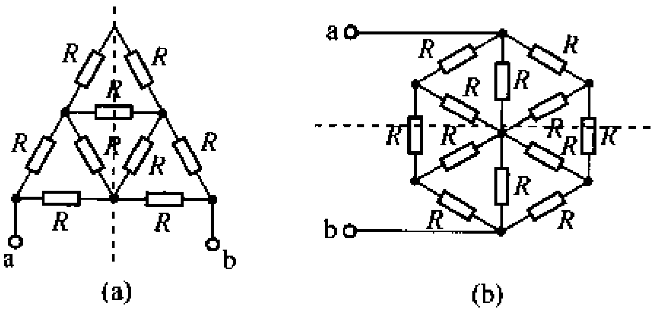


解图 2-19（b）-（2）



解图 2-19（b）-（3）

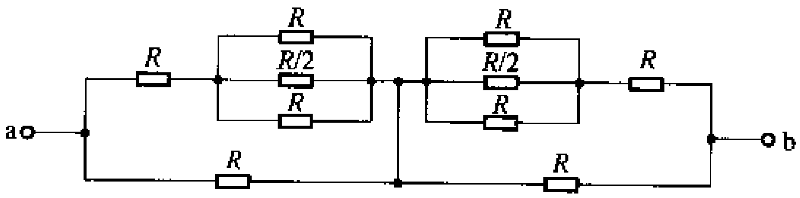
2-20 试求题图 2-20 电路中 ab 端的等效电阻 R_{eq}。



题图 2-20

(a) 解： 做题图 2-20 (a) 中分线，则电路等效为解图 2-20 (a) - (1)，由图可知等效电阻

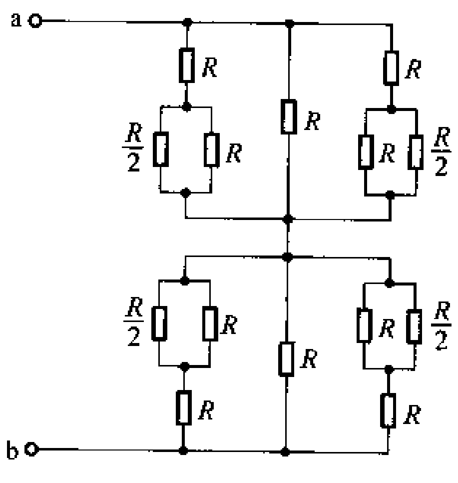
$$R_{eq}=2\times\left\{R\,/\!/\left[R+\left(R\,/\!/\,\frac{R}{2}\,/\!/\,R\right)\right]\right\}=2\times\frac{5}{9}R=\frac{10}{9}R$$



解图 2-20 (a) -1

(b) 解： 做题图 2-20 (b) 中分线，则电路等效为解图 2-20 (b) - (1)，由图可知，a、b 端等效电阻

$$R_{eq}=2\times\left\{\left[R+\frac{R}{2}\,/\!/\,R\right]/\!/\,R\,/\!/\left[R+\frac{R}{2}\,/\!/\,R\right]\right\}=2\times\frac{2}{5}R=\frac{4}{5}R$$



解图 2-20 (b) -1

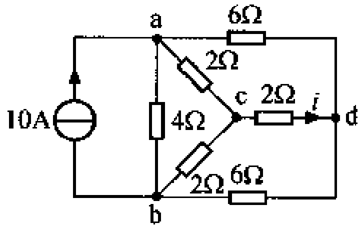
2-21 试求题图 2-21 所示电路中 (1) 电阻 R_{ab}；(2) 电流 i。

解： 电路 acda 部分构成平衡电桥，如解图 2-21 (1) 所示，因此 $i=0$A。

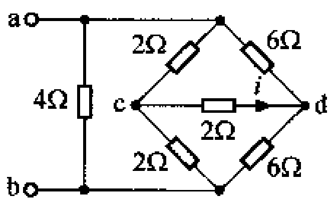
由 $i=0$，可知 cd 支路可断开（或短路），

则　　$R_{ab} = 4 \mathbin{/\!/} (2+2) \mathbin{/\!/} (6+6) = \frac{12}{7}\Omega$

或　　$R_{ab} = 4 \mathbin{/\!/} [(2 \mathbin{/\!/} 6)+(2 \mathbin{/\!/} 6)] = \frac{12}{7}\Omega$



题图 2-21



解图 2-21（1）

2-22　电路如题图 2-22 所示，试求电流源提供的功率。

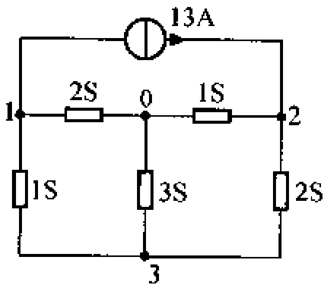
解：将电流源以外的电路部分进行等效变换，首先将由 2S、1S、3S 构成的 Y 电路转换为 Δ 电路，

则
$$R_{12} = \frac{\frac{1}{2}\times 1+1\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 3\Omega$$

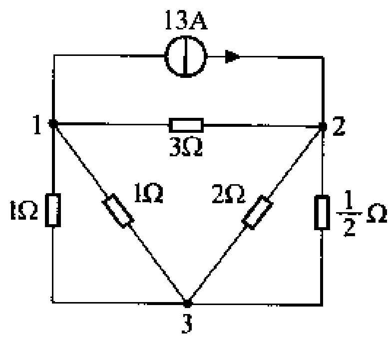
$$R_{23} = \frac{\frac{1}{2}\times 1+1\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = 2\Omega$$

$$R_{13} = \frac{\frac{1}{2}\times 1+1\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}{1} = 1\Omega$$

则电路等效为解图 2-22，由图可知



题图 2-22



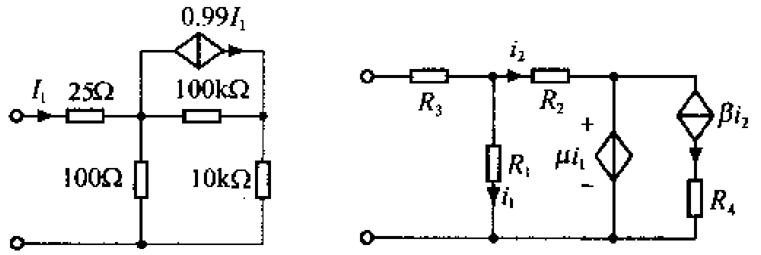
解图 2-22

$$u_{12} = 13\times\left\{3 \mathbin{/\!/} \left[\left(\frac{1}{2} \mathbin{/\!/} 2\right)+(1 \mathbin{/\!/} 1)\right]\right\} = 13\times\frac{9}{13} = 9\text{V}$$

电流源提供的功率

$$P_{供} = u_{12}\cdot 13 = 9\times 13 = 117W$$

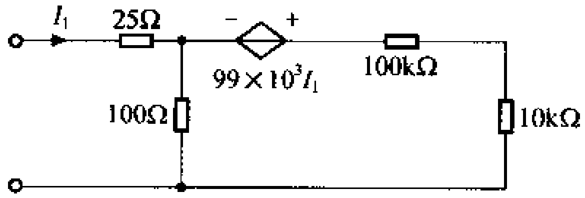
2-23　求题图 2-23 所示电路的输入电阻。



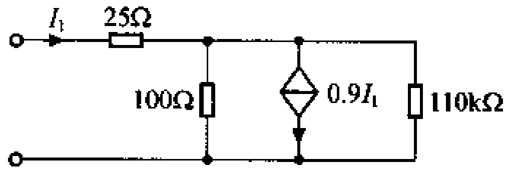
(a)　　　　　　　　(b)

题图 2-23

(a) 解：首先将 100kΩ 与 $0.99I_1$ 受控电流源并联构成的诺顿电路等效为戴维南电路，如解图 2-23 (a) - (1) 所示。进一步化简，100kΩ 与 10kΩ 相串联等效，戴维南电路等效为诺顿电路，如解图 2-23 (a) - (2)。



解图 2-23 (a) - (1)



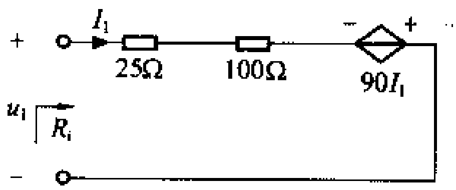
解图 2-23 (a) - (2)

因为 110kΩ//100Ω≈100Ω，再进一步化简等效转换为解图 2-23 (a) - (3)。

对解图 2-23 (a) - (3) 列端口 VCR 关系方程：

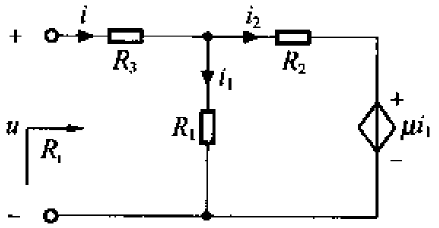
$$u_1 = (25+100)I_1 - 90I_1 = 35I_1$$

则输入电阻　　$R_i = \dfrac{u_1}{I_1} = 35\Omega$



解图 2-23 (a) - (3)

(b) 解：利用电压源与二端网络相并联等效为电压源，将题图 2-23 (b) 等效变换为解图 2-23 (b)。



解图 2-23 (b)

利用加压求流法，则有方程组：

$$\begin{cases} u = R_3 i + R_1 i_1 & (1) \\ i = i_1 + i_2 & (2) \\ R_1 i_1 = R_2 i_2 + \mu i_1 & (3) \end{cases}$$

由 (3)、(2) 可得

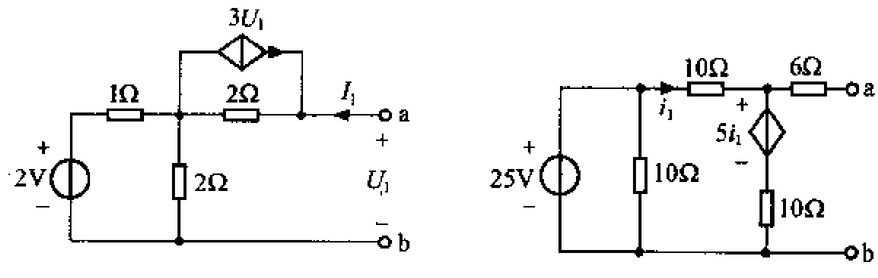
$$i = i_1 \cdot \frac{R_1 + R_2 - \mu}{R_2} \qquad (4)$$

则输入电阻

$$R_i = \frac{u}{i} = \frac{R_3 i + R_1 i_1}{i} = R_3 + \frac{R_1 \cdot i_1}{i} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 - \mu}$$

2-24　化简题图 2-24 所示电路为等效戴维南电路。

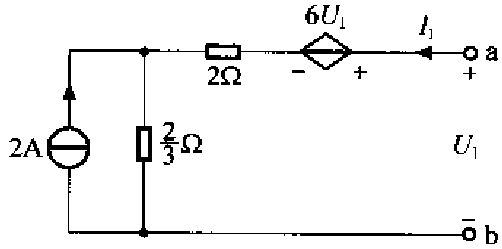
(a) 解：电路根据戴维南—诺顿转换及电阻并联等效可化简为解图 2-24 (a) - (1)，进



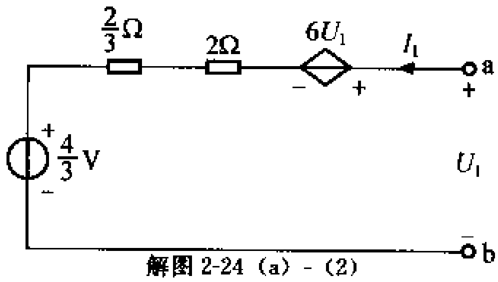
(a)　　　　(b)

题图 2-24

一步化简为解图 2-24（a）-（2）。对此图列端口 VCR 关系方程：



解图 2-24（a）-（1）

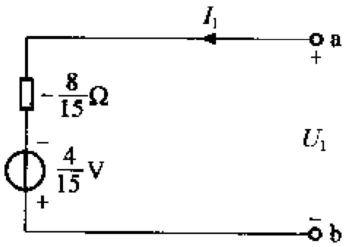


解图 2-24（a）-（2）

$$U_1 = 6U_1 + \left(\frac{2}{3} + 2\right)I_1 + \frac{4}{3}$$

即
$$U_1 = -\frac{4}{15} - \frac{8}{15}I_1$$

则其戴维南等效电路如解图 2-24（a）-（3）所示。

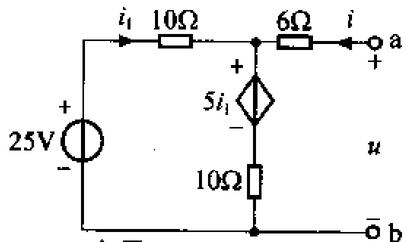


解图 2-24（a）-（3）

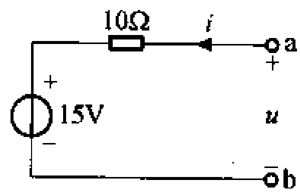
（b）解：图示电路可等效为解图 2-24（b）-（1）。设端口电压为 u，流入电流为 i，列方程

$$\begin{cases} u = 6i + 5i_1 + 10(i_1 + i) \\ u = 6i - 10i_1 + 25 \end{cases}$$

消去中间变量 i_1，得 $u = 10i + 15$，由此得其戴维南等效电路为解图 2-24（b）-（2）。

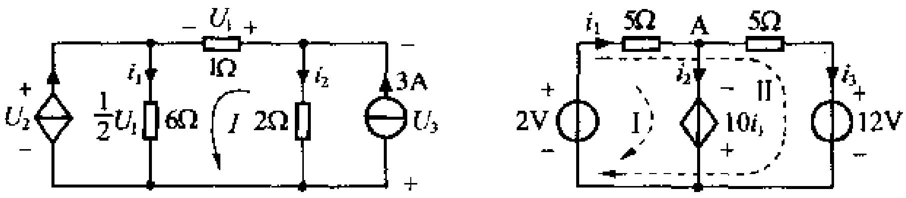


解图 2-24（b）-（1）



解图 2-24（b）-（2）

2-25　试计算题图 2-25 所示电路中独立源及受控源的吸收功率。



(a) (b)

题图 2-25

(a) 解：设电流源端电压分别为 u_2、u_3；6Ω、2Ω 电阻上电流分别为 i_1、i_2，则有 $i_1=\frac{1}{2}u_1+u_1, i_2=3-u_1$，将其代入回路 I 的 KVL 方程，即

$$u_1+6i_1-2i_2=0$$

可得 $$u_1=0.5\text{V}$$

则 $$u_2=-6i_1=-9u_1=-4.5\text{V}, u_3=-2i_2=-5\text{V}$$

所以独立源吸收的功率 $$P_{独}=3\cdot u_3=-15\text{W}$$

受控源吸收的功率 $$P_{控}=\frac{1}{2}u_1\cdot u_2=-1.125\text{W}$$

(b) 解：设电压源流过的电流分别为 i_1、i_3，对回路Ⅰ列 KVL 方程，有 $5i_1-10i_1=2\Rightarrow i_1=-0.4\text{A}$；对回路Ⅱ列 KVL 方程，有 $5i_1+5i_3+12-2=0\Rightarrow i_3=-1.6\text{A}$；由 A 点 KCL 方程，有 $i_2=i_1-i_3=1.2\text{A}$。

所以 $$P_{2\text{V}}=-2\cdot i_1=0.8\text{W}; P_{12\text{V}}=12\cdot i_3=-19.2\text{W};$$
$$P_{控}=-10i_1\cdot i_2=-4.8\text{W}$$

2-26 题图 2-26 所示电路，(1) 若 $R=4\Omega$，求电压 U_1 和电流 I；(2) 若 $U_1=-4\text{V}$，求电阻 R。

(1) 解：由题图 2-26，利用广义 KCL 定律，可知

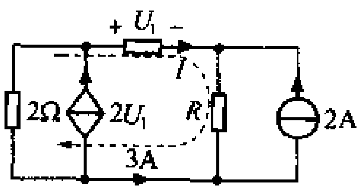
$$I+3=0\Rightarrow I=-3\text{A}$$

对图示回路列 KVL 方程，有

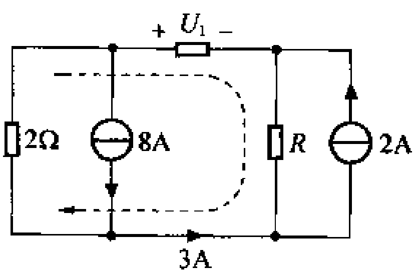
$$U_1+R(2-3)+2(-2U_1-3)=0$$

将 $R=4\Omega$ 代入上式，可得 $U_1=-\frac{10}{3}\text{V}$。

(2) 解：$U_1=-4\text{V}$，则受控源可视为独立源，如解图 2-26 所示。对图示回路列 KVL 方程，有



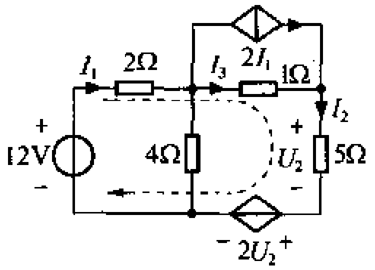
题图 2-26



解图 2-26

$$U_1 + R(2-3) + 2(8-3) = 0$$

将 $U_1 = -4\text{V}$ 代入上式，可得 $R = 6\Omega$。



题图 2-27

2-27　试求题图 2-27 电路中的电流 I_2。

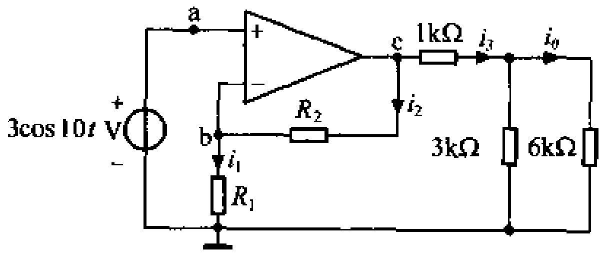
解：列图示回路 KVL 方程，有

$$2I_1 + I_3 \cdot 1 + 5I_2 + 2U_2 - 12 = 0$$

将 $I_3 = I_2 - 2I_1, U_2 = 5I_2$，代入上式，可得

$$I_2 = 0.75\text{A}$$

2-28　题图 2-28 所示电路中，已知 $R_2 = 2R_1 = 1\text{k}\Omega$，试求电流 i_0。



题图 2-28

解：根据"虚短"，有 $U_a = U_b = 3\cos 10t\,\text{V}$；

根据"虚断"，有 $i_1 = i_2$，即

$\dfrac{U_b}{R_1} = \dfrac{U_c - U_b}{R_2}$ 代入参数，可得

$$U_c = 3U_b = 9\cos 10t\,\text{V}$$

$$i_3 = \frac{U_c}{[1 + 3 \mathbin{/\!/} 6] \times 10^3} = 3\cos 10t \quad \text{mA}$$

利用分流

$$i_0 = i_3 \times \frac{3 \times 10^3}{(6+3) \times 10^3} = \cos 10t \quad \text{mA}$$

2-29　运放电路如题图 2-29 所示，试求输出电压 u_o。

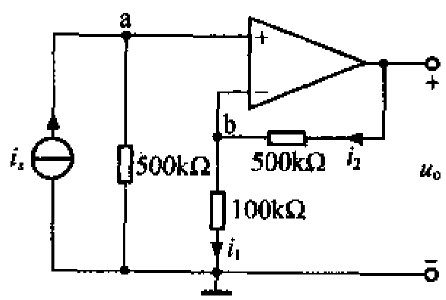
解：利用"虚断"，有 $u_a = 500 i_s \times 10^3\,\text{V}$；$i_1 = i_2$。

利用"虚短"，有 $u_a = u_b = 500 i_s \times 10^3\,\text{V}$。

由 $i_1 = i_2$，即

$$\frac{u_b}{100 \times 10^3} = \frac{u_o - u_b}{500 \times 10^3}$$

可得　$u_o = 6u_b = 3 \times 10^6 i_s\,\text{V}$

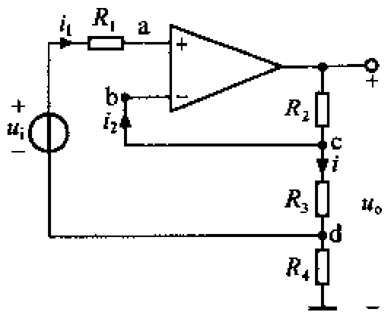


题图 2-29

2-30　已知题图 2-30 所示运放电路，试求输出电压 u_o 和 u_i 的比值。

解：利用"虚短"与"虚断"，有 $u_a = u_b = u_c$ 及 $i_1 = 0$，即

$$u_a - u_d = u_c - u_d = u_{cd} = u_i$$



题图 2-30

则 $$i=\frac{u_{cd}}{R_3}=\frac{u_i}{R_3}$$

利用“虚断”，有 $i_1=i_2=0$，即

$$u_o=i\cdot(R_2+R_3+R_4)=u_i\cdot\frac{R_2+R_3+R_4}{R_3}$$

所以 $$\frac{u_o}{u_i}=\frac{R_2+R_3+R_4}{R_3}$$

2-31 试求题图 2-31 中电压 u_a、u_b 和 u_o。

解：利用“虚断”，有 $i_1=1\text{mA}, i_2=i_3$；

利用“虚短”，有 $u_a=u_b$，即 $u_{ab}=0$。

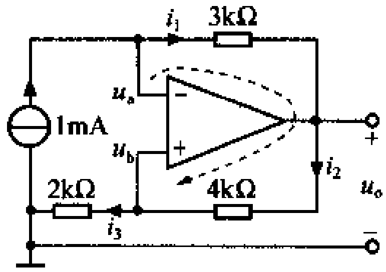
列图示回路 KVL 方程，有

$$3\times10^3 i_1+4\times10^3 i_2=u_{ab}=0$$

所以 $i_2=-\frac{3}{4}i_1=-\frac{3}{4}\text{mA}$，又 $i_2=i_3$，则

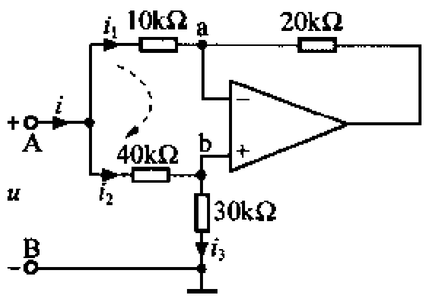
$$u_o=i_2(4+2)\times10^3=-4.5\text{V}$$

$$u_a=u_b=i_3\times2\times10^3=-1.5\text{V}$$



题图 2-31

2-32 试求题图 2-32 的等效输入电阻 R_{AB}。



题图 2-32

解：利用“虚短”，有 $u_a=u_b$ 即 $u_{ab}=0$；利用“虚断”，有 $i_2=i_3$。

用加压求流法求输入电阻，设端口电压为 u，流入电流为 i，则

$$i=i_1+i_2 \qquad ①$$

对图示回路列 KVL 方程，有

$$10\times10^3 i_1+u_{ab}-40\times10^3 i_2=0 \qquad ②$$

将①代入②式，得 $i=5i_2$ ③

又 $i_2=i_3$，则 $u=(40+30)\times10^3 i_2$

所以 $$R_{AB}=\frac{u}{i}=\frac{70\times10^3 i_2}{5i_2}=14\text{k}\Omega$$

2-33 试求题图 2-33 电路的输出电压 u_o 和输入电压 u_i 的比值。

解：利用“虚断”，可知 $i_1=i_2$；利用“虚短”，可知 $u_a=u_b=u_c=u_d$，即

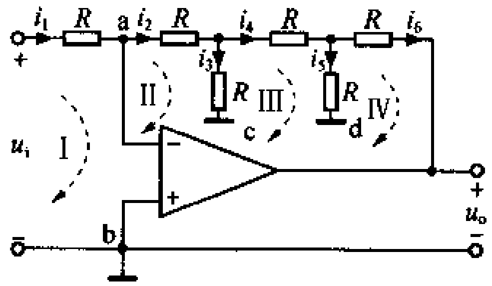
$$u_{ab}=0, u_{ac}=0, u_{cd}=0, u_{ab}=0。$$

列回路 I KVL 方程，有

$$Ri_1+u_{ab}=u_i \Rightarrow i_1=\frac{u_i}{R}$$

列回路 II KVL 方程，有

$$Ri_2+Ri_3+u_{ca}=0$$



题图 2-33

代入 $i_1 = i_2$ 得

$$i_3 = -i_1 = -\frac{u_i}{R}$$

列回路ⅢKVL 方程，有

$$Ri_4 + Ri_5 - Ri_3 + u_{dc} = 0$$

将 $i_4 = i_2 - i_3 = \frac{2u_i}{R}$ 代入,得

$$i_5 = -\frac{3u_i}{R}$$

$$i_6 = i_4 - i_5 = \frac{5u_i}{R}$$

列回路ⅣKVL 方程，有

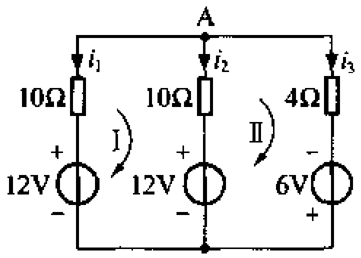
$$Ri_6 + u_o + u_{bd} - Ri_5 = 0$$

则
$$u_o = R(i_5 - i_6) = -8u_i$$

所以
$$\frac{u_o}{u_i} = -8$$

第 3 章　线性网络的一般分析方法

3-1　试用支路电流法求解题图 3-1 所示电路中各电源供出的功率。



题图 3-1

解：设各支路电流分别为 i_1、i_2 和 i_3。

节点 A 的 KCL 方程：$i_1+i_2+i_3=0$　①

网孔Ⅰ的 KVL 方程：$-10i_1+10i_2+12-12=0$　②

网孔Ⅱ的 KVL 方程：$-10i_2+4i_3-6-12=0$　③

联立①、②、③得

$$i_1=i_2=-1\text{A}, i_3=2\text{A}$$

题图 3-1 左面第一个 12V 电压源供出功率为

$$P_{12V_1}=-12i_1=12\text{W}$$

第二个 12V 电压源供出功率为

$$P_{12V_2}=-12i_2=12\text{W}$$

6V 电压源供出功率为

$$P_{6V}=6i_3=6\times2=12\text{W}$$

3-2　电路如题图 3-2 所示，试用支路电流法求各支路电流及支路电压。

解：由图可知 $i_1=2\text{A}$

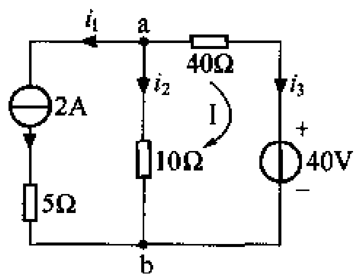
对 a 点列 KCL：　$i_1+i_2+i_3=0$

对Ⅰ网孔列 KVL：　$40i_3+40-10i_2=0$

解得

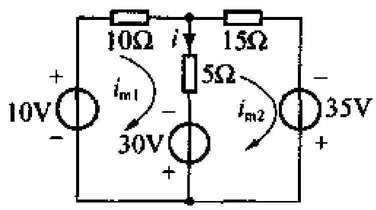
$$i_2=-0.8\text{A}, i_3=-1.2\text{A}$$

$$u_{ab}=10i_2=-8\text{V}$$



题图 3-2

3-3　电路如题图 3-3 所示，试用网孔分析法求电流 i。



题图 3-3

解：设网孔电流分别为 i_{m1}、i_{m2}。

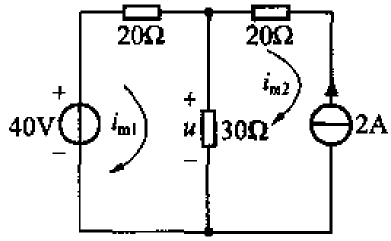
对网孔Ⅰ有：　$(10+5)i_{m1}-5i_{m2}=30+10$

对网孔Ⅱ有：　$-5i_{m1}+(5+15)i_{m2}=35-30$

联立求解得　$i_{m1}=3\text{A}, i_{m2}=1\text{ A}$

所以　　$i=i_{m1}-i_{m2}=2\text{A}$

3-4　电路如题图 3-4 所示，试用网孔分析法求电压 u。



题图 3-4

解： 设网孔电流分别为 i_{m1}、i_{m2}，则有

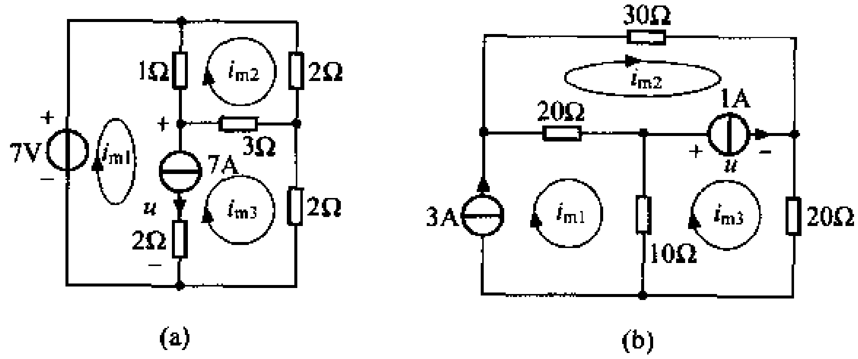
$$i_{m2} = -2\text{A}$$

$$(20+30)i_{m1} - 30i_{m2} = 40$$

联立解得　　$i_{m1} = -0.4\text{A}$

则　　$u = 30(i_{m1} - i_{m2}) = 30 \times 1.6 = 48\text{V}$

3-5　电路如题图 3-5 所示，试列写网孔方程。



题图 3-5

(a) 解： 设含 7A 电流源支路端电压为 u。

网孔 Ⅰ：　$i_{m1} - i_{m2} = 7 - u$

网孔 Ⅱ：　$-i_{m1} + 6i_{m2} - 3i_{m3} = 0$

网孔 Ⅲ：　$-3i_{m2} + 5i_{m3} = u$

辅助方程：　$i_{m1} - i_{m3} = 7$

(b) 解： 设 1A 电流源端电压为 u。

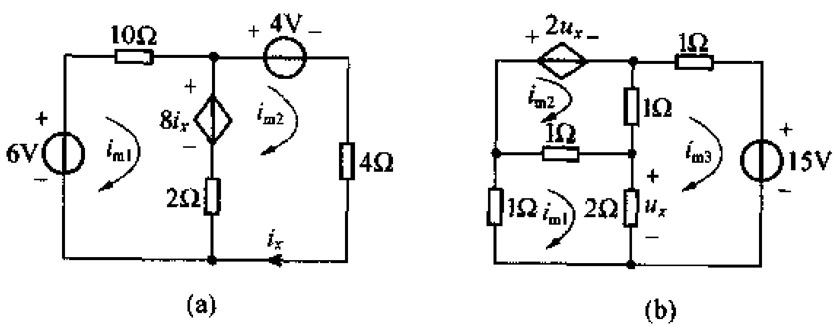
网孔 Ⅰ：　$i_{m1} = 3\text{A}$

网孔 Ⅱ：　$-20i_{m1} + 50i_{m2} = u$

网孔 Ⅲ：　$-10i_{m1} + 30i_{m3} = -u$

辅助方程：　$i_{m3} - i_{m2} = 1$

3-6　用网孔分析法求题图 3-6 所示电路中的电流 i_x 和电压 u_x。



题图 3-6

(a) 解： 设网孔电流分别为 i_{m1}、i_{m2}。

网孔 Ⅰ：　$12i_{m1} - 2i_{m2} = -8i_x + 6$

网孔Ⅱ： $-2i_{m1}+6i_{m2}=8i_x-4$

辅助方程： $i_x=i_{m2}$

联立求得 $i_x=3\text{A}$

(b) **解**：设网孔电流分别为 i_{m1}、i_{m2}、i_{m3}

网孔Ⅰ： $4\,i_{m1}-i_{m2}-2i_{m3}=0$

网孔Ⅱ： $-i_{m1}+2i_{m2}-i_{m3}=-2u_x$

网孔Ⅲ： $-2i_{m1}-i_{m2}+4i_{m3}=-15$

辅助方程： $u_x=2\ (i_{m1}-i_{m3})$

联立求得

$$i_{m1}=-\frac{45}{4}\text{A}$$

$$i_{m2}=-\frac{35}{2}\text{A}$$

$$i_{m3}=-\frac{55}{4}\text{A}$$

所以 $u_x=2(i_{m1}-i_{m3})=5\text{V}$

3-7 已知某网络的网孔方程为

$$3i_{m1}-i_{m2}-2i_{m3}=6$$
$$-i_{m1}+6i_{m2}-3i_{m3}=-12$$
$$-2i_{m1}-3i_{m2}+6i_{m3}=0$$

试画出该网络的最简结构图。

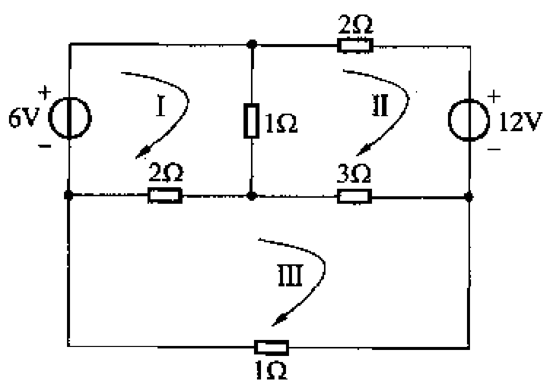
解：网孔方程的直接列写规则为

自电阻×本网孔电流+∑互电阻×相邻网孔电流=∑电压源电压升

对照已知网孔方程，可知

$$R_{11}=3\Omega;R_{12}=R_{21}=-1\Omega;R_{13}=R_{31}=-2\Omega;$$
$$R_{22}=6\Omega;R_{23}=R_{32}=-3\Omega;R_{33}=6\Omega;$$
$$u_{sm1}=6\text{V};u_{sm2}=-12\text{V};u_{sm3}=0\text{V}$$

由此可做其最简结构图如解图 3-7 所示（非唯一解）。



解图 3-7

3-8 用节点分析法求题图 3-8 所示电路的各节点电压。

解：按规范法则可列节点方程为

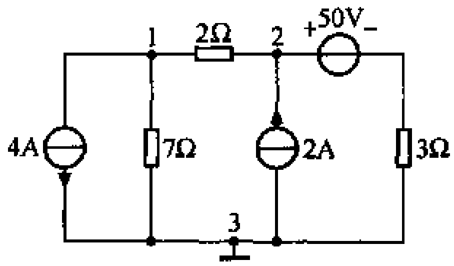
节点 1：　$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{7}\right)u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}=-4$

节点 2：　$-\frac{1}{2}u_{n1}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)u_{n2}=2+\frac{50}{3}$

整理可得　$9u_{n1}-7u_{n2}=-56$

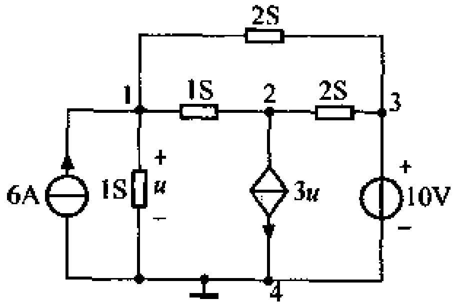
$-3u_{n1}+5u_{n2}=112$

联立求得　$u_{n1}=21\text{V},u_{n2}=35\text{V}$



题图 3-8

3-9　电路如题图 3-9 所示，试用节点分析法求电压 u。



题图 3-9

解：电路中有一个无伴电压源，若设节点 4 为参考节点，则 $u_{n3}=10\text{V}$ 为已知。其它节点方程为

节点 1：　$4u_{n1}-u_{n2}-2u_{n3}=6$

节点 2：　$-u_{n1}+3u_{n2}-2u_{n3}=-3u$

辅助方程：　$u=u_{n1}$

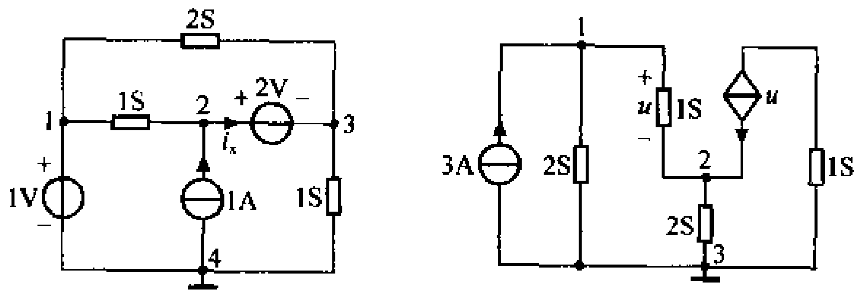
将 $u_{n3}=10\text{V}$ 及辅助方程代入节点 1、节点 2 的方程，得

$$4u_{n1}-u_{n2}=26$$
$$2u_{n1}+3u_{n2}=20$$

联立求得　$u_{n1}=7\text{V},u_{n2}=2\text{V}$

所以　$u=u_{n1}=7\text{V}$

3-10　试列题图 3-10 所示电路的节点方程。



(a)　(b)

题图 3-10

(a) **解**：电路中有两个无伴电压源，已知参考节点为 4，则 $u_{n1}=1\text{V}$ 为已知。设流过 2V 无伴电压源的电流为 i_x，如题图 3-10（a）所示，可得节点方程为

节点 1：　$u_{n1}=1$

节点 2：　$-u_{n1}+u_{n2}=1-i_x$

节点 3：　$-2u_{n1}+3u_{n3}=i_x$

辅助方程：　$u_{n2}-u_{n3}=2$

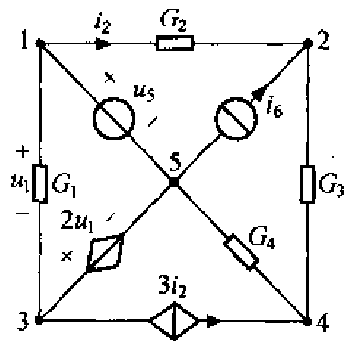
(b) **解**：直接列写节点方程（与受控电流源相连的电阻不能列入自导或互导）

节点 1：　$3u_{n1}-u_{n2}=3$

节点 2：　$-u_{n1}+3u_{n2}=u$

辅助方程：
$$u_{n1}-u_{n2}=u$$

3-11 用节点分析法列出题图 3-11 所示电路的节点方程；试改变参考节点的位置，比较所列方程的数目。



题图 3-11

解： ① 电路中有两个无伴电压源，并且均与节点 5 相连，所以若选节点 5 为参考节点，则 $u_{n1}=u_5, u_{n3}=2u_1$ 。因两个节点电压为已知，节点方程数目为

2 个节点方程 + 2 个辅助方程 = 4 个方程

② 若选无伴电压源除公共节点外的另一个节点为参考节点（即 1 或 3)，因有一个节点方程为已知，另一个无伴电压源要设流过电流为 i_x，故节点方程数目为

3 个节点方程 + 3 个辅助方程 = 6 个方程

③ 若选非无伴电压源相连的节点为参考节点（即节点 2 或 4)，则两个无伴电压源要设流过的电流为 i_{x1} 及 i_{x2}，节点方程数目为

4 个节点方程 + 4 个辅助方程 = 8 个方程

因此，选节点 5 为参考节点。

节点 1： $$u_{n1}=u_5$$

节点 3： $$u_{n3}=2u_1$$

节点 2： $$-G_2u_{n1}+(G_2+G_3)u_{n2}-G_3u_{n4}=i_6$$

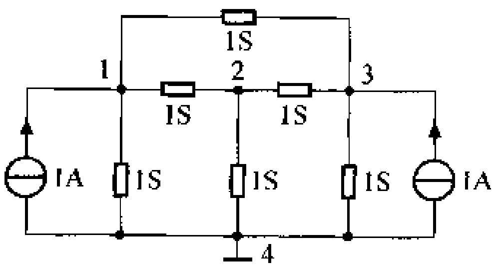
节点 4： $$-G_3u_{n2}+(G_3+G_4)u_{n4}=3i_2$$

辅助方程：
$$u_1=u_{n1}-u_{n3}$$
$$i_2=G_2(u_{n1}-u_{n2})$$

3-12 一个 4 个节点的网络，已知其节点方程为

$$3u_{n1}-u_{n2}-u_{n3}=1$$
$$-u_{n1}+3u_{n2}-u_{n3}=0$$
$$-u_{n1}-u_{n2}+3u_{n3}=1$$

试画出其电路结构图。



解图 3-12

解： 根据节点方程的直接列写规则

自电导×本节点电压+∑互电导×相邻节点电压=∑流入电流源对照已知节点方程，有

$$G_{11}=3\text{S};G_{12}=G_{21}=-1\text{S};G_{31}=G_{13}=-1\text{S};$$
$$G_{23}=G_{32}=-1\text{S};G_{22}=3\text{S};G_{33}=3\text{S}$$
$$i_{sn1}=1\text{A};i_{sn2}=0\text{A};i_{sn3}=1\text{A}$$

由此可做其电路结构图如解图 3-12 所示（非唯一解）。

3-13 求题图 3-13 所示电路中的电压 u_{ab}。

解： 选 b 为参考节点，则有

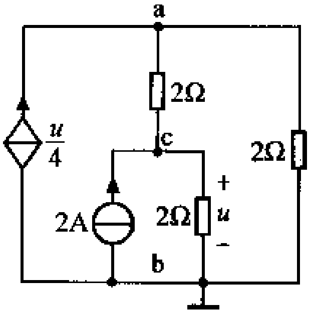
节点 a：　$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)u_{na}-\frac{1}{2}u_{nc}=\frac{u}{4}$

节点 c：　$-\frac{1}{2}u_{na}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)u_{nc}=2$

辅助方程：　$u_{nc}=u$

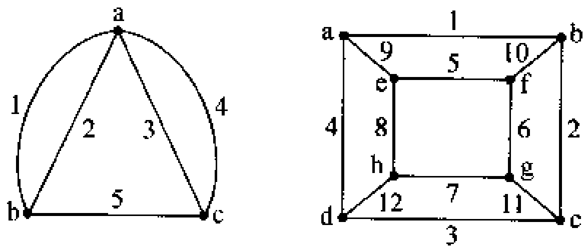
联立求解，可得　$u_{na}=\frac{12}{5}\text{V}, u_{nc}=\frac{16}{5}\text{V}$

所以　$u_{ab}=u_{na}=\frac{12}{5}\text{V}$



题图 3-13

3-14　线图如题图 3-14（a）、（b）所示，试各选定 3 种不同形式的树。



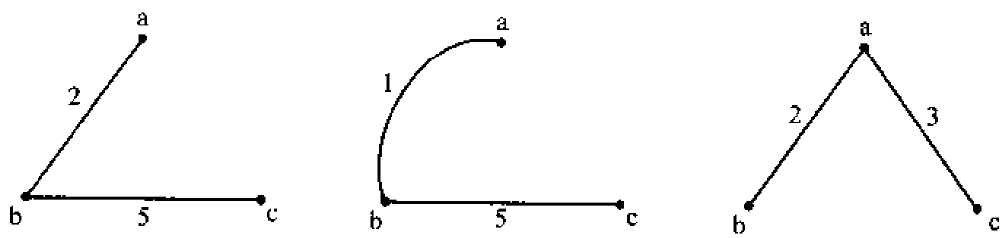
(a)　　(b)

题图 3-14

解：因为树是连通图 G 的一类特殊的子图，要满足：（1）连通图；（2）包含图 G 的全部节点；（3）无回路。构成树的树支个数＝节点数－1。

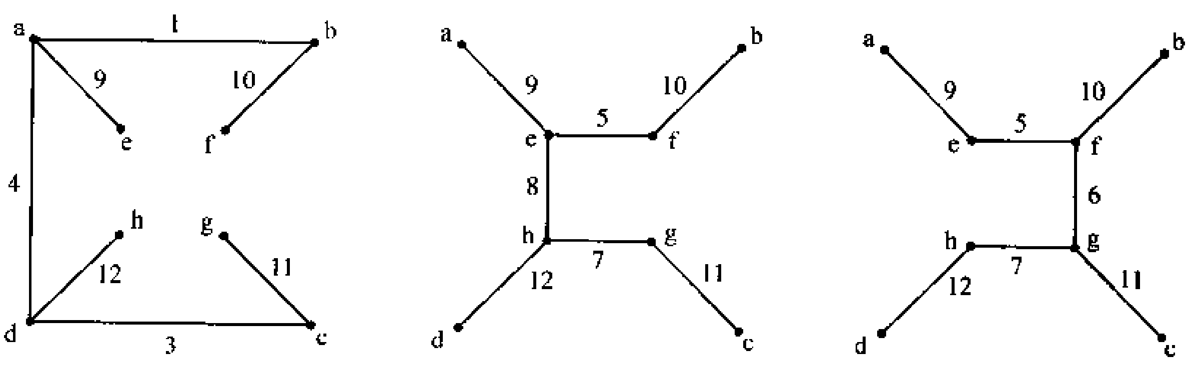
线图 G 可有多种不同形式的树。

对于题图 3-14（a），树支个数＝3－1＝2，解图 3-14（a）展示了它的三个树。



解图 3-14（a）

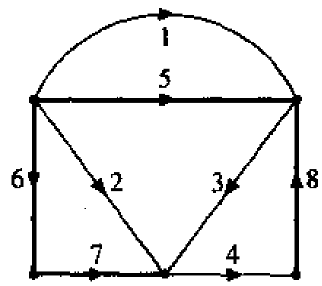
对于题图 3-14（b），树支个数＝8－1＝7，解图 3-14（b）展示了它的三个树。



解图 3-14（b）

3-15　线图如题图 3-15 所示，图中粗线表示树。试列举出其全部基本回路和基本割集。

解：由题图 3-15 可知，所选树由 5、6、7、8 构成，即树支是 5、6、7、8，连支是 1、2、3、4。



题图 3-15

基本回路是只含一条连支的回路，因此有 4 个基本回路，其构成如解图 3-15（1）所示。

基本回路Ⅰ：{1，5}，方向与 1 相同；

基本回路Ⅱ：{2，6，7}，方向与 2 相同；

基本回路Ⅲ：{3，5，6，7}，方向与 3 相同；

基本回路Ⅳ：{4，5，6，7，8}，方向与 4 相同。

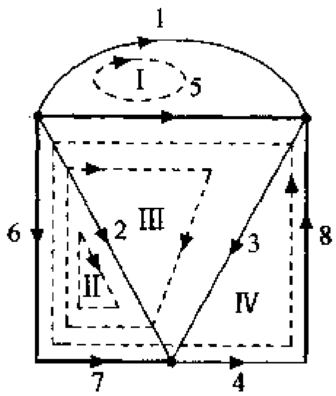
基本割集是只含一条树支的割集，因此有 4 个基本割集，其构成如解图 3-15（2）所示。

基本割集Ⅰ：{1，5，3，4}，方向与 5 相同；

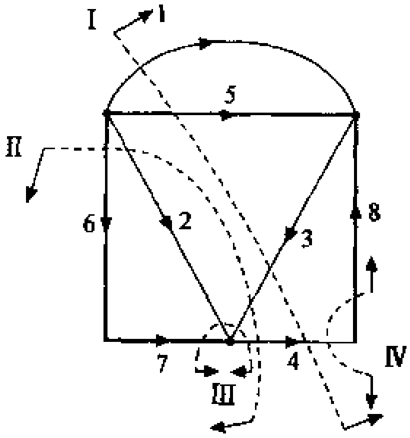
基本割集Ⅱ：{6，2，3，4，}，方向与 6 相同；

基本割集Ⅲ：{7，2，3，4，}，方向与 7 相同；

基本割集Ⅳ：{8，4}，方向与 8 相同。



解图 3-15（1）



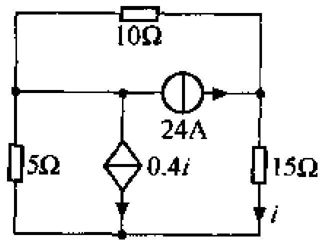
解图 3-15（2）

3-16 选择最佳树，使得仅用一个方程可求得题图 3-16 电路中的电流 i。

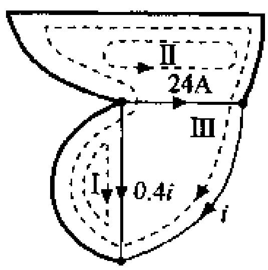
解：图示电路有 3 个节点，5 条支路，树支数目为 $3-1=2$，连支数目为 3，含两个无伴电流源，所以选择用回路分析法来解题。

设无伴电流源支路，待求变量支路为连支，其余为树支。

做题图 3-16 的树如解图 3-16 粗线所示，由于基本回路Ⅰ连支电流为 $0.4i$，基本回路Ⅱ连支电流为 24A，只需列基本回路Ⅲ的回路方程



题图 3-16



解图 3-16

$$i(10+15+5)-10\times 24+5\times 0.4i=0$$

所以
$$i=7.5\text{A}$$

3-17 仅用一个方程求题图 3-17 电路的电压 u。

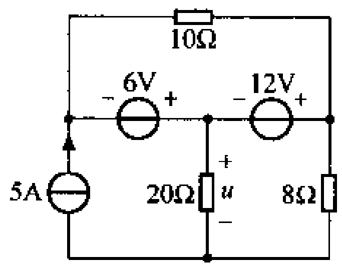
解： 图示电路为 4 个节点，6 条支路，树支数目 $4-1=3$，连支数目 $6-3=3$，含两个无伴电压源，所以选择用割集分析法来解题。

设无伴电压源支路、待求变量支路为树支，其余为连支。

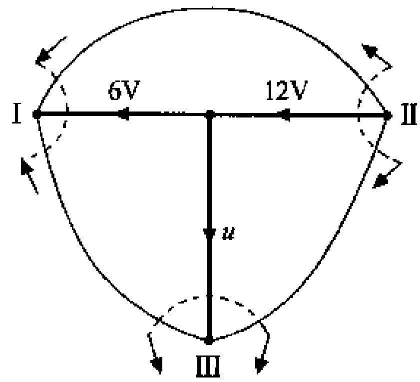
做题图 3-17 的树如解图 3-17 粗线所示。由于基本割集Ⅰ树支电压为 6V，基本割集Ⅱ树支电压为 12V，只需列基本割集Ⅲ的方程

$$\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{8}\right)u+\frac{1}{8}\times 12=5$$

所以
$$u=20\text{V}$$

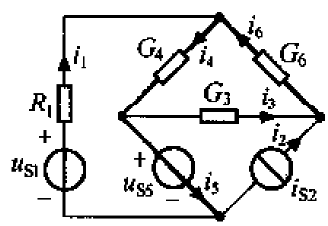


题图 3-17



解图 3-17

3-18 试列写题图 3-18 所示电路的回路方程和割集方程（图中粗线表示树）设各支路电流各为 i_1、i_2、i_3、i_4、i_5、i_6。



题图 3-18

解：（1）该电路对应的线图如解图 3-18（1）所示。在此图上做出基本回路如虚线所示，进而列出回路方程为

基本回路Ⅰ：

$$\left(\frac{1}{G_3}+\frac{1}{G_4}+\frac{1}{G_6}\right)i_3+\frac{1}{G_4}\cdot i_1+\left(\frac{1}{G_4}+\frac{1}{G_6}\right)i_2=0$$

基本回路Ⅱ：

$$i_2=i_{s2}$$

基本回路Ⅲ：

$$\left(R_1+\frac{1}{G_4}\right)i_1+\frac{1}{G_4}i_3=u_{s1}-u_{s5}$$

（2）设各支路电压与电流为关联参考方向，分别为 u_1、u_2、u_3、u_4、u_5、u_6。

在题图 3-18 所示线图上做出基本割集如解图 3-18（2）所示，进而列出割集方程为

基本割集Ⅰ：

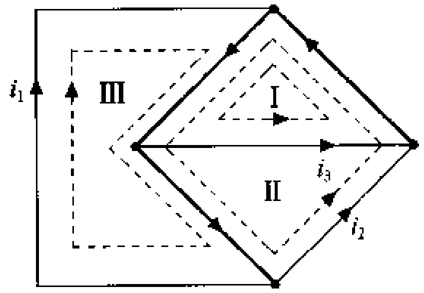
$$(G_3+G_6)u_6+G_3u_4=i_{s2}$$

基本割集Ⅱ：

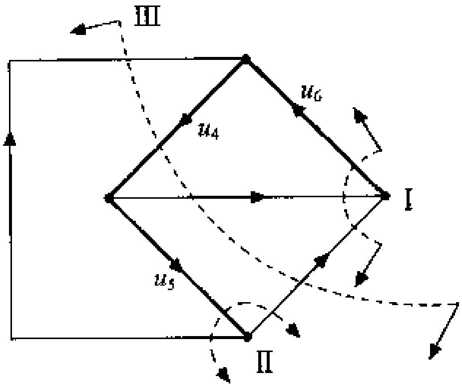
$$u_5=u_{s5}$$

基本割集Ⅲ：

$$\left(\frac{1}{R_1}+G_4+G_3\right)u_4+\frac{1}{R_1}\cdot u_5+G_3u_6=i_{s2}+\frac{u_{s1}}{R_1}$$



解图 3-18（1）



解图 3-18（2）

3-19 若回路方程为

$$\begin{cases}(R_1+R_4+R_6)i_1+(R_1+R_4)i_2+R_4i_3=u_{s1}\\(R_1+R_4)i_1+(R_1+R_3+R_4+R_5)i_2+(R_4+R_5)i_3=u_{s1}+u_{s2}\\R_4i_1+(R_4+R_5)i_2+(R_2+R_4+R_5)i_3=u_{s2}\end{cases}$$

试画出电路图。

解：根据回路方程的直接列写规则，可知

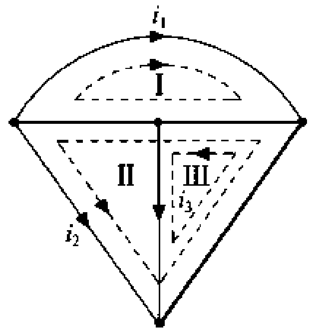
$$R_{11}=R_1+R_4+R_6;R_{22}=R_1+R_3+R_4+R_5;R_{33}=R_2+R_4+R_6;$$

$$R_{12}=R_{21}=R_1+R_4;R_{23}=R_{32}=R_4+R_5;R_{31}=R_{13}=R_4;$$

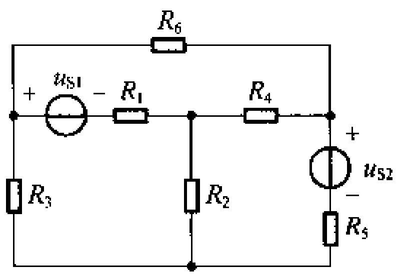
$$u_{s11}=u_{s1};u_{s12}=u_{s1}+u_{s2};u_{s13}=u_{s2}。$$

由方程可知电路连支数为 3，电流分别为 i_1、i_2、i_3。

假设电路共有 6 条支路，则树支数＝6－3＝3，进一步推得电路所含节点数＝树支数目＋1＝4，则可画出电路所对应的线图如解图 3-19（1）所示。若选粗线为树支，细线为连支，设连支电流分别为 i_1、i_2、i_3，可做出基本回路，对照方程，可做出电路如解图 3-19（2）所示（答案非唯一）。



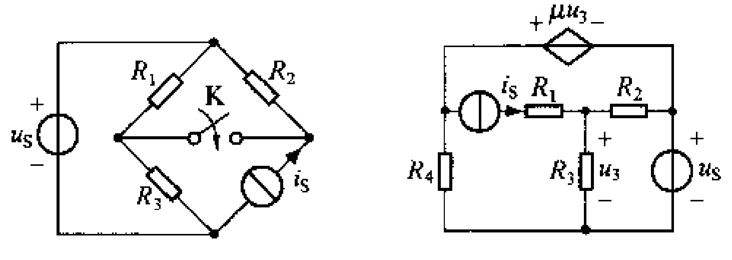
解图 3-19（1）



解图 3-19（2）

3-20 试画出题图 3-20 所示电路的对偶电路。

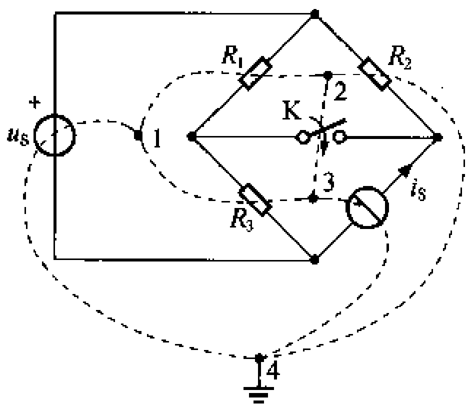
(a) 解：(1) 首先在给定电路的三个网孔各安放一个对偶电路的节点，在外网孔安放对偶电路的参考节点，如解图 3-20（a）-（1）所示。



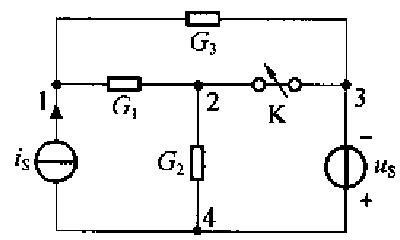
(a)　　(b)

题图 3-20

(2) 穿过原电路的元件将该元件所在两网孔中的对偶电路两节点相连，构成对偶电路 N′的一条支路，连线支路与被穿过支路对偶（N′即对偶电路如解图 3-20（a）-（2）所示）。



解图 3-20（a）-（1）

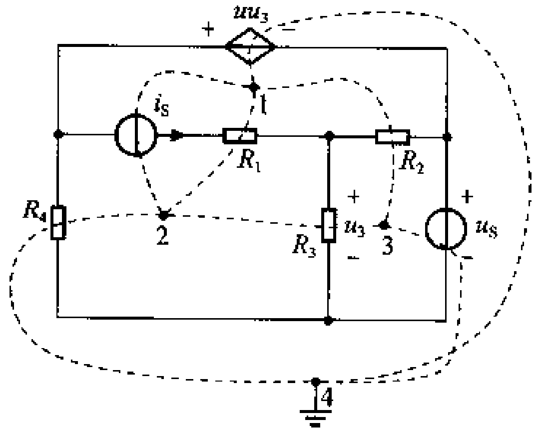


解图 3-20（a）-（2）

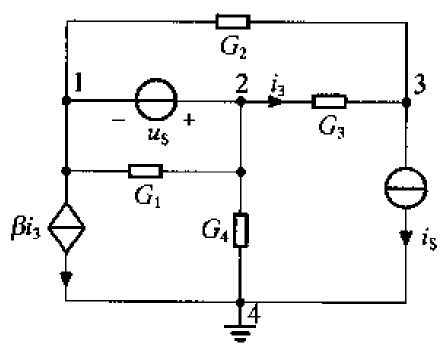
(3) 判断对偶电路中电压源，电流源的极性，如解图 3-20（a）-（2）所示。

(开关断开→闭合对偶开关闭合→断开)

(b) 解：方法同（a），先在解图 3-20（b）-（1）中打点，用虚线穿过原电路元件，依次做出其对偶电路，再判断电压源、电流源、电流控制电流源及控制量 i_3 的方向，如图 3-20（b）-（2）所示。



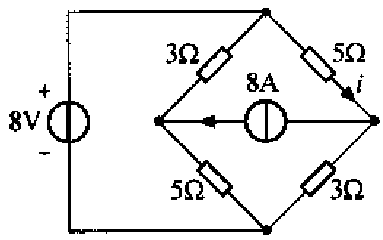
解图 3-20（b）-（1）



解图 3-20（b）-（2）

第 4 章　网 络 定 理

4-1　电路如题图 4-1 所示，试用叠加定理求电流 i。

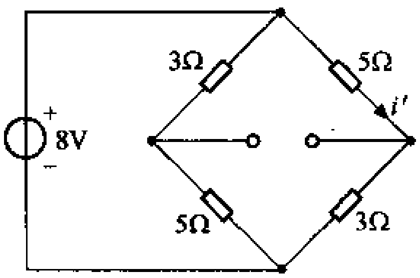


题图 4-1

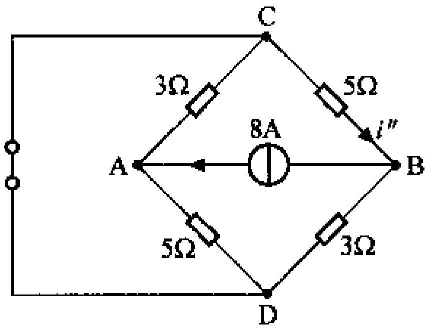
解：利用叠加定理，当电压源单独作用时，电流源开路，如解图 4-1（1）所示，由图可知

$$i' = \frac{8}{5+3} = 1\text{A}$$

当电流源单独作用时，电压源短路，如解图 4-1（2）所示，由图可知



解图 4-1（1）



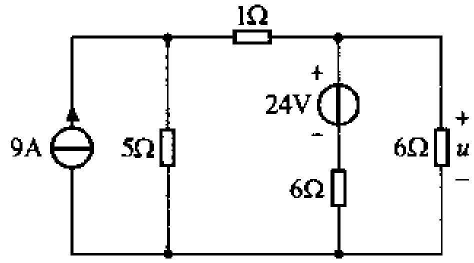
解图 4-1（2）

$$i'' = 8 \times \frac{3}{3+5} = 3\text{A}$$

当电压源和电流源共同作用，由叠加定理可知

$$i = i' + i'' = 4\text{A}$$

4-2　电路如题图 4-2 所示，试用叠加定理求电压 u。



题图 4-2

解：利用叠加定理，当电流源单独作用时，如解图 4-2（1）所示，有

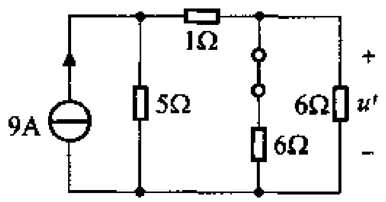
$$u' = 9 \times \frac{5}{5+[1+6\,/\!/\,6]} \times (6\,/\!/\,6) = 15\text{V}$$

当电压源单独作用时，如解图 4-2（2）所示，有

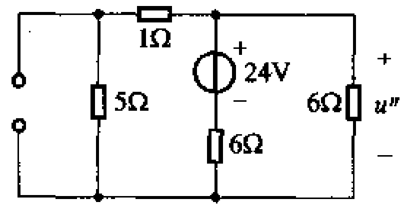
$$u'' = \frac{24}{6+[(5+1)\,/\!/\,6]} \times [(5+1)\,/\!/\,6] = 8\text{V}$$

当电压源、电流源共同作用时，可知

$$u = u' + u'' = 23\text{V}$$

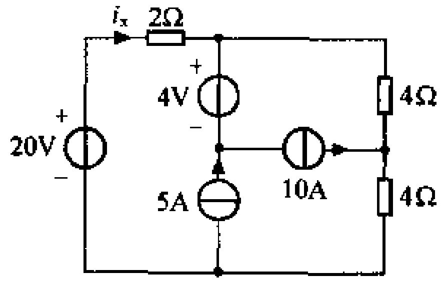


解图 4-2（1）



解图 4-2（2）

4-3　试用叠加定理求题图 4-3 电路中的电流 i_x。



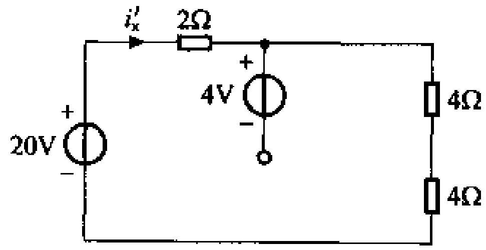
题图 4-3

解：题图 4-3 所示电路中，当 20V、4V 电压源单独作用时，电路如解图 4-3（1）所示，有

$$i_x' = \frac{20}{2+4+4} = 2\text{A}$$

当 5A、10A 电流源单独作用时，电路如解图 4-3（2）所示，等效变换可得解图4-3（3），由图可知

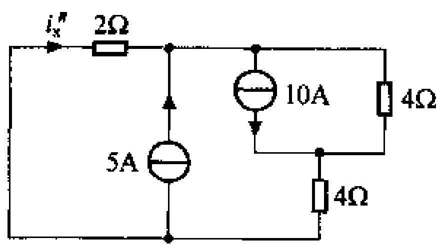
$$i_x'' = 0\text{A}$$



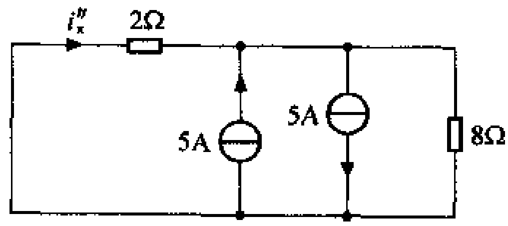
解图 4-3（1）

根据叠加定理

$$i_x = i_x' + i_x'' = 2\text{A}$$

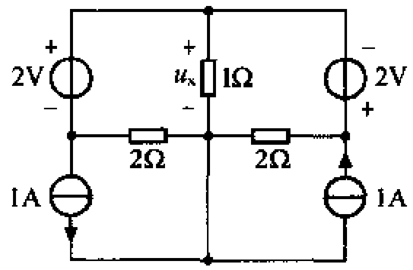


解图 4-3（2）



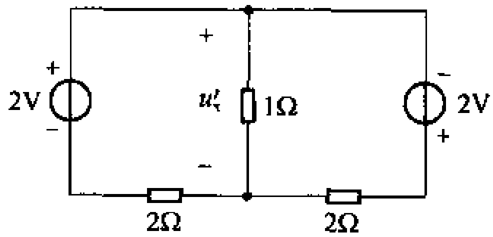
解图 4-3（3）

4-4 试用叠加定理求题图 4-4 电路的电压 u_x。

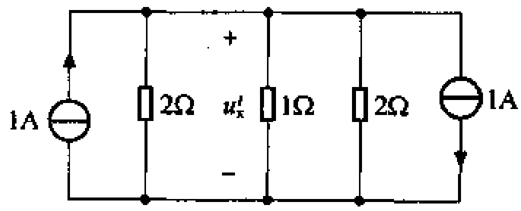


题图 4-4

解：题图 4-4 所示电路中，当电压源单独作用时，电路如解图 4-4（1）所示，经戴维南—诺顿转换等效为解图 4-4（2），由图可知



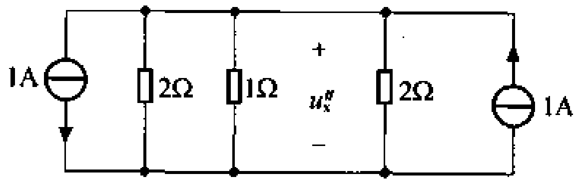
解图 4-4（1）



解图 4-4（2）

$$u_x' = 0\text{V}$$

当电流源单独作用时，电路如解图 4-4（3），由图可知



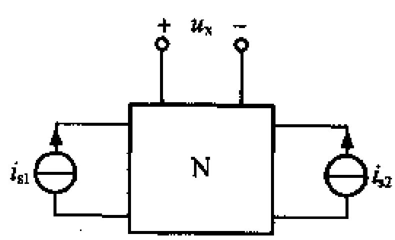
解图 4-4（3）

$$u_x'' = 0\text{V}$$

根据叠加定理

$$u_x = u_x' + u_x'' = 0\text{V}$$

4-5 （1）题图 4-5 所示线性网络 N，只含电阻。若 $i_{s1}=8\text{A}$，$i_{s2}=12\text{A}$ 时，$u_x=80\text{V}$；若 $i_{s1}=-8\text{A}$，$i_{s2}=4\text{A}$ 时，$u_x=0\text{V}$。求当 $i_{s1}=i_{s2}=20\text{A}$ 时，u_x 为多少？（2）若所示网络含有独立电源，当 $i_{s1}=i_{s2}=0$ 时，$u_x=-40\text{V}$，且所有（1）的数据仍有效。求当 $i_{s1}=i_{s2}=20\text{A}$ 时，电压 u_x 为多少？



题图 4-5

解：（1）由线性网络的线性，响应 u_x 可表示为

$$u_x = K_1 i_{s1} + K_2 i_{s2}$$

其中 K_1、K_2 为常数。

由已知条件可得

$$80 = 8K_1 + 12K_2$$

$$0 = -8K_1 + 4K_2$$

解方程组可得：　　　　$K_1 = 2.5, K_2 = 5$

因此，当 $i_{s1} = i_{s2} = 20\text{A}$ 时

$$u_x = 2.5 \times 20 + 5 \times 20 = 150\text{V}$$

(2) 若网络 N 含有独立电源，设其为（$\sum u_{sn} + \sum i_{sn}$），此时，响应 u_x 可表示为

$$u_x = K_1 i_{s1} + K_2 i_{s2} + K_3(\sum u_{sn} + \sum i_{sn})$$

将 $i_{s1} = i_{s2} = 0$ 和 $u_x = -40\text{V}$ 代入上式，可得 $K_3(\sum u_{sn} + \sum i_{sn}) = -40$，再将 (1) 的数据代入，可得

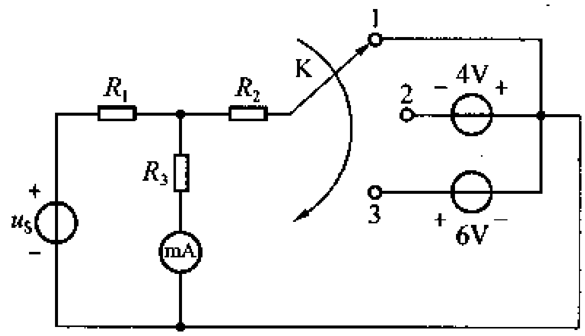
$$80 = 8K_1 + 12K_2 - 40$$

$$0 = -8K_1 + 4K_2 - 40$$

解方程组可得 $K_1 = 0, K_2 = 10$。因此，当 $i_{s1} = i_{s2} = 20\text{A}$ 时

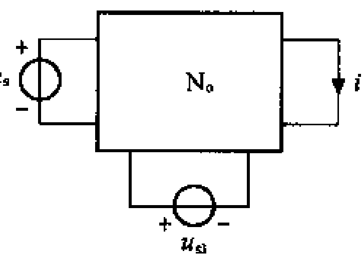
$$u_x = 0 \times 20 + 10 \times 20 - 40 = 160\text{V}$$

4-6　电路如题图 4-6 所示，当开关 K 合在位置 1 时电流表读数为 40mA；当 K 合在位置 2 时，电流表读数为 −60mA。试求 K 合在位置 3 时电流表的读数。



题图 4-6

解：题图 4-6 所示电路可看做解图 4-6，其中 N_o 为 R_1、R_2、R_3 构成的电阻网络，i 为电流表的读数，开关 K 合在位置 1 时，$u_{s1}=0\text{V}$；开关 K 合在位置 2 时，$u_{s1}=-4\text{V}$；开关 K 合在位置 3 时，$u_{s1}=6\text{V}$。



解图 4-6

根据线性网络的线性，可设

$$i = K_1 u_s + K_2 u_{s1}$$

将 $u_{s1} = 0\text{V}, i = 40\text{mA}; u_{s1} = -4\text{V}, i = -60\text{mA}$ 代入，可得

$$40 = K_1 u_s + K_2 \times 0$$

$$-60 = K_1 u_s + K_2 \times (-4)$$

解方程组可得 $K_1 u_s = 40, K_2 = 25$。因此，当 K 合位置 3，即 $u_{s1} = 6\text{V}$ 时

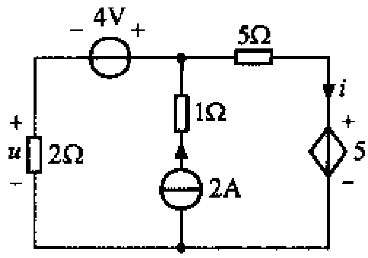
$$i = 40 + 25 \times 6 = 190\text{mA}$$

4-7　试用叠加定理求题图 4-7 电路的电流 i 和电压 u。

解：当电压源单独作用时，电路如解图 4-7 (1) 所示，由图可知

$$u' = -2i'$$

$$(5+2)i' + 5u' - 4 = 0$$

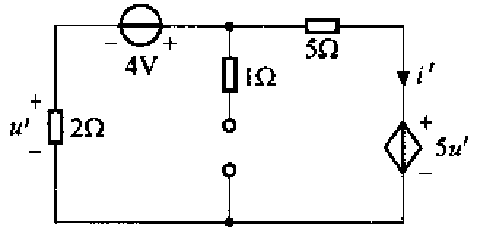


题图 4-7

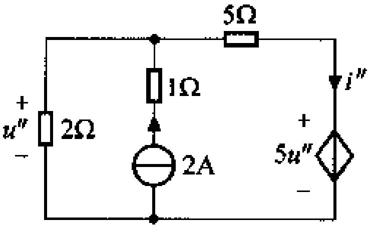
解方程组可得

$$i' = -\frac{4}{3}\text{A}, \quad u' = \frac{8}{3}\text{V}$$

当电流源单独作用时，电路如解图 4-7（2），由图可知



解图 4-7（1）



解图 4-7（2）

$$\frac{u''}{2} + i'' = 2$$

$$-u'' + 5i'' + 5u'' = 0$$

解方程组可得

$$i'' = \frac{16}{3}\text{A}, \quad u'' = -\frac{20}{3}\text{V}$$

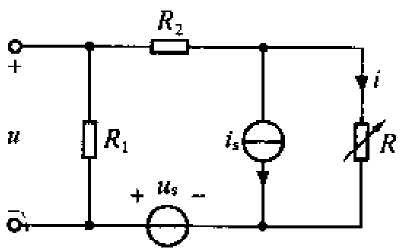
根据叠加定理，可知当电压源、电流源共同作用时

$$i = i' + i'' = -\frac{4}{3} + \frac{16}{3} = 4\text{A}$$

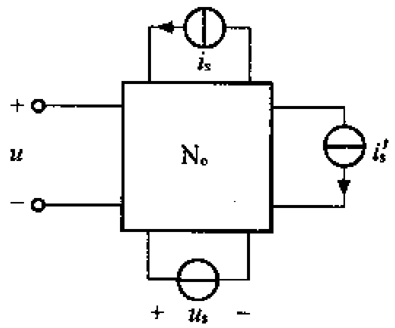
$$u = u' + u'' = \frac{8}{3} - \frac{20}{3} = -4\text{V}$$

4-8 如题图 4-8 所示电路，当改变电阻 R 值时，电路中各处电压和电流都将随之改变，已知当 $i=1\text{A}$ 时，$u=20\text{V}$，$i=2\text{A}$ 时，$u=30\text{V}$。求当 $i=3\text{A}$ 时，电压 u 为多少？

解：根据替代定理，可将可变电阻支路用电流源替代，则题图可看做解图 4-8，图中 N_o 是 R_1 和 R_2 构成的电阻网络，已知条件转化为当 $i_s'=1\text{A}$ 时 $u=20\text{V}$；当 $i_s'=2\text{A}$ 时，$u=30\text{V}$。根据线性网络性质，有



题图 4-8



解图 4-8

$$u = K_1 u_s + K_2 i_s + K_3 i_s'$$

代入已知条件

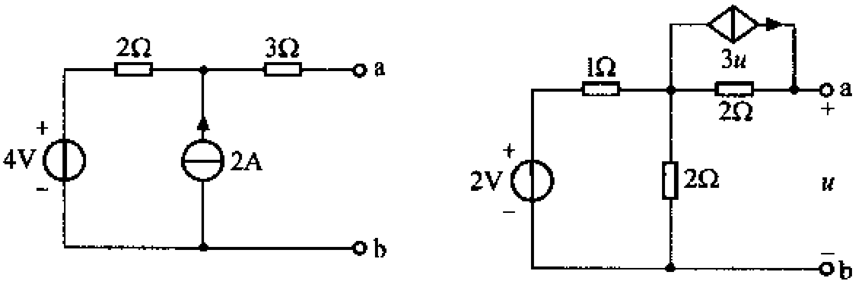
$$20 = K_1 u_s + K_2 i_s + K_3 \times 1$$
$$30 = K_1 u_s + K_2 i_s + K_3 \times 2$$

解方程组可得 $\qquad K_3 = 10, K_1 u_s + K_2 i_s = 10,$

因此当 $i=3\text{A}$ 即 $i_s'=3\text{A}$ 时

$$u = K_1 u_s + K_2 i_s + K_3 \times i_s' = 10 + 10 \times 3 = 40\text{V}$$

4-9 试求题图 4-9 所示二端网络的戴维南等效电路。



(a) (b)

题图 4-9

(a) 解：(1) 求开路电压 u_{oc}

电路如解图 4-9（a）-（1）所示，因此 $i=0$，所以

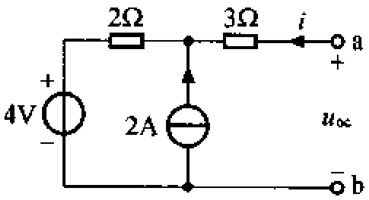
$$u_{oc} = 2 \times 2 + 4 = 8\text{V}$$

(2) 求输出电阻 R_o

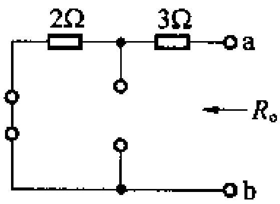
将二端网络所有独立源置零，如解图 4-9（a）-（2）所示，有

$$R_o = 2 + 3 = 5\Omega$$

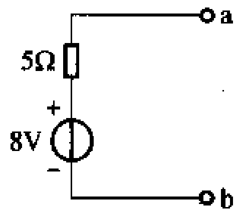
因此，可得所求戴维南等效电路如解图 4-9（a）-（3）所示。



解图 4-9（a）-（1）



解图 4-9（a）-（2）



解图 4-9（a）-（3）

(b) 解：(1) 求开路电压 u_{oc}

电路如解图 4-9（b）-（1）所示，因为 $i=0$，所以

$$(1+2)i_1 = 2 \Rightarrow i_1 = \frac{2}{3}\text{A}$$

$$u_{oc} = 3u_{oc} \times 2 + i_1 \times 2 \Rightarrow u_{oc} = -\frac{4}{15}\text{V}$$

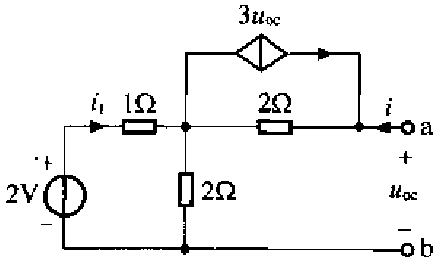
(2) 求等效电阻 R_o

利用加压求流法，电路如解图 4-9（b）-（2）所示，有

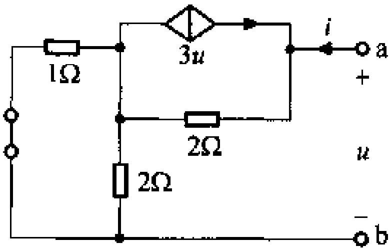
$$u = (3u + i) \times 2 + (1 \mathbin{/\!/} 2) \times i$$

所以 $\qquad R_o = \dfrac{u}{i} = -\dfrac{8}{15}\Omega$

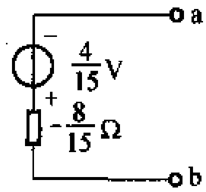
因此，戴维南等效电路如解图 4-9（b）-（3）所示。



解图 4-9（b）-（1）

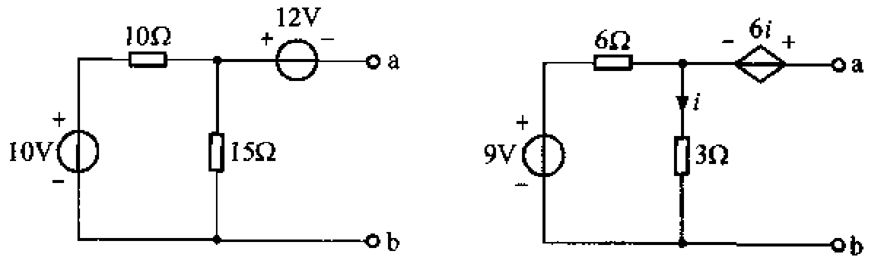


解图 4-9（b）-（2）



解图 4-9（b）-（3）

4-10 试求题图 4-10 所示二端网络的诺顿等效电路。



(a) (b)

题图 4-10

(a) 解：（1）求短路电流

如解图 4-10（a）-（1）所示，利用叠加定理，可得

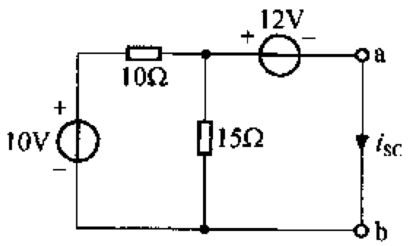
$$i_{sc}=\frac{10}{10}+\left(\frac{-12}{10 /\!/ 15}\right)=-1\text{A}$$

（2）求输出电阻

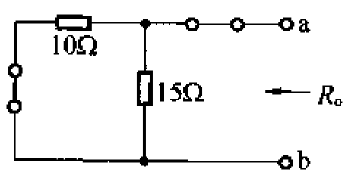
独立源置零，如解图 4-10（a）-（2）所示，有

$$R_o=10 /\!/ 15=6\Omega$$

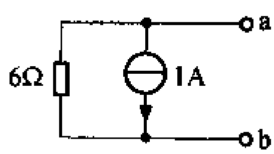
因此，可得所求诺顿等效电路如解图 4-10（a）-（3）。



解图 4-10（a）-（1）



解图 4-10（a）-（2）



解图 4-10（a）-（3）

(b) 解：（1）求短路电流

如解图 4-10（b）-（1）所示，利用网孔法，设网孔电流分别为 i_{l1}、i_{l2}，有

$$9i_{l1}-3i_{l2}=9$$

$$-3i_{l1}+3i_{l2}=6i$$

$$i = i_{l1} - i_{l2}$$

解方程组可得 $\quad i_{l2} = i_{l1} = 1.5\text{A}$

所以 $\quad i_{l2} = i_{sc} = 1.5\text{A}$

(2) 求输出电阻

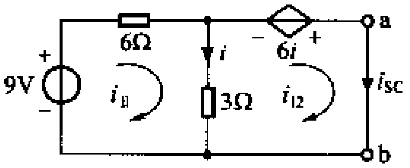
独立源置零，利用加压求流法，如解图 4-10 (b) - (2) 所示，则有

$$u' = 6i + 3i = 9i$$

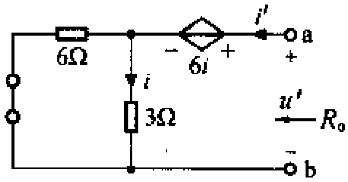
$$i' \times \frac{6}{6+3} = i$$

所以 $\quad R_o = \frac{u'}{i'} = 6\Omega$

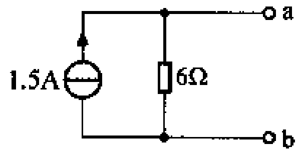
因此，可得所求诺顿等效电路如解图 4-10 (b) - (3)。



解图 4-10 (b) - (1)

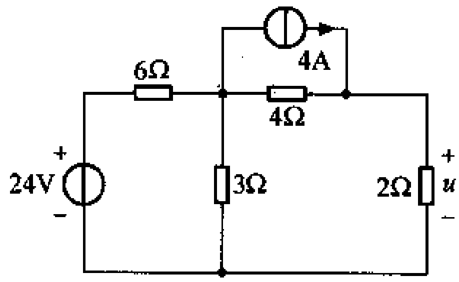


解图 4-10 (b) - (2)



解图 4-10 (b) - (3)

4-11 用戴维南定理求题图 4-11 电路的电压 u。



题图 4-11

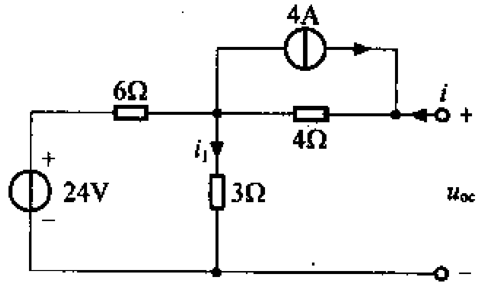
解：先求 2Ω 电阻以左部分电路的戴维南等效电路。

(1) 求开路电压 u_{oc}

如解图 4-11 (1) 所示，因为 $i=0$，所以

$$(6+3)i_1 = 24 \Rightarrow i_1 = \frac{8}{3}\text{A}$$

$$u_{oc} = 4 \times 4 + 3 \times \frac{8}{3} = 24\text{V}$$



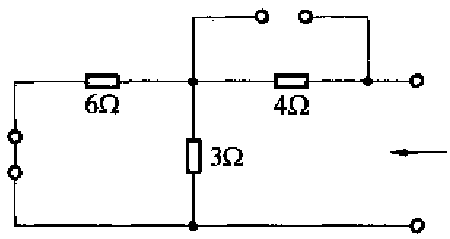
解图 4-11 (1)

(2) 求等效电阻 R_o

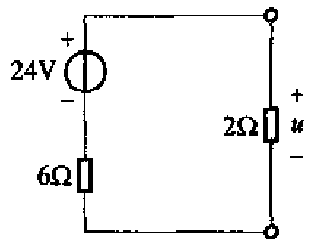
独立源置零，如解图 4-11 (2) 所示，有

$$R_o = 4 + 6 \mathbin{/\!/} 3 = 6\Omega$$

因此，题图 4-11 可等效为解图 4-11 (3)。所以 $\quad u = 24 \times \frac{2}{6+2} = 6\text{V}$

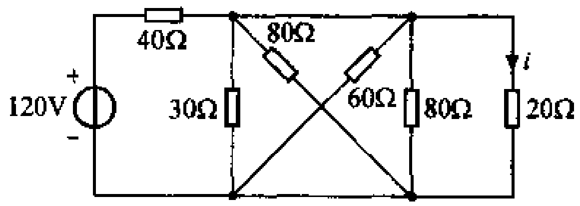


解图 4-11（2）



解图 4-11（3）

4-12 用诺顿定理求题图 4-12 电路中的电流 i。

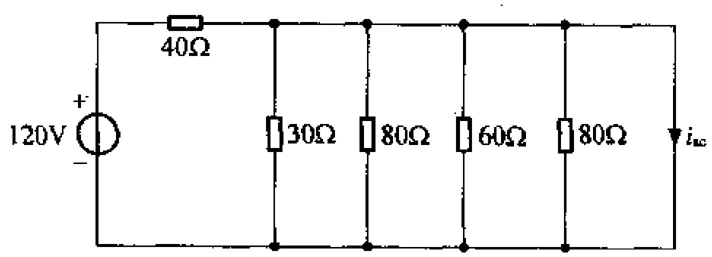


题图 4-12

解：首先求 20Ω 电阻以左部分的诺顿等效电路。

（1）求短路电流 i_{sc}

电路如解图 4-12（1）所示，可知



解图 4-12（1）

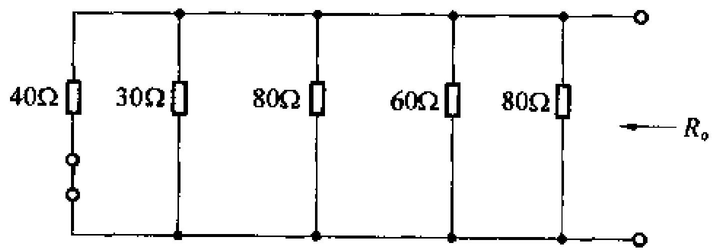
$$i_{sc}=\frac{120}{40}=3\text{A}$$

（2）求等效电阻 R_o

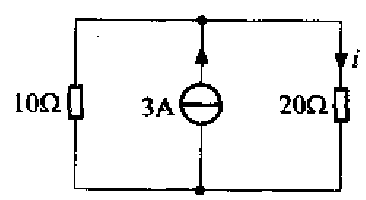
独立源置零，电路如解图 4-12（2）所示，可得

$$R_o=40\ /\!/\ 30\ /\!/\ 80\ /\!/\ 60\ /\!/\ 80=10\Omega$$

因此，题图 4-12 可等效为解图 4-12（3）。所以 $i=3\times\dfrac{10}{20+10}=1\text{A}$

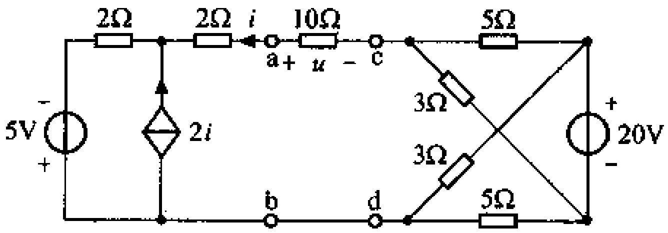


解图 4-12（2）



解图 4-12（3）

4-13　求题图 4-13 电路中的电压 u。



题图 4-13

解：设四个端子分别为 a、b、c、d。首先求 ab 以左部分网络的戴维南等效电路。

(1) 求开路电压 u_{oc1}

如解图 4-13 (1) 所示，因为 $i=0$，所以受控电流源 $2i=0$，而开路电压

$$u_{oc1}=i\times2+(2i+i)\times2-5=-5\text{V}$$

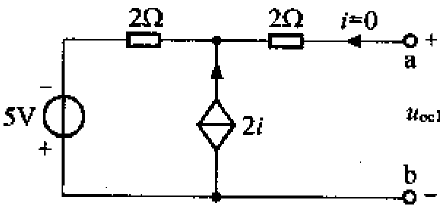
(2) 求等效电阻 R_{o1}

如解图 4-13 (2) 所示，利用加压求流法

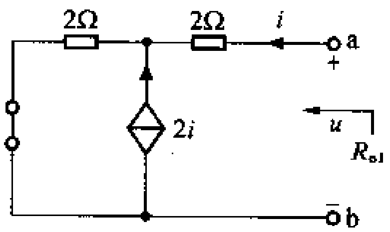
$$u=2\times i+(2i+i)\times2=8i$$

$$R_{o1}=\frac{u}{i}=8\Omega$$

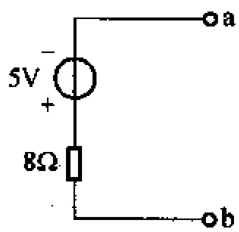
因此，ab 以左部分网络如解图 4-13 (3) 所示。



解图 4-13 (1)



解图 4-13 (2)



解图 4-13 (3)

再求 cd 以右部分网络的戴维南等效电路。

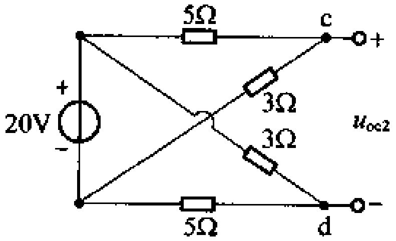
(1) 求开路电压 u_{oc2}

如解图 4-13 (4) 所示，可得

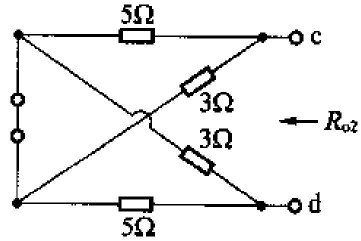
$$u_{oc2}=20\times\frac{3}{5+3}-20\times\frac{5}{5+3}=-5\text{V}$$

(2) 求等效电阻 R_{o2}

如解图 4-13 (5) 所示，可得



解图 4-13 (4)



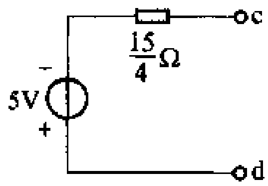
解图 4-13 (5)

$$R_{o2}=5 /\!/ 3+5 /\!/ 3=\frac{15}{4}\Omega$$

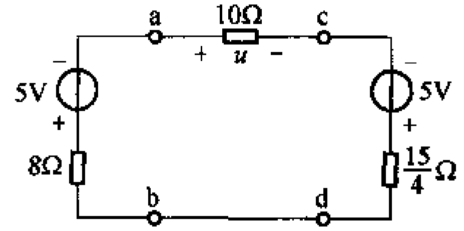
因此 cd 以左部分网络的戴维南等效电路如解图 4-13（6）所示。

最后，将题图 4-13 电路 ab 以左部分及 cd 以右部分分别用其对应的戴维南等效电路替代，得到解图 4-13（7）。

由图可知 $$u=0\text{V}$$

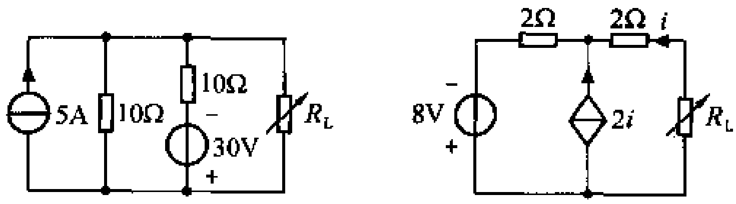


解图 4-13（6）



解图 4-13（7）

4-14 电路如题图 4-14 所示，其中电阻 R_L 可调，试问 R_L 为何值时能获得最大功率？最大功率为多少？



(a) (b)

题图 4-14

(a) 解：先求 R_L 以左部分电路的戴维南等效电路。首先求开路电压 u_{oc}，如解图 4-14（a）-（1）所示，有

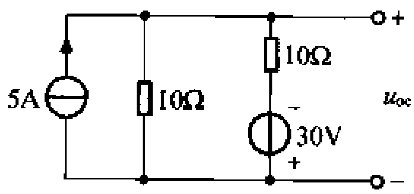
$$u_{oc}=5\times(10 /\!/ 10)-30\times\frac{10}{10+10}=10\text{V}$$

再求等效电阻 R_o，如解图 4-14（a）-（2）所示，有

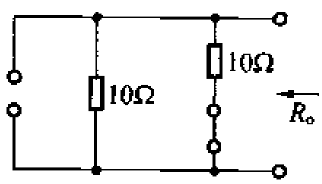
$$R_o=10 /\!/ 10=5\Omega$$

题图 4-14（a）负载 R_L 以左部分电路可用其对应的戴维南等效电路替代，如解图 4-14（a）-（3）所示。因此，当 $R_L=R_o=5\Omega$ 时可获得最大功率，此最大功率为

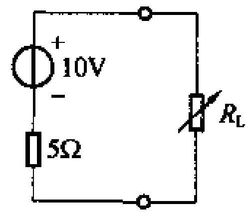
$$P_{max}=\frac{u_{oc}{}^2}{4R_o}=\frac{10^2}{4\times 5}=5\text{W}$$



解图 4-14（a）-（1）



解图 4-14（a）-（2）



解图 4-14（a）-（3）

(b) 解：先求 R_L 以左部分电路的戴维南等效电路。首先求开路电压 u_{oc}，如解图

4-14（b）-（1）所示，因为 $i=0$，所以受控电流源 $2i=0$，而

$$u_{oc}=2\times i+(2i+i)\times 2-8=-8\text{V}$$

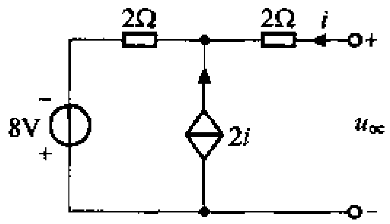
再求等效电阻 R_o，如解图 4-14（b）-（2）所示，利用加压求流法，可得

$$u=2\times i+(2i+i)\times 2=8i$$

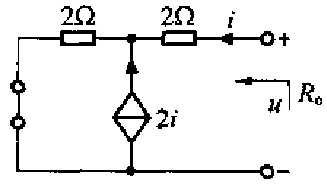
所以
$$R_o=\frac{u}{i}=8\Omega$$

这样题图 4-14（b）负载 R_L 以左部分可用其对应的戴维南等效电路替代，如解图 4-14（b）-（3）所示，因此，当 $R_L=R_o=8\Omega$ 时可获得最大功率，此最大功率为

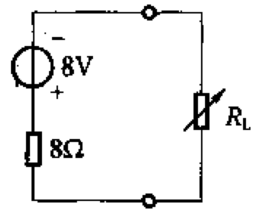
$$P_{max}=\frac{u_{oc}{}^2}{4R_o}=\frac{8^2}{4\times 8}=2\text{W}$$



解图 4-14（b）-（1）

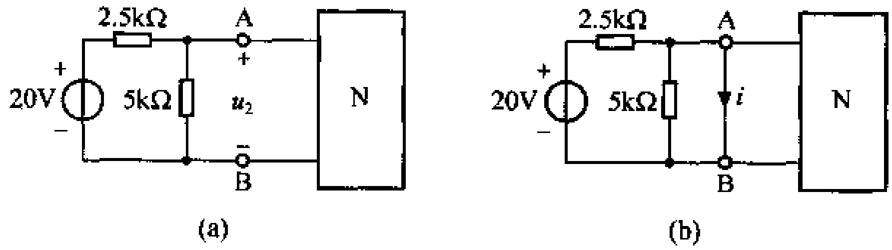


解图 4-14（b）-（2）



解图 4-14（b）-（3）

4-15 电路如题图 4-15（a）所示，已知图中电压 $u_2=12.5\text{V}$。若将网络 N 短路，如题图 4-15（b）所示，短路电流 $i=10$ mA。求网络 N 在 AB 端的戴维南等效电路。



题图 4-15

解：设网络 N 的戴维南等效电路如解图 4-15（1）所示，将此电路代入题图 4-15（a），则电路如解图 4-15（2）所示。

对 A 点列节点方程（取 B 为参考节点），则有

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{2.5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{R_o}\right)\times 10^{-3}u_A=\left(\frac{20}{2.5}+\frac{u_{oc}}{R_o}\right)\times 10^{-3}\\ u_A=u_A-u_B=u_2=12.5\end{cases}$$

整理可得
$$\frac{u_{oc}}{R_o}+0.5=\frac{12.5}{R_o}\qquad(1)$$

将解图 4-15（1）代入题图 4-15（b），电路如解图 4-15（3）所示，则有

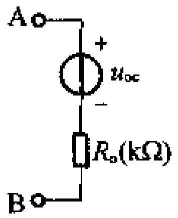
$$i=\left(\frac{20}{5}+\frac{u_{oc}}{R_o}\right)\times 10^{-3}$$

将 $i=10\text{mA}$ 代入，得

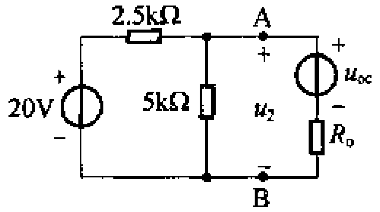
$$\frac{u_{oc}}{R_o}=2\qquad(2)$$

(1)、(2) 两式联立，可解得 $R_o = 5\text{k}\Omega$

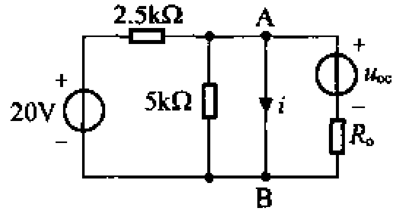
$$u_{oc} = 10\text{V}$$



解图 4-15 (1)

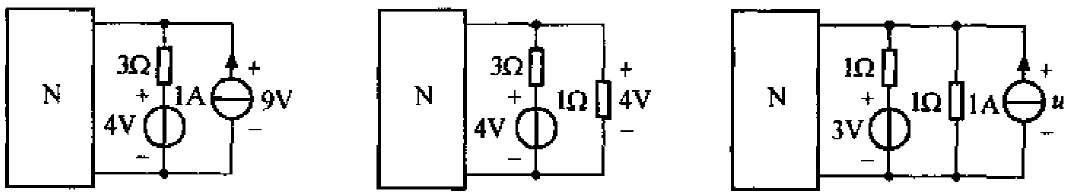


解图 4-15 (2)



解图 4-15 (3)

4-16 题图 4-16 中 N 为有源二端网络，试用 (a)、(b) 两图的数据求图 (c) 的电压。



(a) (b) (c)

题图 4-16

解：设网络 N 戴维南等效电路中开路电压为 u_{oc}，等效电阻为 R_o，代入题图 4-16，可分别得解图 4-16 (1)、解图 4-16 (2) 和解图 4-16 (3)。由解图 4-16 (1)，设 B 为参考节点，则 $V_A=9\text{V}$，对 A 点列节点方程

$$\left(\frac{1}{R_o}+\frac{1}{3}\right)u_A=\frac{u_{oc}}{R_o}+\frac{4}{3}+1 \tag{1}$$

由解图 4-16 (2)，设 B′为参考节点，则 $u_{A'}=4\text{V}$，对 A′点列节点方程

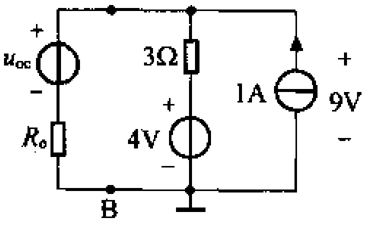
$$\left(\frac{1}{R_o}+\frac{1}{3}+1\right)u_{A'}=\frac{u_{oc}}{R_o}+\frac{4}{3} \tag{2}$$

(1)、(2) 联立，解得 $R_o=1.5\Omega, u_{oc}=10\text{V}$。代入解图 4-16 (3)，并设 B″为参考节点，则 $u=u_{A''}$，列 A″节点方程，有

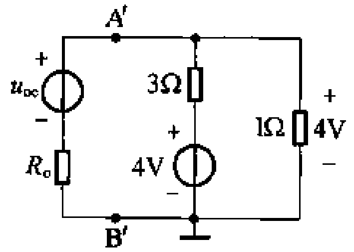
$$\left(\frac{1}{R_o}+1+1\right)u_{A''}=\frac{u_{oc}}{R_o}+\frac{3}{1}+1$$

可解得

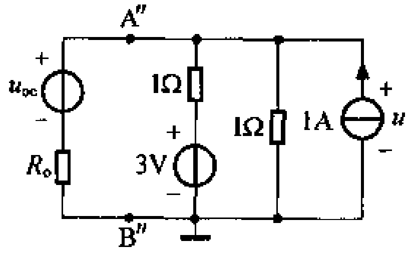
$$u=u_{A''}=4\text{V}$$



解图 4-16 (1)



解图 4-16 (2)



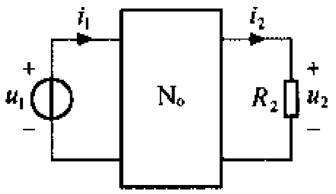
解图 4-16 (3)

4-17 题图 4-17 中 N_o 为无源线性网络，仅由电阻组成，当 $R_2=2\Omega$，$u_1=6\text{V}$ 时，$i_1=2\text{A}$，$u_2=2\text{V}$。试求当 R_2 改为 4Ω，$u_1=10\text{V}$ 时，测得 $i_1=3\text{A}$ 情况下的电压 u_2 为多少？

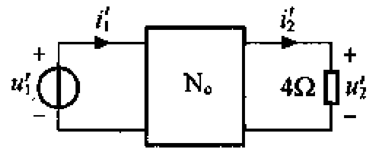
解：利用特勒根定理求解。当 R_2 改为 4Ω 时电路如解图 4-17 所示。设 N_o 内部所有支

路电压电流均关联参考方向，因为 N_o 是纯电阻无源网络，有

$$u_K \cdot i'_K = i_K \cdot u'_K \quad （K 为 N_o 内部任一支路）$$



题图 4-17



解图 4-17

根据特勒根定理，有

$$-u_1 \cdot i'_1 + u_2 \cdot i'_2 = -u'_1 \cdot i_1 + u'_2 \cdot i_2$$

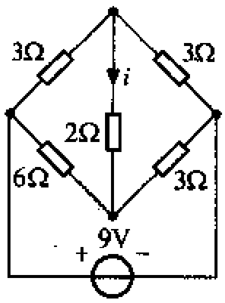
将参数以及 $i_2 = u_2/2$、$i'_2 = u'_2/4$ 代入，则有

$$-6 \times 3 + 2 \times \frac{u'_2}{4} = -10 \times 2 + u'_2 \times \frac{2}{2}$$

解得

$$u'_2 = 4\text{V}$$

4-18　试用互易定理求题图 4-18 所示电路中的电流 i。



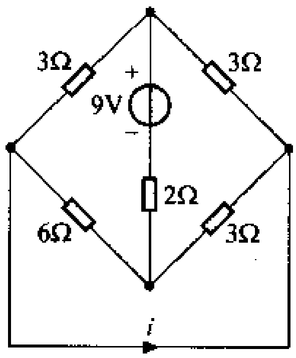
题图 4-18

解：利用互易定理将 9V 独立电压源支路与电流 i 支路位置互换，如解图 4-18（1）所示。

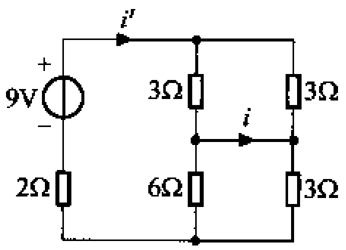
此图可改画为解图 4-18（2），由图可知

$$i' = \frac{9}{2 + 3 \,/\!/\, 3 + 6 \,/\!/\, 3} = \frac{18}{11}\text{A}$$

$$i = i' \times \frac{1}{2} - i' \times \frac{3}{6+3} = \frac{3}{11}\text{A}$$

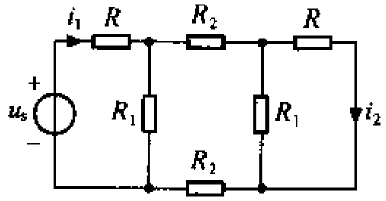


解图 4-18（1）



解图 4-18（2）

4-19　在题图 4-19 电路中，已知 $i_1 = 2\text{A}$，$i_2 = 1\text{A}$，若把电路中间的 R_2 支路断开，试问此时电流 i_1 为多少？



题图 4-19

解：把 R_2 断开，即 R_2 流过的电流为 0，此时电路等价于解图 4-19（1）。

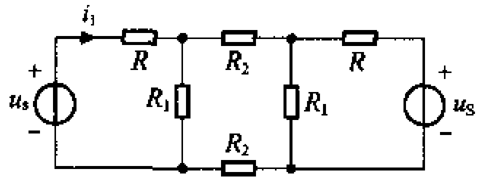
利用叠加定理，当解图 4-19（1）左端电压源 u_s 单独作用时，电路即为题图 4-19，可知此时

$$i'_1 = 2\text{A}$$

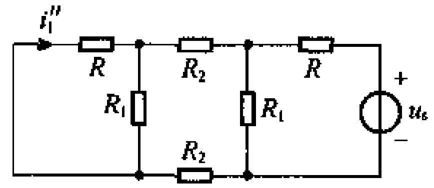
当解图 4-19（1）右端电压源 u_s 单独作用时，电路如解图 4-19（2）所示，根据题图 4-19 并利用互易定理，有

$$i''_1 = -i_2 = -1\text{A}$$

两电压源同时作用，即相当于 R_2 支路断开，此时 $\quad i_1 = i'_1 + i''_1 = 1\text{A}$

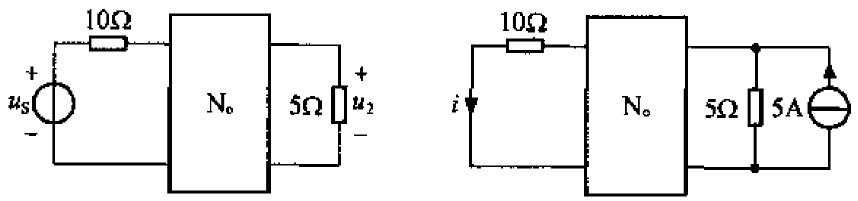


解图 4-19（1）



解图 4-19（2）

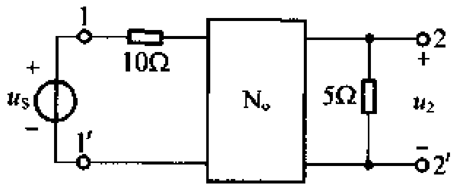
4-20 线性无源二端网络 N_o 仅由电阻组成，如图 4-20（a）所示。当 $u_s=100\text{V}$ 时，$u_2=20\text{V}$，求当电路改为图（b）时的电流 i。



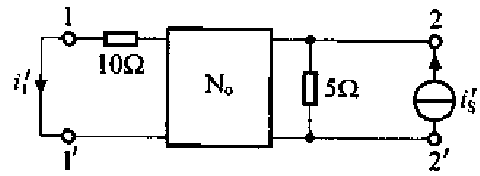
(a)　　(b)

题图 4-20

解：题图 4-20（a）可改画为解图 4-20（1），将已知条件 $u_s = 100\text{V}, u_2 = 20\text{V}$ 代入，可知其相应的互易定理形式三的电路如解图 4-20（2）所示。



解图 4-20（1）



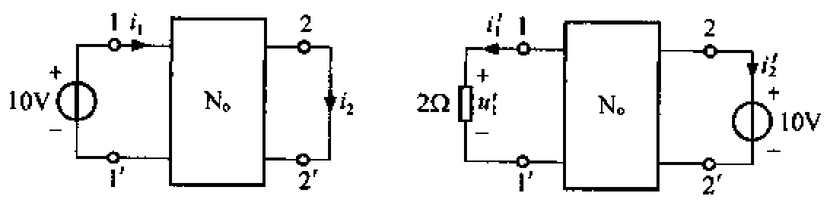
解图 4-20（2）

由图可知当 $i'_s=100\text{A}$ 时，$i'_1=20\text{A}$。

比较解图 4-20（2）与题图 4-20（b），根据叠加定理，有

$$i = i_1 \times \frac{5}{100} = 1\text{A}$$

4-21 题图 4-21（a）中 N_o 为仅由电阻组成的无源线性网络，当 10V 电压源与 1、1′端相接，测得输入端电流 $i_1=5\text{A}$，输出电流 $i_2=1\text{A}$；若把电压源移到 2、2′端，且在 1、1′端跨接 2Ω 电阻，如图（b）所示，试求 2Ω 电阻上的电压 u'_1。



(a)　　(b)

题图 4-21

解：因 N_o 是线性无源电阻网络，设其内部所有支路电压和电流均取关联参考方向，则有

$$u_K \cdot i'_K = u'_K \cdot i_K \qquad (K \text{ 为 } N_o \text{ 内任一支路})$$

对题图 4-21（a）和（b）利用特勒根定理，有

$$10 \times i'_1 + 0 \times i'_2 = u'_1 \times (-i_1) + 10 \times i_2$$

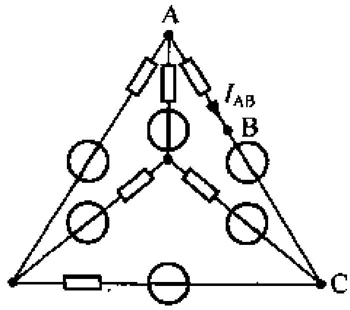
将 $i_1 = 5\text{A}, i_2 = 1\text{A}, i'_1 = \dfrac{u'_1}{2}$ 代入上式，可得

$$u'_1 = 1\text{V}$$

4-22　电路如题图 4-22 所示，图中 6 条支路电阻均为 1Ω，但电源大小、方向不明，若已知 $I_{AB}=1\text{A}$，试求：

（1）若 $R_{AB}=3\Omega$ 时，$I_{AB}=?$

（2）若图中 6 条支路电阻均为 3Ω 时，$I_{AB}=?$



题图 4-22

解：（1）设从 A、B 端看入的戴维南等效电路开路电压为 u_{oc}，等效电阻为 R_o。由题图 4-22 可知，R_o 即解图 4-22（1）的输出电阻。因该电路为平衡电桥，$i=0$，所以

$$R_o = (1+1) \mathbin{/\!/} (1+1) = 1\Omega$$

已知 $I_{AB}=1\text{A}$，当电路如解图 4-22（2）时，有

$$I_{AB} = \frac{u_{oc}}{R_o+1} = \frac{U_{oc}}{1+1} = 1\text{A}$$

所以可得

$$u_{oc} = 2\text{V}$$

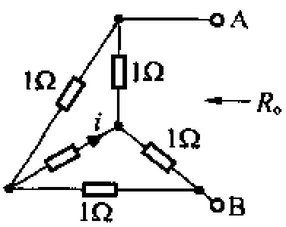
若 $R_{AB}=3\Omega$ 时

$$I_{AB} = \frac{u_{oc}}{R_o+R_{AB}} = \frac{2}{1+3} = \frac{1}{2}\text{A}$$

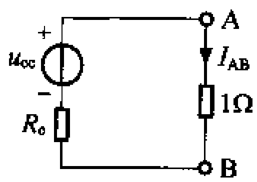
（2）设解图 4-22（3）中各支路电阻阻值均为 R，电压源分别为 u_1、u_2、u_3、u_4、u_5、u_6。利用叠加定理，有

$$\begin{aligned} I_{AB} &= \left(\frac{u_1}{R+R} \times \frac{1}{2} + u_2 \times 0 + \frac{u_3}{R+R} \times \frac{1}{2} + \frac{u_4}{R+R} \times \frac{1}{2} + \frac{u_5}{R+R} \times \frac{1}{2} + \frac{u_6}{R+R}\right) \\ &= \frac{1}{4R}(u_1 + u_3 + u_4 + u_5 + 2u_6) \end{aligned}$$

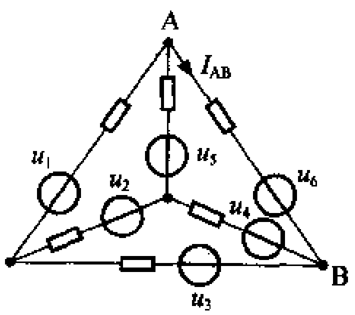
当 R 由 1Ω 变成 3Ω 时，I_{AB}变成原来值的$\frac{1}{3}$，即当 $R=3\Omega$ 时，$I_{AB}=\frac{1}{3}\text{A}$。



解图 4-22（1）

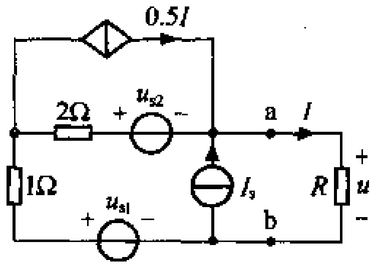


解图 4-22（2）



解图 4-22（3）

4-23 已知题图 4-23 中，当 $u_{s1}=1\text{V}$，$R=1\Omega$ 时，$u=\frac{4}{3}\text{V}$。试求 $u_{s1}=1.2\text{V}$，$R=2\Omega$ 时，$u=?$



题图 4-23

解：先求 a、b 以左部分电路戴维南等效电路。由解图 4-23（1）求开路电压 u_{oc}，有

$I=0\Rightarrow$受控电流源 $0.5I=0$，所以

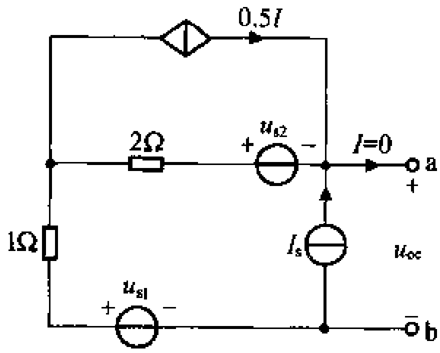
$$u_{oc}=(u_{s1}-u_{s2})+I_s(2+1)$$

即 $$u_{oc}=u_{s1}-u_{s2}+3I_s \qquad ①$$

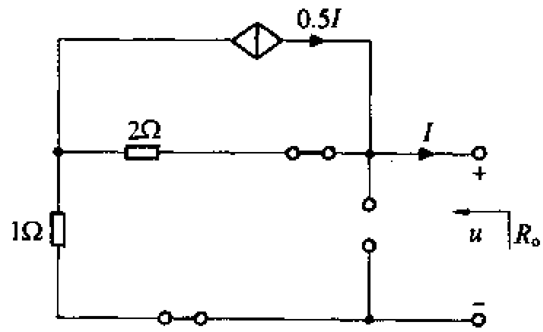
再由解图 4-23（2）求等效电阻 R_o。利用加压求流法

$$u=-0.5I\times2-I\times1=-2I$$

$$R_o=\frac{u}{-I}=2\Omega$$



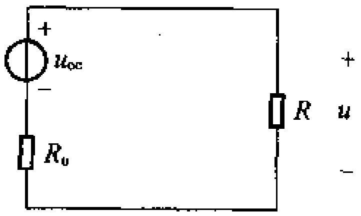
解图 4-23（1）



解图 4-23（2）

将 a、b 以左部分用其戴维南等效电路替代，如解图 4-23（3）所示，有

$$u=R\cdot\frac{u_{oc}}{R_o+R}$$



解图 4-23（3）

将 $u_{oc}=u_{s1}-u_{s2}+3I_s=1-u_{s2}-3I_s$，$R_o=2\Omega$，$R=1\Omega$，$u=\frac{4}{3}\text{V}$ 代入上式，可得

$$\frac{4}{3}=1\times\frac{1-u_{s2}+3I_s}{2+1} \qquad ②$$

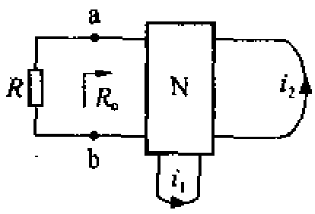
当 $u_{s1}=1.2\text{V}$，$R=2\Omega$ 时，解图 4-23（3）仍适用，此时 $u_{oc}=1.2-u_{s2}+3I_s$，$R_o=2\Omega$，$R=2\Omega$，

则 $$u=R\cdot\frac{u_{oc}}{R_o+R}=2\times\frac{1.2-u_{s2}+3I_s}{2+2} \qquad ③$$

由②式得 $3I_s-u_{s2}=3$，代入③式，可得

$$u=2.1\text{V}$$

4-24 电路如题图 4-24 所示，其中 N 为有源电阻网络，且已知 a、b 端戴维南等效电阻 $R_o=2\Omega$。当 $R=0$ 时，$i_1=2\text{A}$，$i_2=3\text{A}$；当 $R=2\Omega$ 时，$i_1=3\text{A}$，$i_2=4\text{A}$。试求当 $R=3\Omega$ 时，$i_1=?$ $i_2=?$



题图 4-24

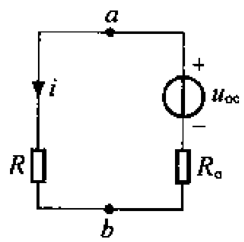
解：将 a、b 以左部分用戴维南等效电路代替，设开路电压为 u_{oc}，如解图 4-24（1）所示，有

当 $R=0$ 时，$i=\dfrac{u_{oc}}{R+R_o}=\dfrac{u_{oc}}{2}$

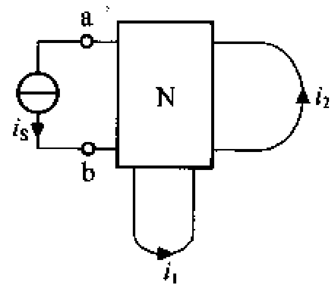
当 $R=2\Omega$ 时，$i=\dfrac{u_{oc}}{R+R_o}=\dfrac{u_{oc}}{4}$

当 $R=3\Omega$ 时，$i=\dfrac{u_{oc}}{R+R_o}=\dfrac{u_{oc}}{5}$

对题图 4-24 电路中的电阻 R 支路利用替代定理，用等于该支路电流的电流替代，如解图 4-24（2）所示。这样题目转变为当 $i_s=\frac{u_{oc}}{2}$时，$i_1=2\text{A}$，$i_2=3\text{A}$；当 $i_s=\frac{u_{oc}}{4}$时，$i_1=3\text{A}$，$i_2=4\text{A}$。求当 $i_s=\frac{u_{oc}}{5}$时，求 $i_1=$？ $i_2=$？



解图 4-24（1）



解图 4-24（2）

利用叠加定理，设网络 N 内部独立源为 $\sum u_s$，则有

$$i_1=k_1 i_s+k_2\cdot\sum u_s \qquad ①$$

$$i_2=g_1\cdot i_s+g_2\cdot\sum u_s \qquad ②$$

将条件代入①，则有
$$\begin{cases}2=k_1\cdot\dfrac{u_{oc}}{2}+k_2\cdot\sum u_s\\3=k_1\cdot\dfrac{u_{oc}}{4}+k_2\cdot\sum u_s\end{cases}$$

解得

$$k_1\cdot u_{oc}=-4,k_2\sum u_s=4$$

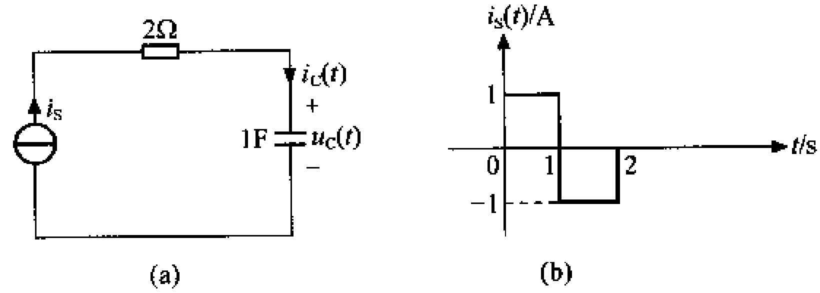
则当 $R=3\Omega$，即 $i_s=\dfrac{u_{oc}}{5}$ 时，$i_1=k_1\cdot\dfrac{u_{oc}}{5}+k_2\sum u_s=3.2\text{A}$

同理将条件代入②，则有
$$\begin{cases}3=g_1\cdot\dfrac{u_{oc}}{2}+g_2\sum u_s\\4=g_1\cdot\dfrac{u_{oc}}{4}+g_2\sum u_s\end{cases}$$

解得 $g_1\cdot u_{oc}=-4,g_2\sum u_s=5$，则当 $R=3\Omega$，即 $i_s=\frac{u_{oc}}{5}$时，$i_2=g_1\cdot\frac{u_{oc}}{5}+g_2\sum u_s=4.2\text{A}$。

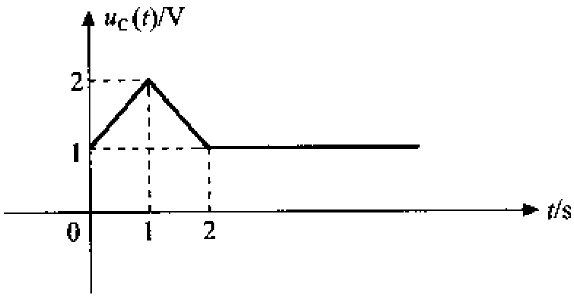
第 5 章　一阶电路分析

5-1　题图 5-1（a）所示电路中，已知电流源波形如题图 5-1（b）所示，且 $u_c(0)=1\text{V}$，试求（1）$u_c(t)$ 及其波形；(2) $t=1\text{s}$、2s 和 3s 时电容的储能。



题图 5-1

解：(1) 由题图 5-1（a）、（b）可知　　$i_c(t)=i_s(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1\text{A} & 0<t<1\text{s}\\ -1 & 1\text{s}<t<2\text{s}\\ 0 & t>2\text{s}\end{cases}$



解图 5-1

根据电容 VCR 的积分形式，得

$0\leqslant t<1\text{s}$ 时　　$u_c(t)=u_c(0)+\dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i_c(g)\mathrm{d}g=1+t(\text{V})$

$1\leqslant t<2\text{s}$ 时　　$u_c(t)=u_c(1)+\dfrac{1}{C}\displaystyle\int_1^t i_c(g)\mathrm{d}g=2+\int_1^t -1\mathrm{d}g=3-t(\text{V})$

$t \geqslant 2\text{s}$ 时　　　　$u_c(t) = u_c(2) + \frac{1}{C}\int_2^t i_c(g)\mathrm{d}g = 1 + \int_2^t 0\mathrm{d}g = 1(\text{V})$

$u_c(t)$ 的波形如解图 5-1 所示。

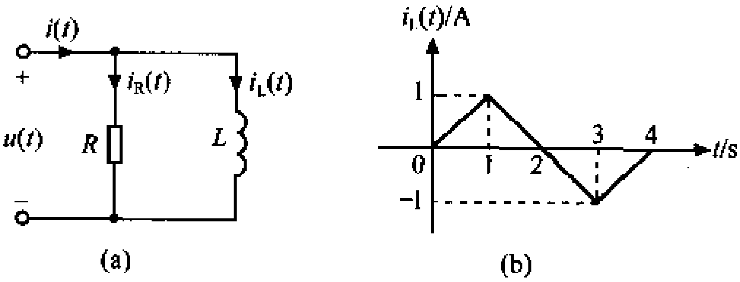
(2) 由电容元件在任一时刻的储能表达式 $W_c(t) = \frac{1}{2}Cu_c^2(t)$ 得

$$W_c(1) = \frac{1}{2}Cu_c^2(1) = \frac{1}{2}\times 1\times 2^2 = 2\text{J}$$

$$W_c(2) = \frac{1}{2}Cu_c^2(2) = \frac{1}{2}\times 1\times 1^2 = 0.5\text{J}$$

$$W_c(3) = \frac{1}{2}Cu_c^2(3) = \frac{1}{2}\times 1\times 1^2 = 0.5\text{J}$$

5-2　二端网络如题图 5-2 (a) 所示，其中 $R = 0.5\Omega, L = 2\text{H}$。若已知电感电流 $i_L(t)$ 的波形如题图 5-2 (b) 所示，试求端电流 $i(t)$ 的波形。



题图 5-2

解：由题图 5-2 (b) 可知　　$i_L(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t(\text{A}) & 0 \leqslant t < 1\text{s} \\ 2 - t(\text{A}) & 1\text{s} \leqslant t < 3\text{s} \\ t - 4(\text{A}) & 3\text{s} \leqslant t < 4\text{s} \\ 0 & t \geqslant 4\text{s} \end{cases}$

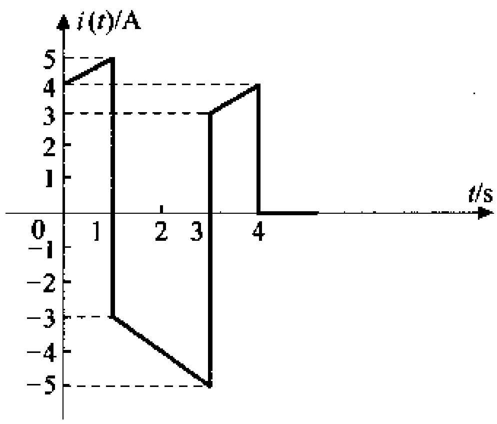
根据电感元件的 VCR 可得

$$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2\text{V} & 0 \leqslant t \leqslant 1\text{s} \\ -2\text{V} & 1\text{s} \leqslant t < 3\text{s} \\ 2\text{V} & 3\text{s} \leqslant t < 4\text{s} \\ 0 & t \geqslant 4\text{s} \end{cases}$$

由 KVL 及元件 VCR 可得

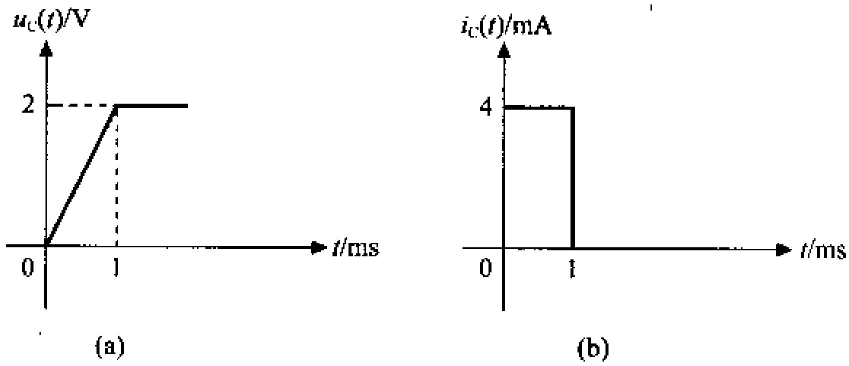
$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 4 + t(\text{A}) & 0 \leqslant t < 1\text{s} \\ -2 - t(\text{A}) & 1\text{s} \leqslant t < 3\text{s} \\ t(\text{A}) & 3\text{s} \leqslant t < 4\text{s} \\ 0 & t \geqslant 4\text{s} \end{cases}$$

其波形如解图 5-2 所示。



解图 5-2

5-3 题图 5-3 所示为某一电容的电压和电流波形。试求（1）电容 C；（2）电容在 $0<t<1\text{ms}$ 期间所得到的电荷；（3）电容在 $t=2\text{ms}$ 时吸收的功率；（4）电容在 $t=2\text{ms}$ 时储存的能量。



题图 5-3

解： 由题图 5-3（a）可知
$$u_c(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 2t\text{V} & 0\leqslant t<1\text{ms}\\ 2\text{V} & t\geqslant 1\text{ms}\end{cases}$$

由题图 5-3（b）可知
$$i_c(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 4\text{mA} & 0<t<1\text{ms}\\ 0 & t>1\text{ms}\end{cases}$$

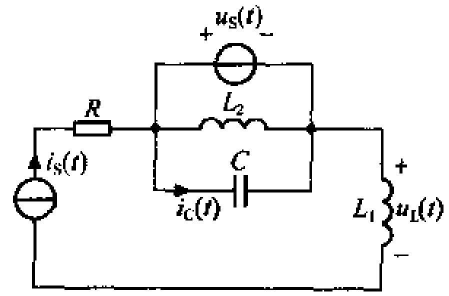
（1）根据电容元件的 VCR 及题图 5-3（a）、（b）可得
$$C=2\mu\text{F}$$

（2）电容在 $0<t<1\text{ms}$ 期间所得到的电荷
$$Q=\int_0^{10^{-3}} i_c(g)\mathrm{d}g=\int_0^{10^{-3}} 4\times10^{-3}\mathrm{d}g=4\times10^{-6}\text{C}$$

（3）电容在 $t=2\text{ms}$ 时吸收的功率
$$p_c(2\times10^{-3}\text{s})=u_c(t)i_c(t)\Big|_{t=2\times10^{-3}}=2\times0=0$$

（4）电容在 $t=2\text{ms}$ 时储存的能量
$$W_c\Big|_{t=2\text{ms}}=\frac{1}{2}Cu_c^2(t)\Big|_{t=2\text{ms}}=\frac{1}{2}\times2\times10^{-6}\times2^2=4\times10^{-6}\text{J}$$

5-4　题图 5-4 所示电路中，已知 $u_s(t)=A\cos\omega t\,\text{V}$，$i_s(t)=Be^{-\alpha t}\,\text{A}$（$A$、$B$、$\omega$、$\alpha$ 为常数），求 $u_L(t)$ 和 $i_c(t)$。



题图 5-4

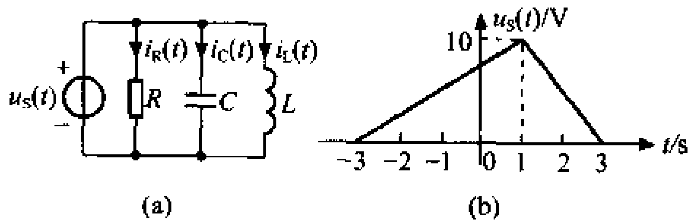
解：由题图 5-4 及电感元件的 VCR 可得

$$u_L(t)=L_1\frac{di_s(t)}{dt}=L_1\frac{dBe^{-\alpha t}}{dt}=-L_1B\alpha e^{-\alpha t}(\text{V})$$

由电容元件的 VCR 可得

$$i_c(t)=C\frac{du_s(t)}{dt}=C\frac{dA\cos\omega t}{dt}=-AC\omega\sin\omega t(\text{A})$$

5-5　题图 5-5（a）所示电路中，已知 $R=1\Omega, L=\frac{1}{2}\text{H}, C=2\text{F}$，$u_s(t)$ 波形如题图 5-5（b）所示，试求（1）各元件上电流表达式，并画出波形；（2）$t=1\text{s}$ 时 ω_C、ω_L 各为多少？



题图 5-5

解：（1）由题图 5-5（b）可知

$$u_s(t)=\begin{cases}0 & t<-3\text{s}\\ 2.5t+7.5(\text{V}) & -3\text{s}\leqslant t<1\text{s}\\ -5t+15(\text{V}) & 1\text{s}\leqslant t<3\text{s}\\ 0 & t\geqslant 3\text{s}\end{cases}$$

设各元件上电流参考方向如题图 5-5（a）所示，则由电容元件 VCR 得

$$i_c(t)=C\frac{du_s(t)}{dt}=\begin{cases}0 & t<-3\text{s}\\ 5(\text{A}) & -3\text{s}\leqslant t<1\text{s}\\ -10(\text{A}) & 1\text{s}\leqslant t<3\text{s}\\ 0 & t\geqslant 3\text{s}\end{cases}$$

由

$$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u_L(g)dg=\begin{cases}0 & t<-3\text{s}\\ \frac{1}{L}\int_{-3}^{t}(2.5g+7.5)dg & -3\text{s}\leqslant t<1\text{s}\\ \frac{1}{L}\int_{1}^{t}(-5g+15)dg+i_L(1) & 1\text{s}\leqslant t<3\text{s}\\ i_L(1)+\frac{1}{L}\int_{1}^{3}(-5g+15)dg & t\geqslant 3\text{s}\end{cases}$$

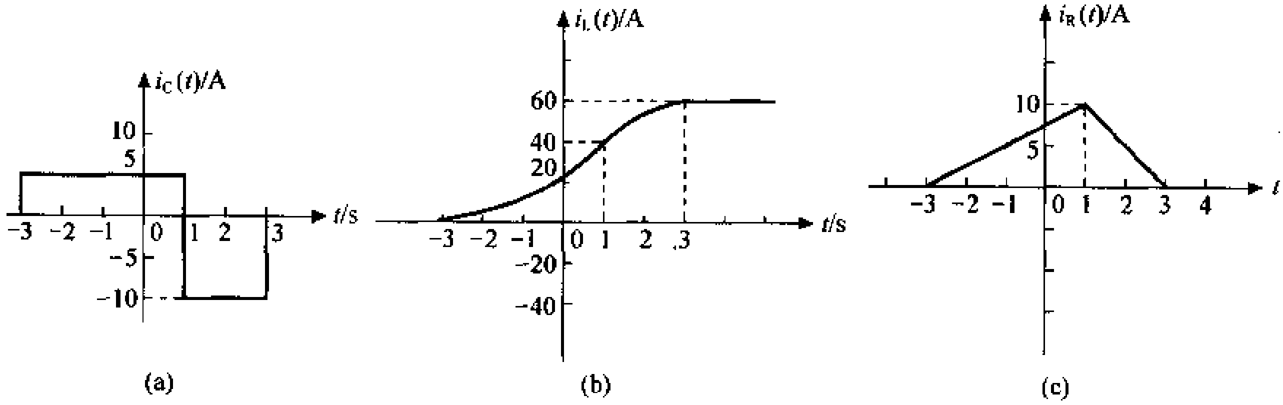
得出

$$i_L(t)=\begin{cases}0 & t<-3\text{s}\\ 2.5t^2+15t+22.5\quad(\text{A}) & -3\text{s}\leqslant t<1\text{s}\\ -5t^2+30t+15\quad(\text{A}) & 1\text{s}\leqslant t<3\text{s}\\ 60\quad(\text{A}) & t\geqslant 3\text{s}\end{cases}$$

由　$i_R(t)=\dfrac{u_s(t)}{R}$ 得

$$i_R(t)=\begin{cases}0 & t<-3\text{s}\\ 2.5t+7.5\quad(\text{A}) & -3\text{s}\leqslant t<1\text{s}\\ -5t+15\quad(\text{A}) & 1\text{s}\leqslant t<3\text{s}\\ 0 & t\geqslant 3\text{s}\end{cases}$$

$i_c(t)$、$i_L(t)$ 和 $i_R(t)$ 波形分别如解图 5-5（a）、（b）、（c）所示。



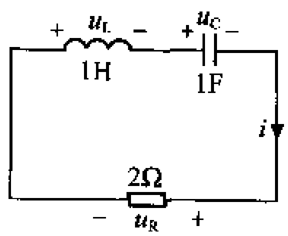
解图 5-5

（2）$t=1\text{s}$ 时 ω_c、ω_L 分别为

$$\omega_c(1)=\frac{1}{2}Cu_c^2(1)=\frac{1}{2}\times 2\times 10^2=100\text{J}$$

$$\omega_L(1)=\frac{1}{2}Li_L^2(1)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 40^2=400\text{J}$$

5-6 题图 5-6 所示电路中，已知 $u_c(t)=te^{-t}V$，求（1）$i(t)$ 和 $u_L(t)$；（2）电容储能达最大值的时刻，并求出最大储能是多少。



题图 5-6

解：（1）由电容元件的 VCR 可得

$$i(t)=C\frac{du_c(t)}{dt}=\frac{dte^{-t}}{dt}=e^{-t}-te^{-t}(\text{A})$$

由电感元件的 VCR 可得

$$u_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}=\frac{d(e^{-t}-te^{-t})}{dt}=-e^{-t}-e^{-t}+te^{-t}=te^{-t}-2e^{-t}(\text{V})$$

（2）由电容储能表达式可知

$$\omega_c(t)=\frac{1}{2}Cu_c^2(t)=\frac{1}{2}t^2e^{-2t}(\text{J})$$

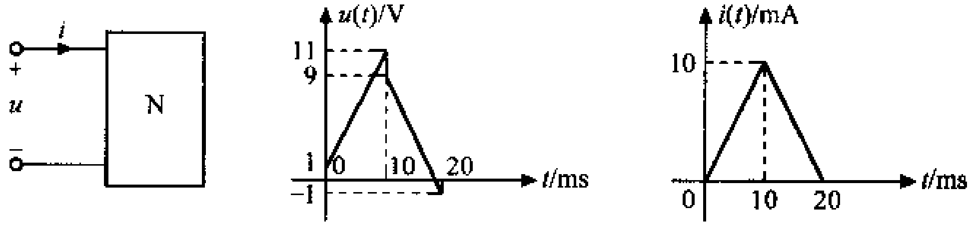
当 $$\frac{d\omega_c(t)}{dt}=te^{-2t}-t^2e^{-2t}=0$$

即 $t=0$（舍去），$t=1\text{s}$ 时电容储能达最大值，且最大储能为

$$W_{cmax}=\frac{1}{2}Cu_c^2(1)=\frac{1}{2}\times 1\times(e^{-1})^2=\frac{1}{2}e^{-2}=0.0677\text{J}$$

5-7 题图 5-7（a）所示二端网络 N 中含有一个电阻和一个电感。其电压 $u(t)$ 和 $i(t)$

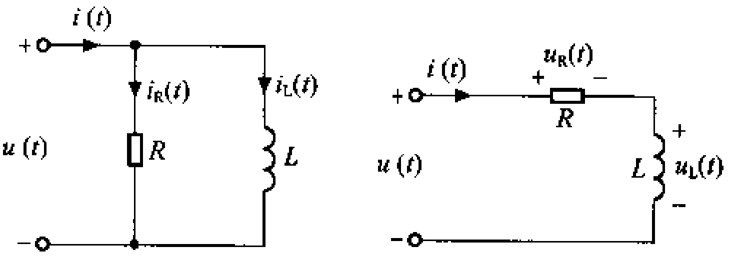
的波形如题图 5-7（b）、（c）所示。试求（1）二端网络 N 中电阻 R 和电感 L 的连接方式（串联或并联）；（2）电阻 R 和电感 L 的值。



(a)　(b)　(c)

题图 5-7

解：(1) 网络 N 为一个电阻元件与一个电感元件并联，如解图 5-7（a）所示。由题图 5-7（b）和（c）可知当 $t=10\text{ms}$ 时，$u(t)$ 由 11V 跳变到 9V，$i_R(t)=\dfrac{u(t)}{R}$ 也发生跳变。



(a)　(b)

解图 5-7

又根据 KCL 有 $i_L(t)=i(t)-i_R(t)$ 也将发生跳变。这与电感元件的惯性性质不符，所以 R 与 L 不是并联关系，应为串联关系。

(2) R 与 L 串联联接如解图 5-7（b）所示，在 $0<t<10\text{ms}$ 时

$$u_L(t)=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}=L\cdot 1$$

$$u_R(t)=R\cdot i(t)$$

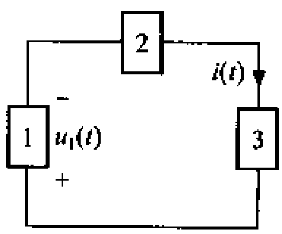
$t=0\text{ms}$ 时，根据 KVL 定理，有

$$u(t)=u_R(t)+u_L(t)\Rightarrow 1=L\cdot 1+R\cdot 0\Rightarrow L=1\text{H}$$

$t=10\text{ms}$ 时，　$11=R\cdot 10\times 10^{-3}+1\Rightarrow R=1\text{k}\Omega$

故　　$R=1\text{k}\Omega,\quad L=1\text{H}$。

5-8　已知题图 5-8 所示电路由一个电阻 R、一个电感 L 和一个电容 C 组成。$i(t)=10\mathrm{e}^{-t}-20\mathrm{e}^{-2t}\text{A}$，$t\geqslant 0$；$u_1(t)=-5\mathrm{e}^{-t}+20\mathrm{e}^{-2t}\text{V}$，$t\geqslant 0$。若在 $t=0$ 时电路总储能为 25J，试求 R、L、C 之值。



题图 5-8

解：由已知条件可知，$t\geqslant 0$ 时 $u_1(t)=-5\mathrm{e}^{-t}+20\mathrm{e}^{-2t}\text{V}$ 而 $i(t)=10\mathrm{e}^{-t}-20\mathrm{e}^{-2t}\text{A}$，因此元件 1 不是电阻元件（$u_R(t)=R\cdot i_R(t)$），也不是电容元件（$i_c(t)=C\cdot\dfrac{\mathrm{d}u_c(t)}{\mathrm{d}t}$），而是电感元件。由电感元件的

VCR $u_L(t)=L\cdot\dfrac{di_L(t)}{dt}$ 代入已知条件，可得

$$u_1(t)=L\cdot\frac{di(t)}{dt}$$

$$-5e^{-t}+20e^{-2t}=L(-10e^{-t}+40e^{-2t})$$

故 $$L=0.5\text{H}$$

$t=0$ 时，电感元件储能 $\quad W_L(0)=\dfrac{1}{2}Li^2(0)=\dfrac{1}{2}\times 0.5\times(-10)^2=25\text{J}$

又已知 $t=0$ 时总储能 $\quad W(0)=25\text{J}=W_L(0)+W_c(0)$，所以

$$W_c(0)=W(0)-W_L(0)=0$$

由 $$W_c(0)=\frac{1}{2}cu_c^2(0)$$

知 $$u_c(0)=0$$

设元件 2 为电容，元件 3 为电阻，各元件端子上电压、电流为关联参考。

则 $t=0$ 时，由 KVL 可得

$$u_1(0)+u_c(0)+u_R(0)=0$$

故 $$u_R(0)=R\cdot i(0)=-u_1(0)$$

$$R=1.5\Omega$$

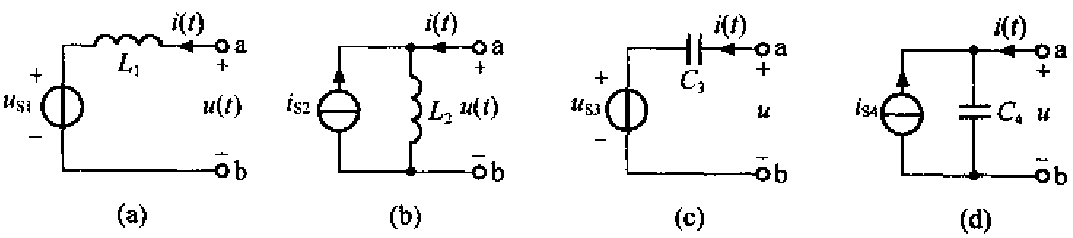
又因
$$\begin{aligned}u_c(t)&=-u_R(t)-u_1(t)\\&=-R\cdot i(t)-u_1(t)=-1.5(10e^{-t}-20e^{-2t})-(-5e^{-t}+20e^{-2t})\\&=-10e^{-t}+10e^{-2t}\end{aligned}$$

由电容元件 VCR 可得

$$i(t)=10e^{-t}-20e^{-2t}=C\frac{du_c(t)}{dt}=C(10e^{-t}-20e^{-2t})$$

故 $$C=1\text{F}$$

5-9 题图 5-9 所示电路分别为电感或电容与电压源或电流源组成的戴维南电路和诺顿电路。若电路 (a) 与 (b) 等效，(c) 与 (d) 等效，试问 u_{s1} 和 i_{s2}，L_1 和 L_2 之间；u_{s3} 和 i_{s4}，C_3 和 C_4 之间有何关系？



题图 5-9

解： 设题图 5-9 (a)、(b) 端子上电压、电流的参考方向如图所示。则由 KVL 可得

图 (a) 的 VCR： $$u(t)=u_{s1}+L_1\frac{di(t)}{dt}\qquad(1)$$

图 (b) 的 VCR： $$u(t)=L_2\frac{di_{s2}}{dt}+L_2\frac{di(t)}{dt}\qquad(2)$$

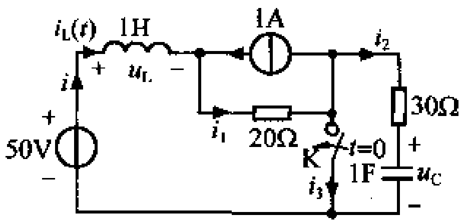
又由题意知题图 5-9（a）、（b）等效，则由二端网络等效的条件知

$$\begin{cases} L_1 = L_2 \\ u_{s1} = L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_{s2}}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

同理可知，若电路（c）和（d）等效，则

$$\begin{cases} C_3 = C_4 \\ i_{s4} = C_3 \dfrac{\mathrm{d}u_{s3}}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

5-10　题图 5-10 所示电路中，开关 K 在 $t=0$ 时闭合，已知开关 K 闭合前电路已处于稳态，试求各支路电流的初始值和电容、电感电压的初始值。



题图 5-10

解：$t<0$ 电路处于稳态，电感看作短路，电容看作开路。作 $t=0^-$ 时刻的等效电路如解图 5-10（a）所示，得

$$i_L(0^-) = 0\text{A}$$

$$u_c(0^-) = 50 - 20 \times 1 = 30\text{V}$$

由换路定则，得

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0\text{A}$$

$$u_c(0^+) = u_c(0^-) = 30\text{V}$$

作 $t=0^-$ 时刻的等效电路，如解图 5-10（b）所示。由该图可得所求支路电流、电压的初始值为

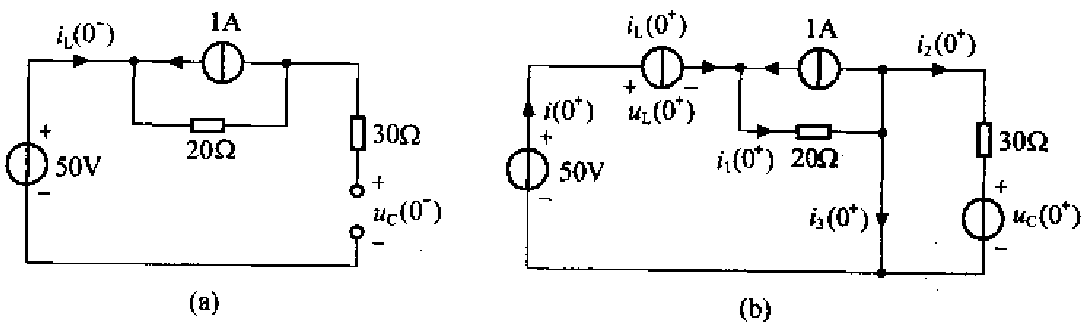
$$i(0^+) = i_L(0^+) = 0\text{A}$$

$$i_1(0^+) = 1\text{A}$$

$$i_2(0^+) = -\frac{u_c(0^+)}{30} = -1\text{A}$$

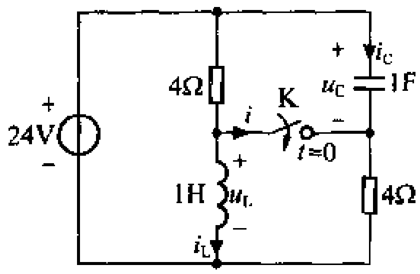
$$i_3(0^+) = -i_2(0^+) = 1\text{A}$$

$$u_L(0^+) = 50 - i_1(0^+) \times 20 = 30\text{V}$$



解图 5-10

5-11　题图 5-11 所示电路原已稳定，开关 K 在 $t=0$ 时闭合，试求 $i_c(0^+)$、$u_L(0^+)$ 和 $i(0^+)$。



题图 5-11

解： $t<0$ 电路处于稳态，电感看作短路，电容看作开路。作 $t=0^-$ 时刻的等效电路如解图 5-11（a）所示，则有

$$i_L(0^-)=\frac{24}{4}=6\text{A}$$

$$u_c(0^-)=24\text{V}$$

由换路定则，得

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=6\text{A}$$

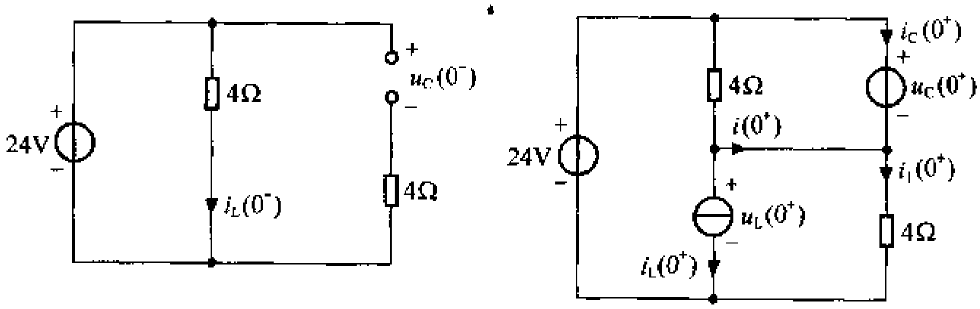
$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=24\text{V}$$

作 $t=0^+$ 时刻的等效电路如解图 5-11（b）所示。由该图可得所求支路电压、电流的初始值为

$$i(0^+)=\frac{u_c(0^+)}{4}-i_L(0^+)=\frac{24}{4}-6=0\text{A}$$

$$u_L(0^+)=24-u_c(0^+)=24-24=0\text{V}$$

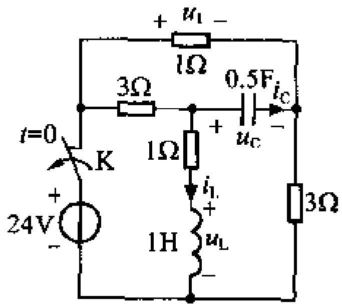
$$i_c(0^+)=i_1(0^+)-i(0^+)=\frac{u_L(0^+)}{4}-0=0\text{A}$$



(a) (b)

解图 5-11

5-12 题图 5-12 所示电路原已稳定，开关 K 在 $t=0$ 时打开，试求 $i_c(0^+)$、$u_1(0^+)$ 和 $\left.\frac{du_c}{dt}\right|_{t=0^+}$。



题图 5-12

解： $t<0$ 电路处于稳态，电感看作短路，电容看作开路。作 $t=0^-$ 时刻的等效电路如解图 5-12（a）所示，则有

$$i_L(0^-)=\frac{24}{3+1}=6\text{A}$$

$$u_c(0^-)=24\times\frac{1}{3+1}-24\times\frac{3}{3+1}=-12\text{V}$$

由换路定则，得

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=6\text{A}$$

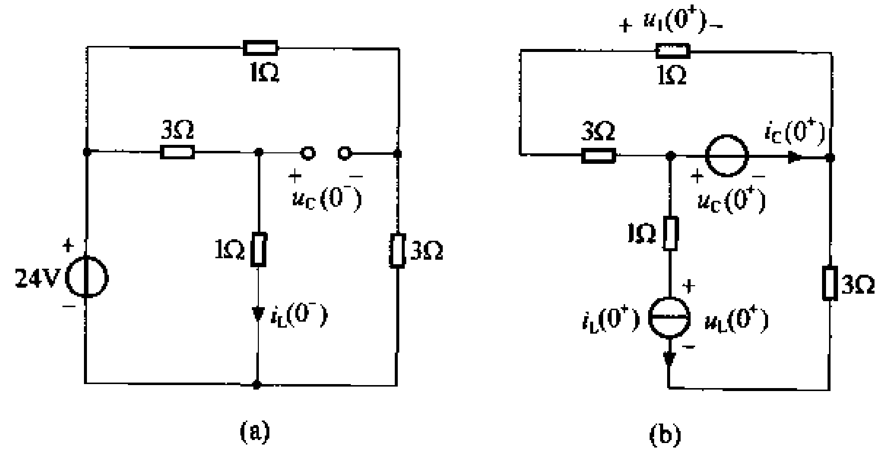
$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=-12\text{V}$$

作 $t=0^+$ 时刻的等效电路如解图 5-12（b）所示。由该图可得所求响应的初始值为

$$u_1(0^+)=u_c(0^+)\times\frac{1}{3+1}=-3\text{V}$$

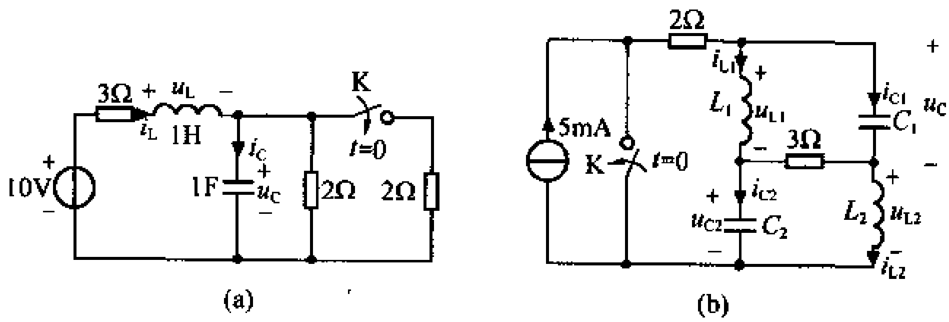
$$i_c(0^+)=-\frac{u_c(0^+)}{3+1}-i_L(0^+)=3-6=-3\text{A}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=\frac{i_c(0^+)}{c}=\frac{-3}{0.5}=-6\text{V/S}$$



解图 5-12

5-13　题图 5-13 所示电路原已稳定，$t=0$ 时开关 K 闭合，试求 0^+ 时刻电容电流及电感电压。



题图 5-13

解：（a）$t<0$ 电路处于稳态，电感看作短路，电容看作开路。作 $t=0^-$ 时刻的等效电路如解图 5-13（a）所示，则有

$$u_c(0^-)=10\times\frac{2}{2+3}=4\text{V}$$

$$i_L(0^-)=\frac{10}{3+2}=2\text{A}$$

由换路定则，得

$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=4\text{V}$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2\text{A}$$

作 $t=0^+$ 时刻的等效电路如解图 5-13（b）所示。由该图可得电容电流、电感电压的初始值分别为

$$u_L(0^+) = 10 - u_c(0^+) - 3i_L(0^+) = 0\text{V}$$

$$i_c(0^+) = i_L(0^+) - \frac{u_c(0^+)}{2 \,/\!/\, 2} = 2 - \frac{4}{1} = -2\text{A}$$

(b) $t<0$ 电路处于稳态，电感看作短路，电容看作开路。作 $t=0^-$ 时刻的等效电路如解图 5-13（c）所示，则有

$$i_{L1}(0^-) = i_{L2}(0^-) = 5\text{mA}$$

$$u_{c1}(0^-) = u_{c2}(0^-) = 5\times 3\times 10^{-3} = 15\text{mV}$$

由换路定则，得

$$i_{L1}(0^+) = i_{L1}(0^-) = 5\text{mA}$$

$$i_{L2}(0^+) = i_{L2}(0^-) = 5\text{mA}$$

$$u_{c1}(0^+) = u_{c1}(0^-) = 15\text{mV}$$

$$u_{c2}(0^+) = u_{c2}(0^-) = 15\text{mV}$$

作 $t=0^+$ 时刻的等效电路如解图 5-13（d）所示。由该图可得所示响应的初始值为：

$$i(0^+) = -\frac{u_{c1}(0^+) + u_{c2}(0^+)}{3+2} + [i_{L1}(0^+) + i_{L2}(0^+)]\times\frac{3}{3+2} = 0\text{A}$$

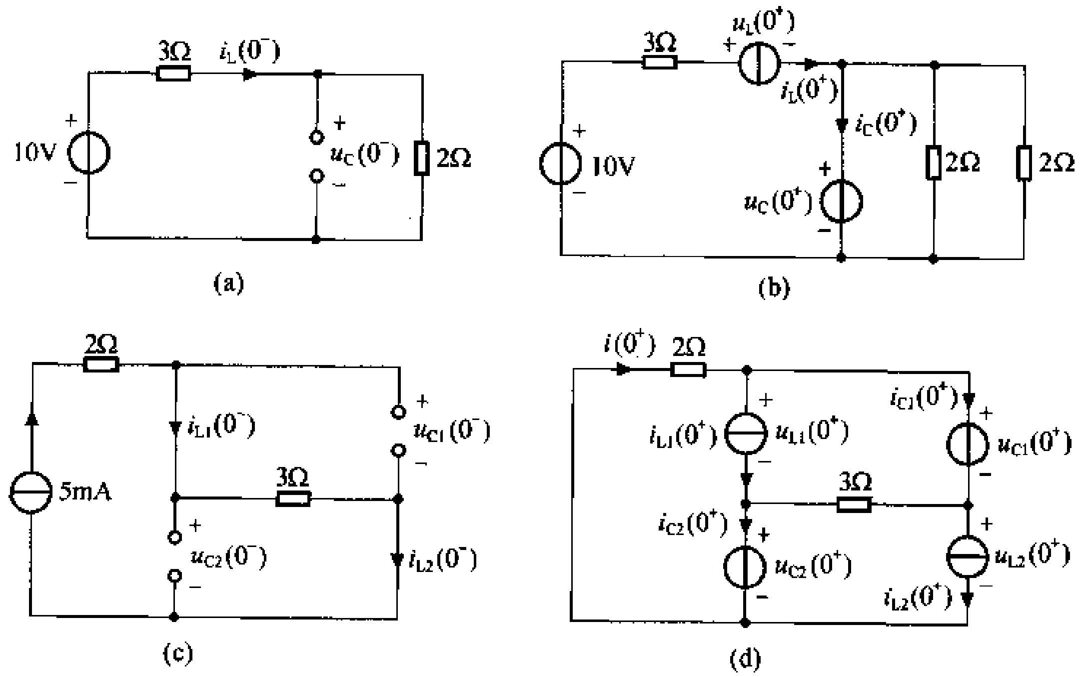
$$i_{c1}(0^+) = i(0^+) - i_{L1}(0^+) = 0 - 5\times 10^{-3} = -5\text{mA}$$

$$i_{c2}(0^+) = i(0^+) - i_{L2}(0^+) = 0 - 5\times 10^{-3} = -5\text{mA}$$

$$u_{L1}(0^+) = u_{c1}(0^+) + 3\times[i_{c1}(0^+) - i_{L2}(0^+)]$$

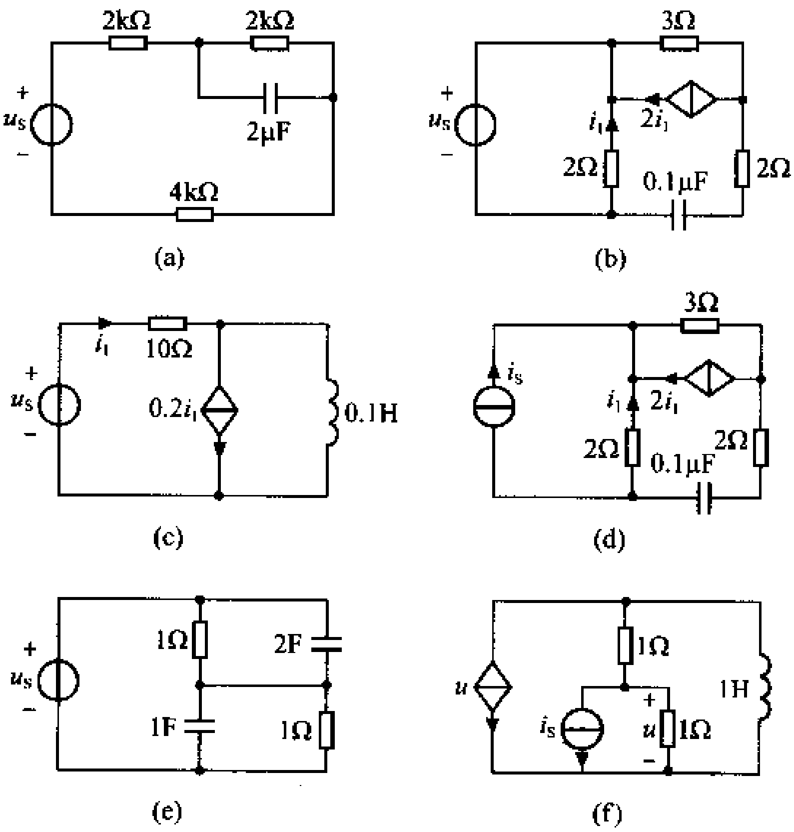
$$= 15\times 10^{-3} + 3\times[-5\times 10^{-3} - 5\times 10^{-3}] = -15\text{mV}$$

$$u_{L2}(0^+) = u_{c2}(0^+) + 3\times[i_{c1}(0^+) - i_{L2}(0^+)] = -15\text{mV}$$



解图 5-13

5-14 求题图 5-14 所示一阶电路的时间常数 τ。



题图 5-14

解：(a) 首先求动态元件以外电路的等效电阻，求等效电阻电路如解图 5-14 (a) 所示，得

$$R_{eq} = 2 \mathbin{/\!/} (2+4) \times 10^3 = 1.5\text{k}\Omega$$

故
$$\tau = R_{eq}C = 1.5 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6} = 3\text{ms}$$

(b) 作求动态元件以外电路等效电阻的电路如解图 5-14 (b) 所示，由该图知 $i_1 = 0$，故受控电流源相当于开路，所以

$$R_{eq} = 2 + 3 = 5\Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = 5 \times 0.1 \times 10^{-6} = 0.5\mu\text{s}$$

(c) 动态元件所接电阻网络如解图 5-14 (c) 所示，采用加压求流法，设端子上电压、电流参考方向如图所示，得

$$\begin{cases} u = -10i_1 \\ i = 0.2i_1 - i_1 \end{cases} \Rightarrow u = \frac{100}{8}i \Rightarrow R_{eq} = \frac{u}{i} = \frac{100}{8}\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{0.1}{\frac{100}{8}} = 8\text{ms}$$

(d) 动态元件所接电阻网络如解图 5-14 (d) 所示。采用加压求流法，设端子上加电压，参考方向如图所示，电流为 i_1，由 KVL 得

$$u = -4i_1 - 3 \times (2i_1 + i_1) = -13i_1$$

故
$$R_{eq} = -\frac{u}{i_1} = 13\Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = 13 \times 0.1 \times 10^{-6} = 1.3\mu s$$

(e) 首先将题图 5-14 (e) 图中电压源置 0，得无源网络如解图 5-14 (e) 所示，由该图得

$$R_{eq} = 1 \mathbin{/\!/} 1 = \frac{1}{2}\Omega$$

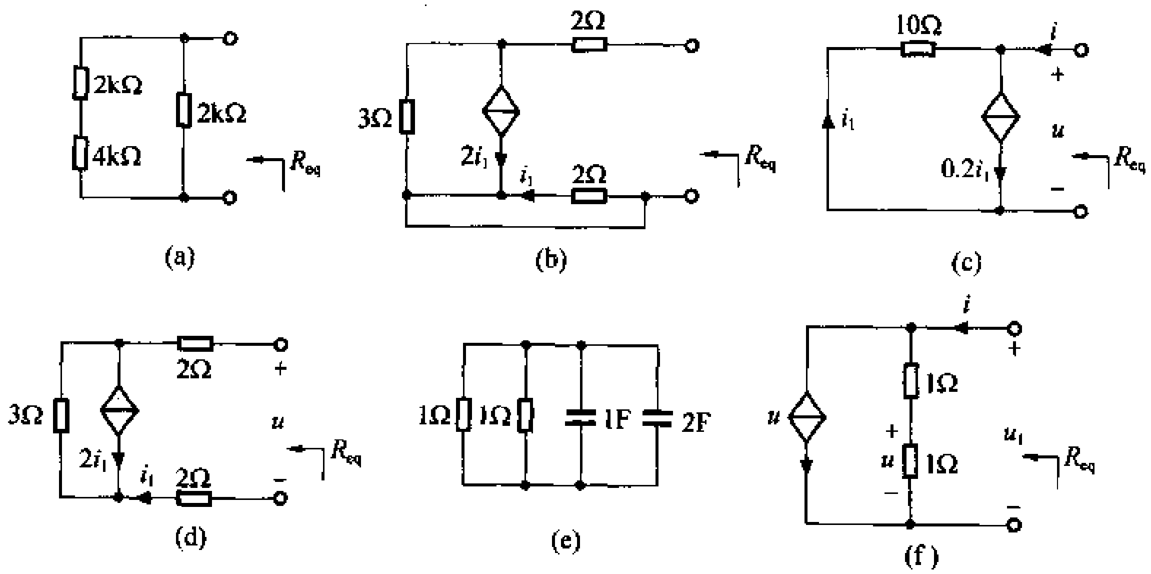
$$C_{eq} = 1 + 2 = 3F$$

$$\tau = R_{eq}C_{eq} = \frac{1}{2} \times 3 = 1.5s$$

(f) 动态元件所接电阻网络如解图 5-14 (f) 所示。采用加压求流法，设端子上加电压 u_1，此时端子上电流为 i，其参考方向如解图 5-14 (f) 所示，则有

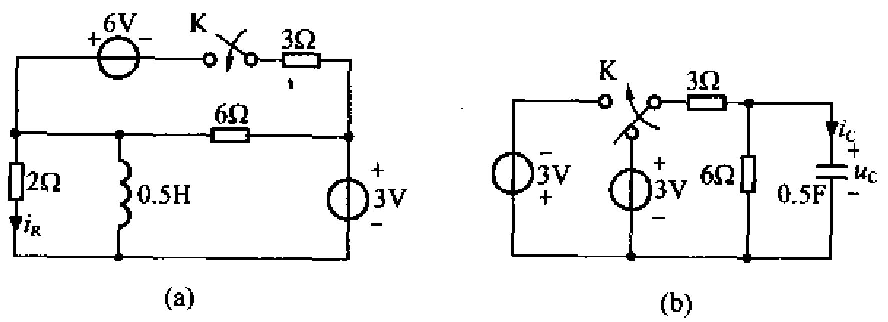
$$\begin{cases} u_1 = 2 \times (i - u) \\ u = \dfrac{1}{2}u_1 \end{cases} \Rightarrow R_{eq} = \frac{u_1}{i} = 1\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{1}{1} = 1s$$



解图 5-14

5-15 已知题图 5-15 电路中，开关 K 动作前电路已稳定，求开关 K 动作后图 (a) 的 $i_R(t)$以及图 (b) 的 $i_c(t)$ 和 $u_c(t)$。



题图 5-15

解：用三要素法求解。

(a)：(1) 求 $i_R(0^+)$

首先求 $i_L(0^-)$，已知开关动作前电路已稳定，则电感相当于短路，得 $t=0^-$ 时刻等效电路如解图 5-15 (a) 所示，得

$$i_L(0^-)=0.5\text{A}$$

由换路定则，得 $\quad i_L(0^+)=i_L(0^-)=0.5\text{A}$

作 $t=0^+$ 时刻等效电路如解图 5-15(b) 所示，得

$$i_R(0^+)=\frac{3}{3\,/\!/\,6+2}+\frac{6}{2\,/\!/\,6+3}\times\frac{6}{2+6}-i_L(0^+)\cdot\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=\frac{3}{2}\text{A}$$

(2) 求 $i_R(\infty)$

$t\to\infty$ 时，电路达到新的稳态，电感相当于短路，得 $t\to\infty$ 等效电路如解图 5-15 (c) 所示，得

$$i_R(\infty)=0$$

(3) 求 τ

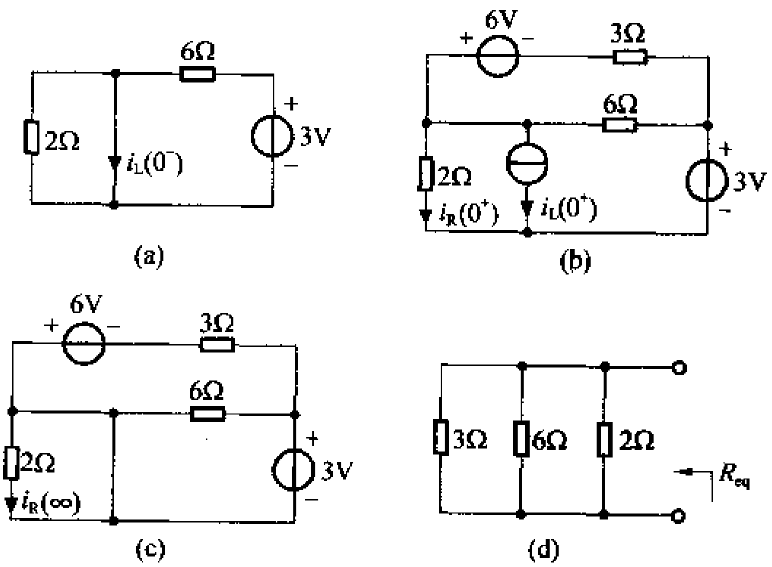
动态元件所接电阻网络如解图 5-15 (d) 所示，得

$$R_{eq}=3\,/\!/\,6\,/\!/\,2=1\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{0.5}{1}=\frac{1}{2}\text{s}$$

最后，将以上结果代入三要素公式，得

$$i_R(t)=i_R(\infty)+[i_R(0^+)-i_R(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$=\frac{3}{2}e^{-2t}\quad \text{A}\qquad t>0$$



解图 5-15

(b)：(1) 求 $i_c(0^+)$、$u_c(0^+)$

首先求 $u_c(0^-)$，已知开关动作前电路已稳定，则电容相当于开路，得 $t=0^-$ 时刻等效电路如解图 5-15 (e) 所示，得

$$u_c(0^-) = 2\text{V}$$

由换路定则，得 $u_c(0^+) = u_c(0^-) = 2\text{V}$

作 $t = 0^+$ 时刻等效电路如解图 5-15（f）所示，得

$$i_c(0^+) = -\frac{3}{3} - \frac{u_c(0^+)}{3 \,/\!/\, 6} = -1 - \frac{2}{2} = -2\text{A}$$

（2）求 $i_c(\infty)$、$u_c(\infty)$。

$t \to \infty$ 时，电路达到新的稳定，电容相当于开路，得 $t \to \infty$ 等效电路如解图 5-15（g）所示，得

$$i_c(\infty) = 0$$

$$u_c(\infty) = -3 \times \frac{6}{9} = -2\text{V}$$

（3）求 τ

动态元件所接电阻网络如解图 5-15（h）所示，得

$$R_{eq} = 3 \,/\!/\, 6 = 2\Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = 2 \times 0.5 = 1\text{s}$$

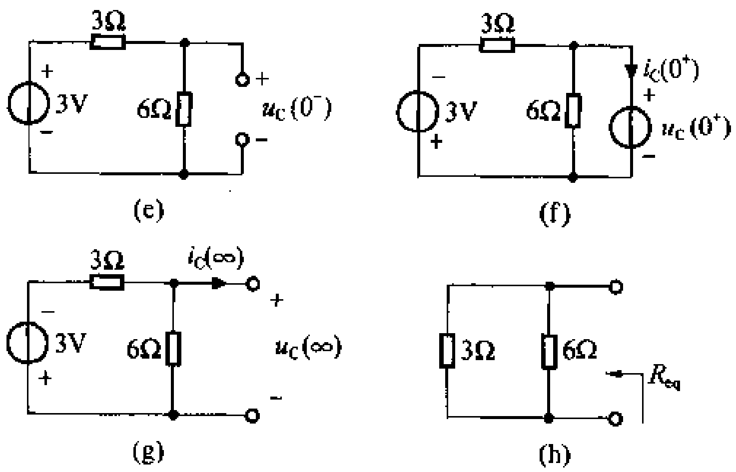
最后将所得结果代入三要素公式，得

$$i_c(t) = i_c(\infty) + [i_c(0^+) - i_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= -2e^{-t} \quad \text{A} \qquad t > 0$$

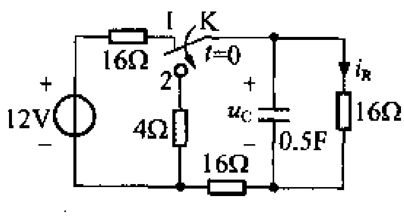
$$u_c(t) = u_c(\infty) + [u_c(0^+) - u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= -2 + 4e^{-t} \quad \text{V} \qquad t \geqslant 0$$



解图 5-15

5-16 题图 5-16 电路原已稳定，在 $t = 0$ 时开关 K 由"1"倒向"2"，试求 $t > 0$ 时 $u_c(t)$ 和 $i_R(t)$。



题图 5-16

解：由题意可知开关动作后该电路为零输入响应电路。

（1）求 $u_c(0^+)$、$i_R(0^+)$

开关动作前电路已稳定，此时电容相当于开路，得 $t = 0^-$ 等效电路如解图 5-16（a）所示，得

$$u_c(0^-) = 12 \times \frac{16}{16 + 16 + 16} = 4\text{V}$$

由换路定则，得 $\qquad u_c(0^+) = u_c(0^-) = 4\text{V}$

作 $t = 0^+$ 电路如解图 5-16（b）所示，得

$$i_R(0^+) = \frac{u_c(0^+)}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}\text{A}$$

（2）求 τ

动态元件所接电阻网络如解图 5-16（c）所示，得

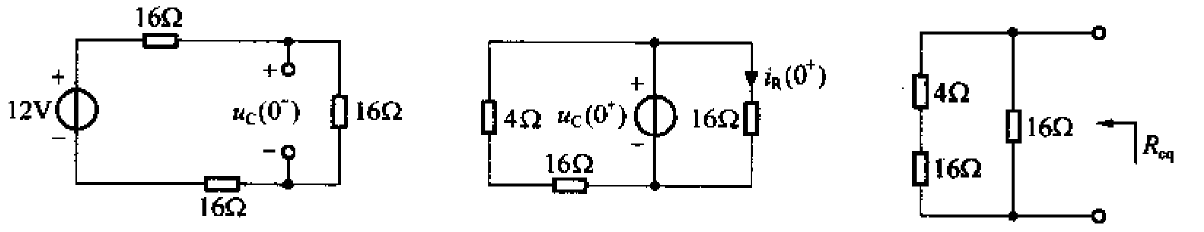
$$R_{eq} = 16 \mathbin{/\!/} (4 + 16) = \frac{80}{9}\Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = \frac{80}{9} \times 0.5 = \frac{40}{9}\text{s}$$

由于开关动作以后电路为零输入电路，故将以上计算结果代人零输入响应公式得

$$u_c(t) = u_c(0^+)\text{e}^{-\frac{t}{\tau}} = 4\text{e}^{-\frac{9}{40}t}\text{V} \qquad t \geqslant 0$$

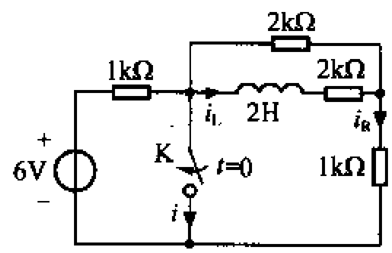
$$i_R(t) = i_R(0^+)\text{e}^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{4}\text{e}^{-\frac{9}{40}t}\text{A} \qquad t > 0$$



(a) (b) (c)

解图 5-16

5-17 题图 5-17 所示电路原已稳定，$t = 0$ 时开关 K 闭合，试求 $t > 0$ 时的 $i_L(t)$、$i(t)$ 和 $i_R(t)$。



题图 5-17

解：（1）求 $i_L(0^+)$、$i(0^+)$ 及 $i_R(0^+)$

首先求 $i_L(0^-)$。已知开关动作前电路已稳定，则电感相当于短路，得 $t = 0^-$ 等效电路如解图 5-17（a）所示，得

$$i_L(0^-) = \frac{6}{(1 + 2 \mathbin{/\!/} 2 + 1) \times 10^3} \cdot \frac{2}{2+2} = 1\text{mA}$$

由换路定则得 $\qquad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1\text{mA}$

作 $t = 0^+$ 时刻等效电路如解图 5-17（b）所示，得

$$i_R(0^+) = i_L(0^+) \times \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}\text{mA}$$

$$i(0^+) = \frac{6}{10^3} - i_R(0^+) = 6 \times 10^{-3} - \frac{2}{3} \times 10^{-3} = \frac{16}{3}\text{mA}$$

（2）求 $i_L(\infty)$、$i(\infty)$ 及 $i_R(\infty)$

$t \to \infty$ 时电路达到新的稳定，电感相当于短路，得 $t \to \infty$ 等效电路如解图 5-17（c）所示，得

$$i_L(\infty) = 0$$

$$i_R(\infty) = 0$$

$$i(\infty)=\frac{6}{10^3}=6\text{mA}$$

(3) 求 τ

动态元件所接电阻网络如解图 5-17 (d) 所示，得

$$R_{eq}=(2+2\ /\!/\ 1)\times10^3=\frac{8}{3}\times10^3\Omega$$

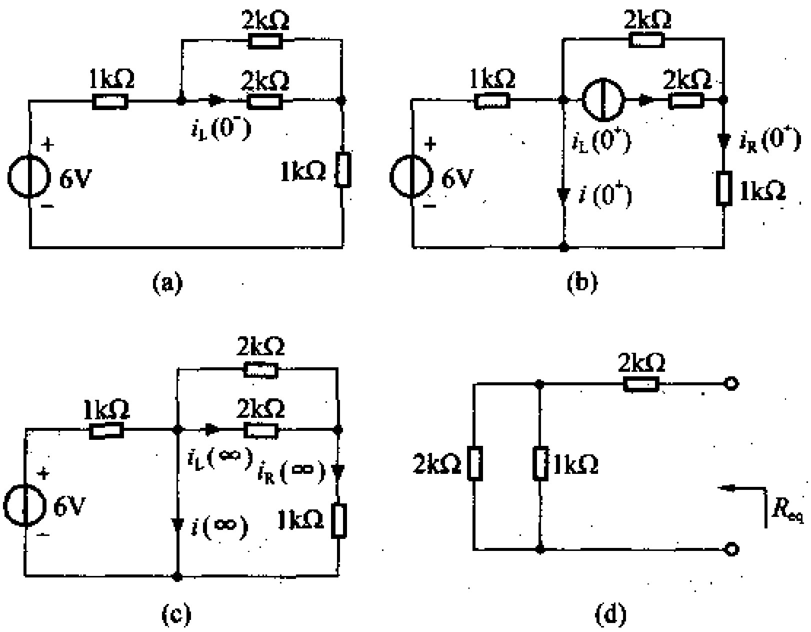
$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{3}{4}\text{ms}$$

将以上计算结果代入三要素公式得

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=e^{-\frac{4}{3}\times10^3t}\text{mA}\qquad t\geqslant0$$

$$i(t)=i(\infty)+[i(0^+)-i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=6-\frac{2}{3}e^{-\frac{4}{3}\times10^3t}\text{mA}\qquad t>0$$

$$i_R(t)=i_R(\infty)+[i_R(0^+)-i_R(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{2}{3}e^{-\frac{4}{3}\times10^3t}\text{mA}\qquad t>0$$



解图 5-17

5-18 密勒积分电路 (Miller-mteyrator) 如题图 5-18 所示，求 $t>0$ 时 $u_0(t)$ 的零输入响应、零状态响应和完全响应。

解：(1) 求 $u_0(t)$ 的零输入响应 $u_{01}(t)$

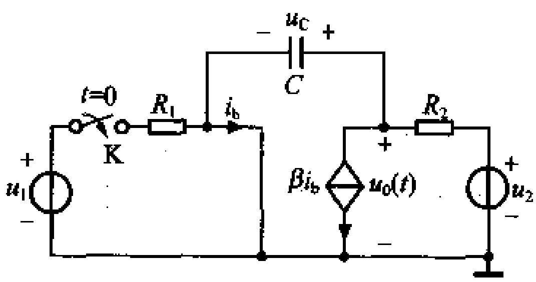
首先求 $u_c(0^-)$，在开关动作以前电路已稳定，电容相当于开路，作 $t=0^-$ 时刻等效电路如解图 5-18 (a) 所示，得

$$u_c(0^-)=u_2$$

由换路定则，得 $u_c(0^+)=u_c(0^-)=u_2$

作 $t=0^+$ 时刻等效电路如解图 5-18 (b) 所示，得

$$u_{01}(0^+)=u_c(0^+)=u_2$$



题图 5-18

再求 τ。动态电路所接电阻网络如解图 5-18（c）所示，则由加压求流法得

$$R_{eq}=(\beta+1)R_2$$

$$\tau=R_{eq}C=(\beta+1)R_2C$$

将以上计算结果代入零输入公式得

$$u_{01}(t)=u_{01}(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}=u_2e^{-\frac{1}{(1+\beta)R_2C}}\mathrm{V}\qquad t>0$$

（2）求 $u_0(t)$ 的零状态响应 $u_{02}(t)$

由换路定则得　　$u_c(0^+)=u_c(0^-)=0\mathrm{V}$

作 $t=0^+$ 时刻等效电路如解图 5-18（d）所示，则有

$$u_{02}(0^+)=0$$

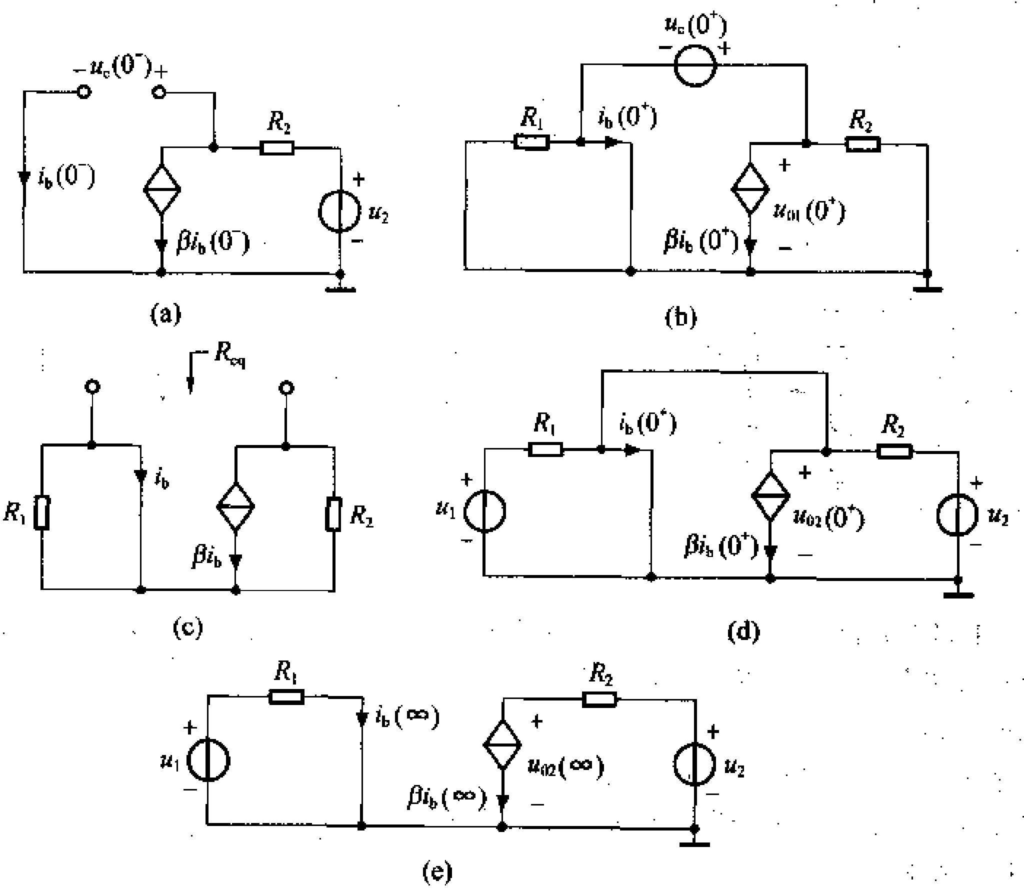
当 $t\to\infty$ 时，电路达到新的稳态，此时电容相当于开路，得 $t\to\infty$ 等效电路如解图 5-18（e）所示，得

$$i_b(\infty)=\frac{u_1}{R_1}$$

$$u_{02}(\infty)=u_2-R_2\beta i_b(\infty)=u_2-\frac{R_2\beta}{R_1}u_1$$

代入三要素公式得

$$\begin{aligned}u_{02}(t)&=u_{02}(\infty)+[u_{02}(0^+)-u_{02}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}\\&=u_2-\frac{R_2\beta}{R_1}u_1-\left(u_2-\frac{R_2\beta}{R_1}u_1\right)e^{-\frac{1}{(1+\beta)R_2C}}\mathrm{V}\quad t>0\end{aligned}$$



解图 5-18

(3) $u_0(t)$ 的完全响应

$$u_0(t) = u_{01}(t) + u_{02}(t)$$
$$= u_2 - \frac{R_2\beta}{R_1}u_1 + \frac{R_2\beta}{R_1}u_1 e^{-\frac{t}{(1+\beta R_2)C}}\text{V} \quad t > 0$$

5-19 电路如题图 5-19 所示，$t=0$ 时开关 K 由 “1” 倒向 “2”，设开关动作前电路已经处于稳态，求 $u_c(t)$、$i_L(t)$ 和 $i(t)$。

解：这个电路含有两个动态元件，是一个二阶电路，但利用电流源的等效性质，该电路可分解成两个一阶电路来分析，求 i (t) 时再返回原电路求解。

换路后，RC、RL 两部分电路可分别计算，且分析 RC、RL 部分的等效电路分别如解图 5-19 (a)、(b) 所示。由题图 5-19 及题意得 $u_c(0^-) = 6\text{V}, i_L(0^-) = 3\text{mA}$。

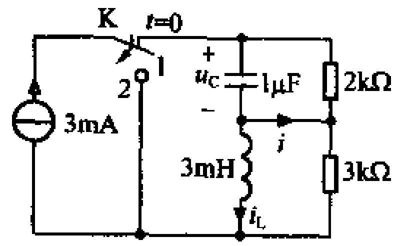
对于解图 5-19 (a) 有
$$u_c(0^+) = u_c(0^-) = 6\text{V}$$
$$i_c(0^+) = -\frac{u_c(0^+)}{2\times 10^3} = -3\text{mA}$$
$$u_c(\infty) = 0$$
$$\tau_c = R_{eq}C = 2\times 10^3 \times 10^{-6} = 2\times 10^{-3}\text{s}$$
$$i_c(\infty) = 0$$

故
$$u_c(t) = 6e^{-500t}\text{V} \quad t \geqslant 0$$
$$i_c(t) = -3e^{-500t}\text{mA} \quad t > 0$$

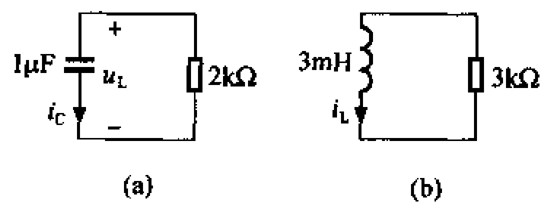
对于解图 5-19 (b) 有
$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3\text{mA}$$
$$i_L(\infty) = 0$$
$$\tau_L = \frac{L}{R_{eq}} = 10^{-6}\text{s}$$

故
$$i_L(t) = 3e^{-10^6 t}\text{mA} \quad t \geqslant 0$$

由题图 5-19 得 $\quad i(t) = i_c(t) - i_L(t) = -3e^{-500t} - 3e^{-10^6 t}\text{mA} \quad t > 0$

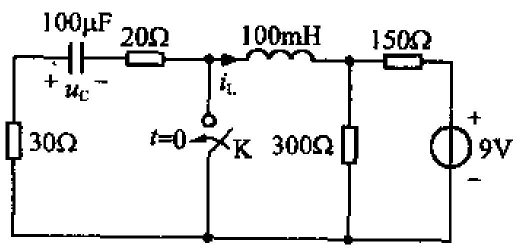


题图 5-19



解图 5-19

5-20 电路如题图 5-20 所示，$t=0$ 时开关 K 闭合，若开关动作前电路已经稳定，试求 $t>0$ 时的 $i_L(t)$ 和 $u_c(t)$。



题图 5-20

解：这是一个二阶电路，但开关动作以后该电路可分解成两个一阶电路来分析。开关动作以后题图 5-20 可改画成解图 5-20 (a)、(b) 两个一阶电路。

由题图 5-20 可得

$$u_c(0^-)=-\frac{300}{300+150}\times 9=-6\text{V}$$

$$i_L(0^-)=0$$

对于解图 5-20（a），有　$u_c(0^+)=u_c(0^-)=-6\text{V}$

$$u_c(\infty)=0$$

$$\tau_c=R_{eq}C=(20+30)\times 100\times 10^{-6}=5\times 10^{-3}\text{s}$$

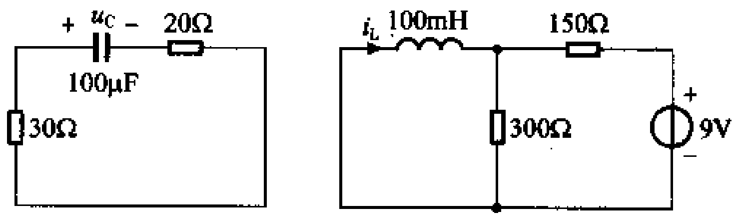
故　$u_c(t)=-6e^{-200t}\text{V}\quad t\geqslant 0$

对于解图 5-20（b），有　$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$

$$i_L(\infty)=-\frac{9}{150}=-60\text{mA}$$

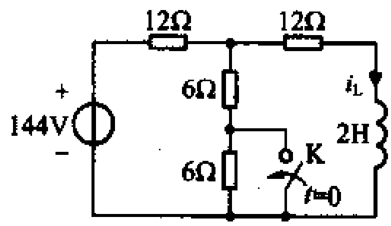
$$\tau_L=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{100\times 10^{-3}}{150 /\!/ 300}=10^{-3}\text{s}$$

故　$i_L(t)=-60(1-e^{-1000t})\text{mA}\quad t\geqslant 0$



解图 5-20

5-21　题图 5-21 所示电路原已稳定，$t=0$ 时开关 K 闭合，求 $i_L(t)$ 的完全响应、零输入响应、零状态响应、暂态响应和稳态响应。



题图 5-21

解：(1) 求 $i_L(0^+)$

先求 $i_L(0^-)$。开关动作以前电路处于稳态，电感相当于短路，作 $t=0^-$ 时刻等效电路如解图 5-21（a）所示，得

$$i_L(0^-)=\frac{144}{12+12 /\!/ 12}\times\frac{12}{12+12}=4\text{A}$$

由换路定则得　$i_L(0^+)=i_L(0^-)=4\text{A}$

(2) 求 $i_L(\infty)$

$t\to\infty$ 电路重新又处于稳态，此时电感相当于短路，作 $t\to\infty$ 等效电路如解图 5-21（b）所示，得

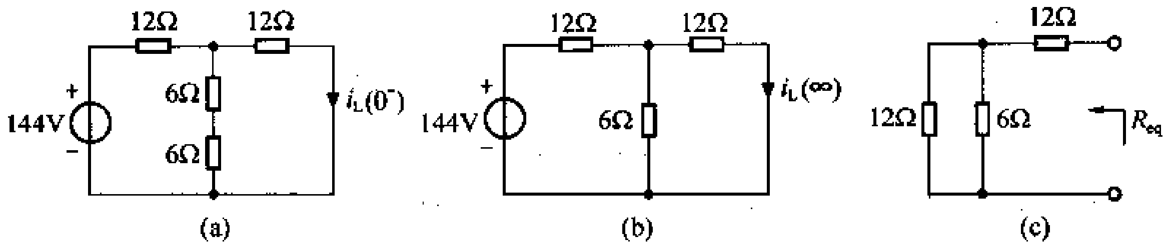
$$i_L(\infty)=\frac{144}{12+6 /\!/ 12}\times\frac{6}{6+12}=\frac{144}{16}\times\frac{6}{18}=3\text{A}$$

(3) 求 τ

动态电路所接电阻网络如解图 5-21（c）所示，有

$$R_{eq}=12+12 /\!/ 6=16\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}\text{s}$$



解图 5-21

全响应：

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=3+e^{-8t}$$

$$=i_L(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}+i_L(\infty)[1-e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

$$=\underbrace{4e^{-8t}}_{\text{零输入响应}}+\underbrace{3(1-e^{-8t})}_{\text{零状态响应}}\text{A}\quad t\geqslant 0$$

故

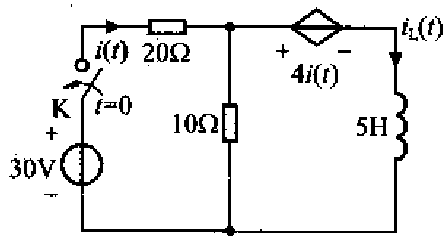
$$i_{Lzs}(t)=3(1-e^{-8t})\quad \text{A}\quad t\geqslant 0$$

$$i_{Lzi}(t)=4e^{-8t}\quad \text{A}\quad t>0$$

暂态响应 $\quad i_{L1}(t)=e^{-8t}\quad \text{A}\quad t>0$

稳态响应 $\quad i_{L2}(t)=3\quad \text{A}\quad t>0$

5-22 题图 5-22 所示电路中，$i_L(0^-)=0$，$t=0$ 时开关 K 闭合。试求 $t>0$ 时的 $i(t)$。



题图 5-22

解：(1) 求 $i(0^+)$

由换路定则，得 $\quad i_L(0^+)=i_L(0^-)=0\text{A}$

作 $t=0^+$ 时刻电路如解图 5-22（a）所示，则有

$$i(0^+)=\frac{30}{20+10}=1\text{A}$$

(2) 求 $i(\infty)$

作 $t\to\infty$ 时刻等效电路，此时电路已处于稳态，电感相当于短路，等效电路如解图 5-22（b）所示，则

$$30=20i(\infty)+4i(\infty)$$

故

$$i(\infty)=\frac{30}{24}=\frac{5}{4}\text{A}$$

(3) 求 τ

动态元件所接电阻网络如解图 5-22（c）所示，由加压求流法得

$$R_{eq}=8\Omega$$

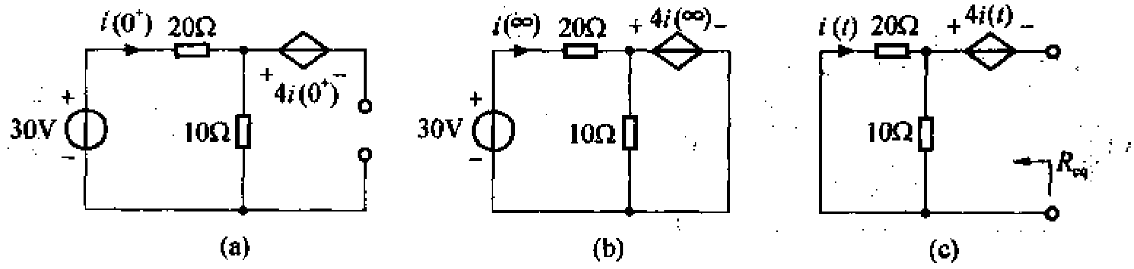
$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{5}{8}\text{s}$$

将以上结果代入三要素公式得

$$i(t)=i(\infty)+[i(0^+)-i(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}e^{-\frac{8}{5}t}\text{A}\quad t>0$$

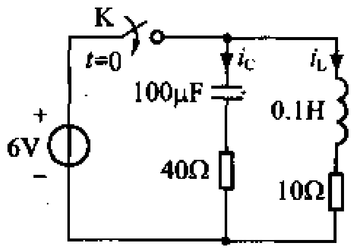
5-23 电路如题图 5-23 所示，$t=0$ 时开关 K 闭合，已知 $u_c(0^-)=0$，$i_L(0^-)=0$。试求



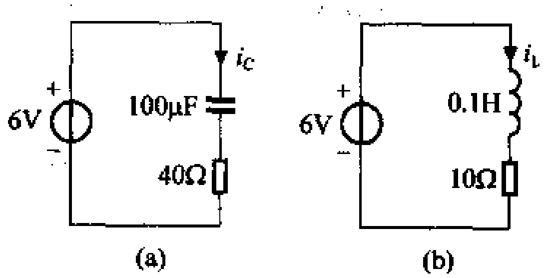
解图 5-22

$t>0$ 时的 $i_L(t)$ 和 $i_c(t)$。

解：该电路为一二阶电路，但由于电源为理想电压源，故换路后，对电路分析时可将电路分成 RC、RL 两部分电路分别计算，如解图 5-23（a）、（b）所示。



题图 5-23



解图 5-23

RC 部分电路

$$u_c(0^+)=u_c(0^-)=0$$

$$i_c(0^+)=\frac{6}{40}=\frac{3}{20}\text{A}$$

$$i_c(\infty)=0\text{A}$$

$$\tau_c=R_{eq}C=40\times 100\times 10^{-6}=4\text{ms}$$

故
$$i_c(t)=i_c(\infty)+[i_c(0^+)-i_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_c}}$$
$$=\frac{3}{20}e^{-250t}\text{A}\quad t>0$$

RL 部分电路
$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$$

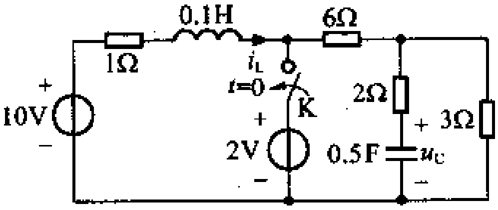
$$i_L(\infty)=\frac{6}{10}=0.6\text{A}$$

$$\tau_L=\frac{L}{R}=\frac{0.1}{10}=0.01\text{s}$$

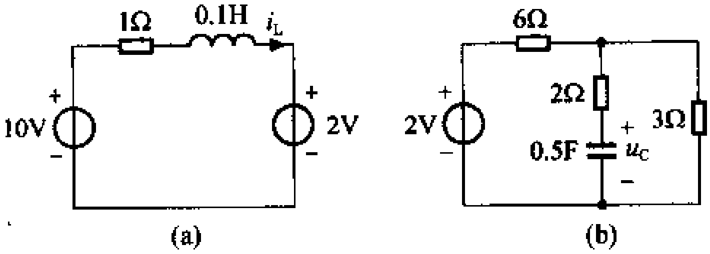
$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$
$$=0.6[1-e^{-100t}]\text{A}\quad t\geqslant 0$$

5-24　题图 5-24 所示电路图原已稳定，$t=0$ 时开关 K 闭合。试求 $t>0$ 时的 $u_c(t)$ 和 $i_L(t)$。

解：该电路为一二阶电路，但换路后该电路可分解为 RL、RC 两个一阶电路来分析，此时，原电路可改画为解图 5-24（a）、（b）所示电路。



题图 5-24



解图 5-24

由题图 5-24 可得 $$i_L(0^-)=\frac{10}{1+6+3}=1\text{A}$$

$$u_c(0^-)=3\times1=3\text{V}$$

由解图 5-24（a）得 $$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$$

$$i_L(\infty)=\frac{10-2}{1}=8\text{A}$$

$$\tau_L=\frac{L}{R}=0.1\text{s}$$

故 $$\begin{aligned}i_L(t)&=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_L}}\\&=8-7e^{-10t}\text{A}\quad t\geqslant0\end{aligned}$$

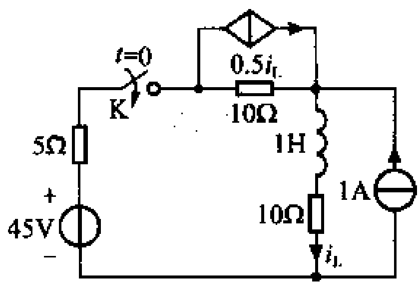
由解图 5-24（b）得 $$u_c(0^+)=u_c(0^-)=3\text{V}$$

$$u_c(\infty)=2\times\frac{3}{6+3}=\frac{2}{3}\text{V}$$

$$\tau_c=R_{eq}C=(2+6\ /\!/\ 3)\times0.5=2\text{s}$$

故 $$\begin{aligned}u_c(t)&=u_c(\infty)+[u_c(0^+)-u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_c}}\\&=\frac{2}{3}+\frac{7}{3}e^{-\frac{1}{2}t}\text{V}\quad t\geqslant0\end{aligned}$$

5-25 题图 5-25 所示电路图原已稳定，$t=0$ 时开关 K 闭合。试求换路后的 $i_L(t)$。



题图 5-25

解：(1) 求 $i_L(0^+)$

由题图 5-25 及题意可得

$$i_L(0^-)=1\text{A}$$

由换路定则得 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$

(2) 求 $i_L(\infty)$

$t\to\infty$ 时，电路又重新处于稳态，此时电感相当于短路，作 $t\to\infty$ 时的等效电路如解图 5-25（a）所示，有

$$45=5\times[i_L(\infty)-1]+10\times[i_L(\infty)-1-0.5i_L(\infty)]+10i_L(\infty)$$

$$i_L(\infty)=3\text{A}$$

(3) 求 τ

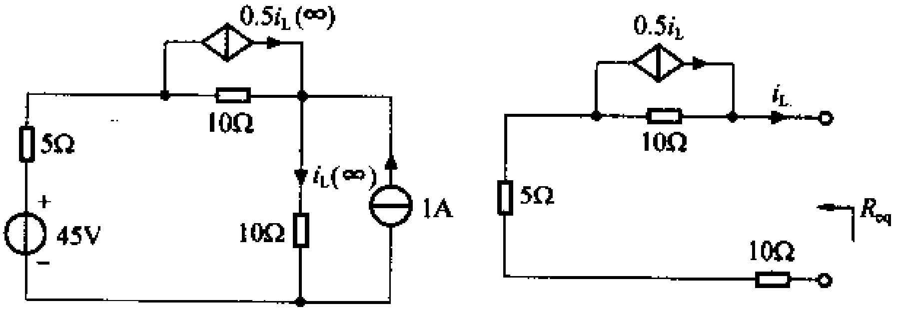
动态元件所接电阻网络如解图 5-25（b）所示，采用加压求流法，得

$$R_{eq}=20\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{1}{20}\mathrm{s}$$

最后代入三要素公式，得

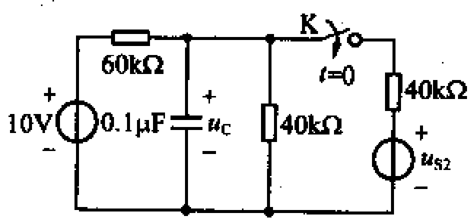
$$\begin{aligned}i_L(t)&=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}\\&=3-2e^{-20t}\quad \mathrm{A}\qquad t\geqslant 0\end{aligned}$$



(a)　　　　(b)

解图 5-25

5-26　题图 5-26 所示电路原已稳定，$t=0$ 时开关 K 闭合。试求(1)$u_{s2}=6$V 时的 $u_c(t)$，$t>0$；(2)$u_{s2}=?$ 时，换路后不出现过渡过程。



题图 5-26

解：用三要素法求出 u_c（t）的表达式。

(a) 求 $u_c(0^+)$

先求 $u_c(0^-)$，开关动作以前电路已经处于稳态，电容相当于开路，作 $t=0^-$ 时刻等效电路如解图 5-26（a）所示，得

$$u_c(0^-)=\frac{10}{(60+40)\times10^3}\times40\times10^3=4\mathrm{V}$$

由换路定则得　　　$u_c(0^+)=u_c(0^-)=4\mathrm{V}$

(b) 求 $u_c(\infty)$

当 $t\to\infty$ 时，电路又重新达到稳定状态，电容相当于开路，作 $t\to\infty$ 的等效电路如解图 5-26（b）所示，得

$$u_c(\infty)=10\times\frac{40\,/\!/\,40}{60+40\,/\!/\,40}+u_{s2}\times\frac{60\,/\!/\,40}{40+60\,/\!/\,40}=2.5+\frac{3}{8}u_{s2}$$

(c) 求 τ

动态元件所接电阻网络如解图 5-26（c）所示，有

$$R_{eq}=(60\,/\!/\,40\,/\!/\,40)\times10^3=15\mathrm{k\Omega}$$

$$\tau=R_{eq}C=15\times10^3\times0.1\times10^{-6}=1.5\mathrm{ms}$$

代入三要素公式得　　$u_c(t)=2.5+\frac{3}{8}u_{s2}+\left[4-2.5-\frac{3}{8}u_{s2}\right]e^{-\frac{1}{1.5\times10^{-3}}t}$

(1) 当 $u_{s2}=6$V 时

$$u_c(t)=2.5+\frac{3}{8}\times6+\left[1.5-\frac{3}{8}\times6\right]e^{-\frac{2}{3}\times10^3t}$$

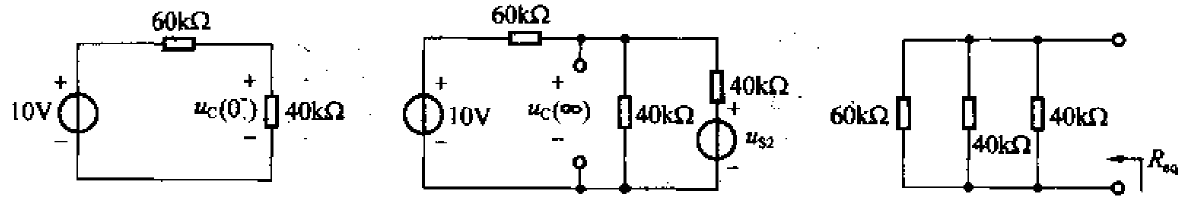
$$= 4.75 - 0.75e^{-\frac{2}{3}\times 10^3 t} \quad \text{V} \quad t \geqslant 0$$

（2）而若要换路后电路不出现过渡过程，则应有

$$4.5 - 2.5 - \frac{3}{8}u_{s2} = 0$$

故

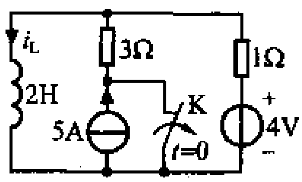
$$u_{s2} = 4\text{V}$$



(a) (b) (c)

解图 5-26

5-27 题图 5-27 所示电路原已稳定，$t = 0$ 时开关 K 打开，试求 $i_L(t)$。



题图 5-27

解：（1）求 $i_L(0^+)$

首先求 $i_L(0^-)$，开关动作以前电路已处于稳态，电感相当于短路，作 $t = 0^-$ 时刻等效电路如解图 5-27（a）所示，有

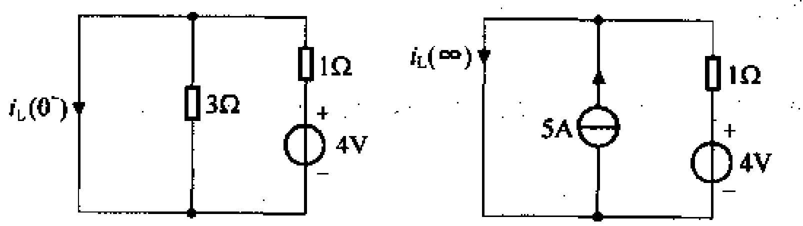
$$i_L(0^-) = \frac{4}{1} = 4\text{A}$$

由换路定则得 $\qquad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 4\text{A}$

（2）求 $i_L(\infty)$

当 $t \to \infty$ 时，电路又重新处于稳态，电感相当于短路，作 $t \to \infty$ 的等效电路如解图 5-27（b）所示，有

$$i_L(\infty) = 5 + \frac{4}{1} = 9\text{A}$$



(a) (b)

解图 5-27

（3）求 τ

由题图 5-27 可知，从电感两端看进去的电路的等效电阻

$$R_{eq} = 1\Omega$$

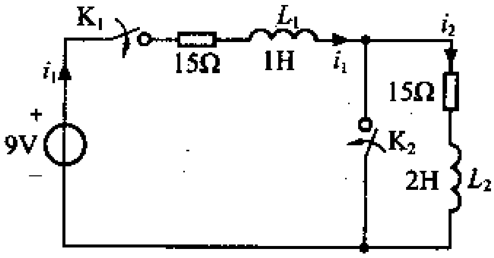
$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{2}{1} = 2\text{s}$$

代入三要素公式得

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0^+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= 9 - 5e^{-\frac{1}{2}t} \quad \text{A} \qquad t \geqslant 0$$

5-28　电路如题图 5-28 所示，电路原已稳定，$t=0$ 时开关 K_1 闭合；$t=0.2s$ 时开关 K_2 闭合。求 $t>0$ 时的 $i_1(t)$ 和 $i_2(t)$。



题图 5-28

解：$t<0$ 电路已稳定，故 $i_1(0^-)=i_2(0^-)=0A$

(1) 当 $0<t<0.2s$ 时，电路如解图 5-28 (a) 所示，仍为一阶电路，且

$$L_{eq}=L_1+L_2=3H$$

$$i_1(0^+)=i_1(0^-)=i_2(0^+)=i_2(0^-)=0A$$

$$\tau_1=\frac{L_{eq}}{R_{eq}}=\frac{3}{15+15}=\frac{1}{10}s$$

$$i_1(\infty)=i_2(\infty)=\frac{9}{15+15}=\frac{3}{10}A$$

故
$$i_1(t)=i_2(t)=\frac{3}{10}(1-e^{-10t})A\quad(0<t<0.2s)$$

当 $t=0.2^-s$ 时，
$$i_1(0.2^-)=i_2(0.2^-)=\frac{3}{10}[1-e^{-10\times0.2}]=0.26A$$

(2) 当 $t>0.2s$ 时，电路分成两部分，如解图 5-28 (b)、(c) 所示。对于解图 5-28 (b)，有

$$i_1(0.2^+)=i_1(0.2^-)=0.26A$$

$$i_1(\infty)=\frac{9}{15}=0.6A$$

$$\tau_2=\frac{1}{15}=\frac{1}{15}s$$

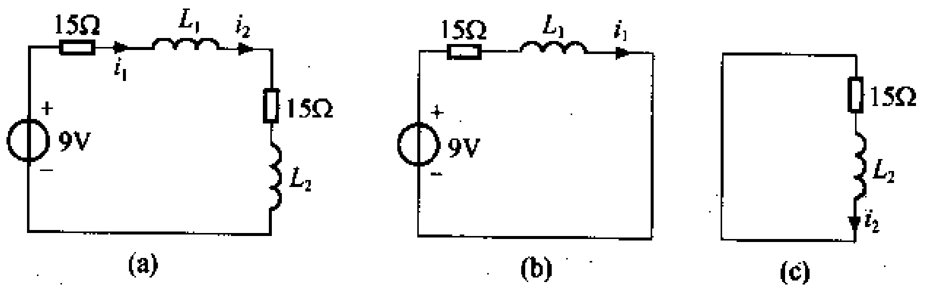
故
$$\begin{aligned}i_1(t)&=0.6+[0.26-0.6]e^{-15(t-0.2)}\\&=0.6-0.34e^{-15(t-0.2)}A\quad(t>0.2s)\end{aligned}$$

对于解图 5-28 (c)，有
$$i_2(0.2^+)=i_2(0.2^-)=0.26A$$

$$i_2(\infty)=0$$

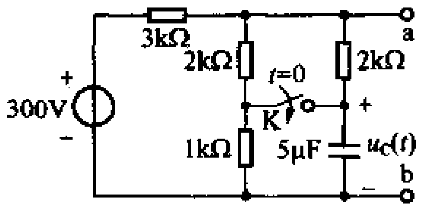
$$\tau_3=\frac{L_2}{15}=\frac{2}{15}s$$

故
$$i_2(t)=0.26e^{-7.5(t-0.2)}A\quad(t>0.2s)$$

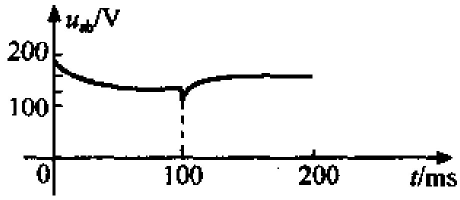


解图 5-28

5-29　题图 5-29 所示电路原已稳定，开关 K 在 $t=0$ 时闭合，在 $t=100ms$ 时又打开，求 u_{ab} 并绘出波形图。



题图 5-29



解图 5-29

解：(1) $0 \leqslant t < 100\text{ms}$

$t<0$ 时，$u_c(0^-)=\dfrac{300}{(3+2+1)\times 10^3}\times(2+1)\times 10^3=150\text{V}$

$t=0^+$ 时，由换路定则得　　$u_c(0^+)=u_c(0^-)=150\text{V}$

$$u_{ab}(0^+)=u_c(0^+)+[300-u_c(0^+)]\times\frac{2\,/\!/\,2}{3+2\,/\!/\,2}=150+37.5=187.5\text{V}$$

$t=\infty$ 时　　$u_c(\infty)=300\times\dfrac{1}{3+2\,/\!/\,2+1}=60\text{V}$

$$u_{ab}(\infty)=300\times\frac{2\,/\!/\,2+1}{3+2\,/\!/\,2+1}=120\text{V}$$

$$\tau_1=[1\,/\!/\,(3+2\,/\!/\,2)]\times 10^3\times 5\times 10^{-6}=4\text{ms}$$

故得

$$u_{ab}(t)=u_{ab}(\infty)+[u_{ab}(0^+)-u_{ab}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$
$$=120+67.5e^{-250t}\quad\text{V}\qquad(0\leqslant t<100\text{ms})$$

$$u_c(t)=u_c(\infty)+[u_c(0^+)-u_c(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$
$$=60+90e^{-250t}\quad\text{V}\quad(0\leqslant t<100\text{ms})$$

(2) $t \geqslant 100\text{ms}$

$$u_c(0.1^-)=60+90e^{-250\times 100\times 10^{-3}}=60+90e^{-25}=60\text{V}$$

$t=0.1^+$ s 时，由换路定则得　　$u_c(0.1^+)=u_c(0.1^-)=60\text{V}$

$$u_{ab}(0.1^+)=300\times\frac{(2+1)\,/\!/\,2}{3+(2+1)\,/\!/\,2}+60\times\frac{3\,/\!/\,(2+1)}{2+3\,/\!/\,(2+1)}=\frac{780}{7}\text{V}$$

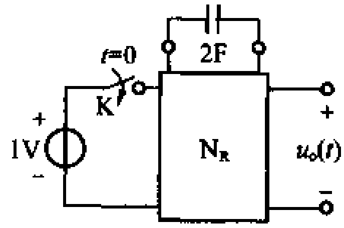
$t=\infty$ 时，　　$u_{ab}(\infty)=300\times\dfrac{2+1}{3+2+1}=150\text{V}$

$$\tau_2=[2+3\,/\!/\,(2+1)]\times 10^3\times 5\times 10^{-6}=17.5\text{ms}$$

代入三要素公式得

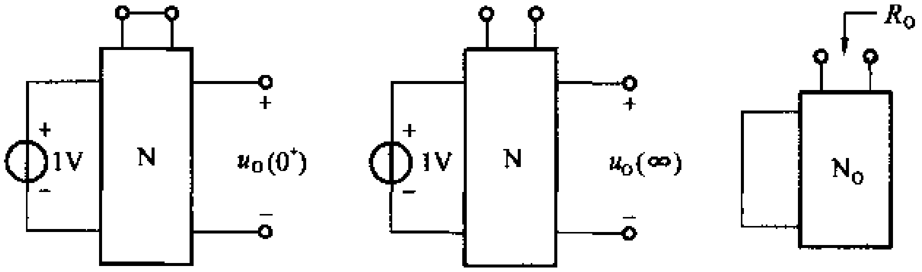
$$u_{ab}(t)=u_{ab}(\infty)+[u_{ab}(0^+)-u_{ab}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$
$$=150-38.6e^{-57.1(t-0.1)}\quad\text{V}\qquad(t>100\text{ms})$$

5-30 题图 5-30 所示电路中，N_R 为线性电阻网络，开关 K 在 $t=0$ 时闭合，已知输出端的零状态响应为 $u_0(t)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{8}e^{-0.25t}\text{V}, t>0$。若电路中的电容换为 2H 的电感，试求该情况下输出端的零状态响应 $u_0(t)$。



题图 5-30

解：对于题图 5-30 所示电路，有



(a)　　(b)　　(c)

解图 5-30

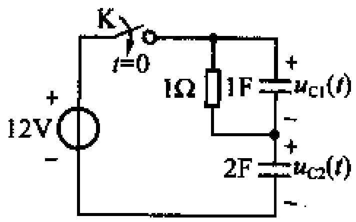
$$u_o(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}e^{-0.25t} = u_o(\infty) + [u_o(0^+) - u_o(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

可得　　$u_o(\infty) = \frac{1}{2}\text{V}, u_o(0^+) = \frac{5}{8}\text{V}, \tau = 4 = R_o \cdot C \Rightarrow R_o = 2\Omega$

又由于题图 5-30 所求响应为零状态响应，故 $u_o(0^+)$ 为由解图 5-30（a）所示 0^+ 电路图求得，$u_o(\infty)$ 由解图 5-30（b）所示稳态电路图求得，等效电阻 R_o 为解图 5-30（c）所示电路求得。当把 2F 电容换为 2H 电感后，求电路零状态响应时，$u'_o(0^+)$ 的初始图恰好与解图 5-30（b）一致，得 $u'_o(0^+) = u_o(\infty) = \frac{1}{2}\text{V}$；$u'_o(\infty)$ 的稳态图恰好与解图 5-30(a) 一致，得 $u'_o(\infty) = u_o(0^+) = \frac{5}{8}\text{V}$；$R'_o$ 电路与解图 5-30(c) 一致，所以 $R'_o = R_o = 2\Omega, \tau = \frac{L}{R'_o} = \frac{2}{2} = 1\text{s}$。

故
$$u'_o(t) = u'_o(\infty) + [u'_o(0^+) - u'_o(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$= \frac{5}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{8}\right)e^{-t} = \frac{5}{8} - \frac{1}{8}e^{-t}\text{V}\quad (t > 0)$$

5-31　题图 5-31 所示电路原已稳定，$t = 0$ 时开关 k 闭合。试求 $t > 0$ 时的 $u_{c1}(t)$ 和 $u_{c2}(t)$。



题图 5-31

解：独立源不影响动态电路的阶数，换路后，独立源置零后的等效电路如解图 5-31（a）所示，故题图 5-31 为一阶电路，三要素法仍适用。

（1）求时间常数 τ

$$\tau = R_{eq}C_{eq} = 1 \times (1 \mathbin{/\!/} 2) = 3\text{s}$$

（2）求 $u_{c1}(0^+)$、$u_{c2}(0^+)$

换路后，电路中存在全电容回路，换路定则失效，设 $t = 0^+$ 时电容电压分别为 $u_{c1}(0^+)$ 和 $u_{c2}(0^+)$，则由 KVL 得

$$12 = u_{c1}(0^+) + u_{c2}(0^+) \qquad ①$$

又根据瞬间电荷守恒有：　$-c_1u_{c1}(0^-) + c_2u_{c2}(0^-) = -c_1u_{c1}(0^+) + c_2u_{c2}(0^+)$

即　　$-u_{c1}(0^-) + 2u_{c2}(0^-) = -u_{c1}(0^+) + 2u_{c2}(0^+) \qquad ②$

又 $t < 0$ 时电路已稳定，则有

$$u_{c1}(0^-) = 0$$

$$u_{c2}(0^-)=0$$

将以上电容初始条件代入①、②式联立求解得

$$\begin{cases}u_{c1}(0^+)=8\text{V}\\u_{c2}(0^+)=4\text{V}\end{cases}$$

(3) 求 $u_{c1}(\infty)$、$u_{c2}(\infty)$

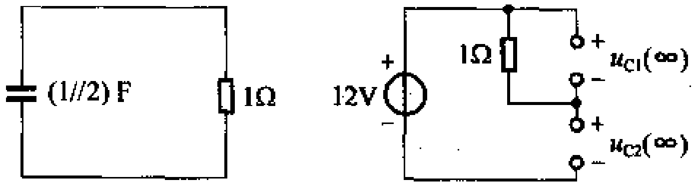
换路后，电路稳定后的电路如解图 5-31 (b) 所示，得

$$u_{c1}(\infty)=0 \qquad u_{c2}(\infty)=12\text{V}$$

将以上计算数据代入三要素公式得

$$u_{c1}(t)=8e^{-\frac{1}{3}t}\text{V} \qquad t\geqslant 0$$

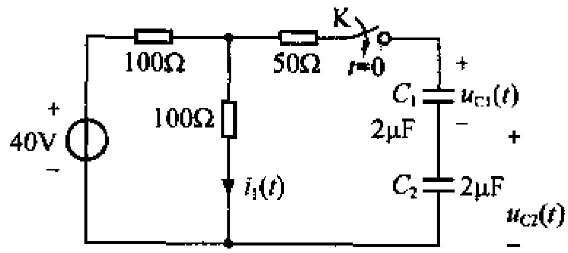
$$u_{c2}(t)=12+[4-12]e^{-\frac{t}{\tau}}=12-8e^{-\frac{1}{3}t}\text{V} \qquad t\geqslant 0$$



(a) (b)

解图 5-31

5-32 题图 5-32 所示电路中，已知 $u_{c1}(0^-)=0$, $u_{c2}(0^-)=10\text{V}$, $t=0$ 时开关 K 闭合，试求 $t>0$ 时的 $u_{c1}(t)$ 和 $i_1(t)$。



题图 5-32

解：(1) 求 $i_1(0^+)$、$u_{c1}(0^+)$

$t=0^+$ 时刻，由换路定则得

$$u_{c1}(0^+)=u_{c1}(0^-)=0\text{V}, u_{c2}(0^+)=u_{c2}(0^-)=10\text{V}$$

$$i_1(0^+)=\frac{40}{100+100\,/\!/\,50}\times\frac{50}{100+50}+\frac{10}{50+100\,/\!/\,100}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{10}+\frac{1}{20}=\frac{3}{20}\text{A}$$

(2) 求 $i_1(\infty)$、$u_{c1}(\infty)$

$t\to\infty$ 时，电路又重新处于稳态，电容相当于开路，故有

$$i_1(\infty)=\frac{40}{100+100}=\frac{1}{5}\text{A}$$

又开关闭合后，当 $t\to\infty$ 时，有

$$-C_1u_{c1}(\infty)+C_2u_{c2}(\infty)=-C_1u_{c1}(0^+)+C_2u_{c2}(0^+) \qquad ①$$

又由 KVL 得 $\quad u_{c1}(\infty)+u_{c2}(\infty)=40\times\dfrac{100}{100+100}=20 \qquad ②$

由①、②式得 $$u_{c1}(\infty)=5\text{V}$$

(3) 求 τ

开关动作后，C_1 和 C_2 串联，等效电容为

$$C_{eq}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=1\mu\text{F}$$

$$R_{eq}=50+100\ /\!/\ 100=100\Omega$$

$$\tau=R_{eq}C_{eq}=100\times10^{-6}=10^{-4}\text{s}$$

故

$$u_{c1}(t)=5[1-e^{-10^4t}]\text{V}\quad t\geqslant0$$

$$i_1(t)=\frac{1}{5}+\left[\frac{3}{20}-\frac{1}{5}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=\frac{1}{5}-\frac{1}{20}e^{-10^4t}\text{A}\qquad t>0$$

5-33 题图 5-33 所示电路原已稳定，$t=0$ 时开关 K 打开，试求 $i_{L1}(t)$。

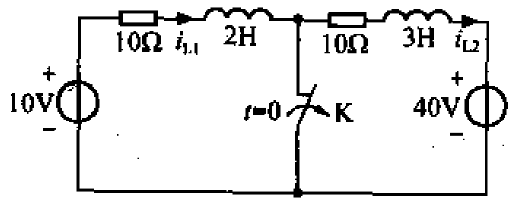
解：(1) 求 $i_{L1}(0^+)$

因为开关打开前电路已达到稳态，故

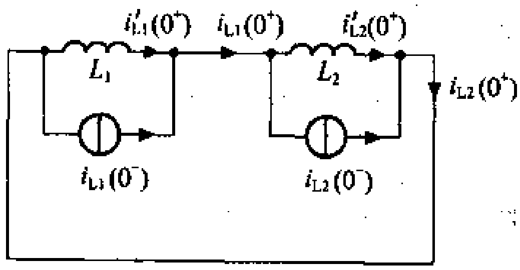
$$i_{L1}(0^-)=\frac{10}{10}=1\text{A}$$

$$i_{L2}(0^-)=-\frac{40}{10}=-4\text{A}$$

开关打开后形成一个全电感割集，故在开关打开一瞬间电感上电流发生跳变，即 i_{L1}、i_{L2} 将发生跳变，且电感电压出现冲激，又电路其余元件上的电压都为有限值，相比之下可以忽略。因此计算 $i_{L1}(0^+)$ 时可以把其余支路短路，使电路成为仅含电感及电流源的电路，再将其中非零状态的电感用一个电流为电感初始状态的电流源与一个零状态电感并联的电路等效替代，这样得到计算 $i_{L1}(0^+)$ 初始值的初始图如解图 5-33 所示，由该图得



题图 5-33



解图 5-33

$$i_{L1}(0^+)=i_{L1}(0^-)+i'_{L1}(0^+)=1+(-4-1)\times\frac{L_2}{L_1+L_2}=1-5\times\frac{3}{2+3}=-2\text{A}$$

(2) 求 $i_{L1}(\infty)$

当 $t\to\infty$ 时，电感相当于短路，有

$$i_{L1}(\infty)=\frac{10-40}{10+10}=-\frac{3}{2}\text{A}$$

(3) 求时间常数 τ

开关动作后，L_1 和 L_2 串联，等效电感

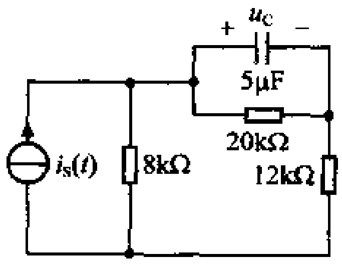
$$L_{eq}=L_1+L_2=5\text{H}$$

$$\tau=\frac{L_{eq}}{R_{eq}}=\frac{5}{10+10}=\frac{1}{4}\text{s}$$

故 $$i_{L1}(t)=-\frac{3}{2}+\left[-2+\frac{3}{2}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}e^{-4t}\text{A}\quad t\geqslant 0$$

5-34 电路如图 5-34 所示，已知 $i_s(t)=10+15\varepsilon(t)\text{A}$，试求 $u_c(t)$。



题图 5-34

解： 该电路相当于在 $t<0$ 时接一 $i_s=10\text{V}$ 的直流电流源，而在 $t>0$ 时电流源电流跳变为 $i_s(t)=25\text{V}$，即相当于在 $t=0$ 时换路，故仍用三要素法求 $u_c(t)$。

$t<0$ 时，电路已处于稳态，所以

$$u_c(0^-)=i_s(0^-)\times\{[8\ /\!/\ (20+12)]\times10^3\}\times\frac{20}{20+12}=4\times10^4\text{V}=40\text{kV}$$

由换路定则得 $$u_c(0^+)=u_c(0^-)=40\text{kV}$$

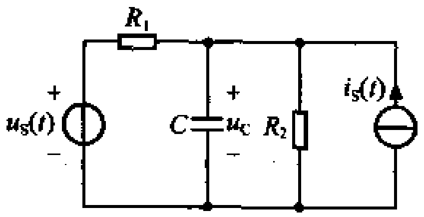
当 $t\to\infty$ 时，电路又重新处于稳态，电容相当于开路，有

$$u_c(\infty)=25\times\{[8\ /\!/\ (20+12)]\times10^3\}\times\frac{20}{20+12}=10^5\text{V}$$

$$\tau=R_{eq}C=[20\ /\!/\ (8+12)]\times10^3\times5\times10^{-6}=5\times10^{-2}\text{s}$$

故 $$u_c(t)=10^5+[4\times10^4-10^5]e^{-200t}$$

$$=100-60e^{-200t}\text{kV}\qquad t\geqslant 0$$



题图 5-35

5-35 题图 5-35 所示电路中，已知当 $u_s(t)=\varepsilon(t)\text{V}$，$i_s(t)=0$ 时 $u_c(t)=2e^{-2t}+\frac{1}{2}\text{V}, t>0$；当 $i_s(t)=\varepsilon(t)\text{A}$，$u_s(t)=0$ 时，$u_c(t)=\frac{1}{2}e^{-2t}+2\text{V}, t>0$。求 (1) R_1、R_2 和 C；(2) $u_s=\varepsilon(t)\text{V}, i_s(t)=\varepsilon(t)\text{A}$ 时电路 $u_c(t)$ 的全响应。

解： (1) 当 $u_s(t)=\varepsilon(t)\text{V}, i_s(t)=0$ 时，电路如解图 5-35 (a) 所示。又已知

$$u_{c1}(t)=u_{c1}(\infty)+[u_{c1}(0^+)-u_{c1}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=2e^{-2t}+\frac{1}{2}\text{V}\qquad t>0$$

故得 $$u_{c1}(\infty)=\frac{1}{2}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\times1\Rightarrow R_1=R_2 \qquad ①$$

$$u_{c1}(0^+)=\frac{5}{2}\text{V}$$

当 $i_s=\varepsilon(t)\text{A}, u_s(t)=0$ 时，电路如解图 5-35 (b) 所示。且已知

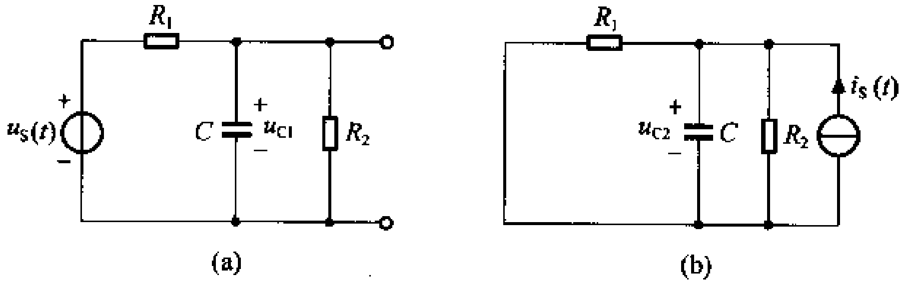
$$u_{c2}(t)=u_{c2}(\infty)+[u_{c2}(0^+)-u_{c2}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{1}{2}e^{-2t}+2\quad\text{V}\qquad t\geqslant 0$$

故得 $$u_{c2}(\infty)=2=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\times1 \qquad ②$$

将①式代入②式得
$$R_1 = R_2 = 4\Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = (R_1 \mathbin{/\!/} R_2)C = 2C = \frac{1}{2}\mathrm{s}$$

故
$$C = \frac{1}{4}\mathrm{F}$$



解图 5-35

（2）对于电容电压而言，其零状态响应可表示为

$$u_{czs}(t) = u_c(\infty)[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

又已知当 $u_s(t) = \varepsilon(t)\mathrm{V}, i_s(t) = 0$ 时，$u_c(t) = 2e^{-2t} + \frac{1}{2}\mathrm{V}, t > 0$，得此时

零状态响应　　$u_{czs1}(t) = \frac{1}{2}[1 - e^{-2t}]\mathrm{V} \qquad t \geqslant 0$

零输入响应　　$u_{czi}(t) = u_c(t) - u_{c2s1}(t) = \frac{5}{2}e^{-2t}\mathrm{V} \qquad t > 0$

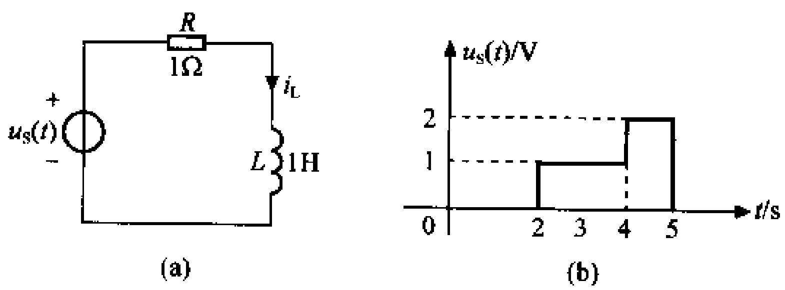
又当 $i_s(t) = \varepsilon(t)\mathrm{A}, u_s(t) = 0$ 时，$u_c(t) = \frac{1}{2}e^{-2t} + 2\mathrm{V}, t > 0$，得此时

零状态响应　　$u_{czs2}(t) = 2[1 - e^{-2t}]\mathrm{V} \qquad t \geqslant 0$

故当　　$u_s = \varepsilon(t)\mathrm{V}, i_s(t) = \varepsilon(t)\mathrm{A}$ 时，电路 $u_c(t)$ 的全响应

$$\begin{aligned} u_c(t) &= u_{czi}(t) + u_{czs1}(t) + u_{czs2}(t) \\ &= \frac{5}{2}e^{-2t} + \frac{1}{2}[1 - e^{-2t}] + 2[1 - e^{-2t}] \\ &= \frac{5}{2}\mathrm{V} \qquad (t \geqslant 0) \end{aligned}$$

5-36　题图 5-36（a）电路中，已知 $i_L(0^-) = 1\mathrm{A}$，其 $u_s(t)$ 波形如图（b）所示，试求 $i_L(t)$。



题图 5-36

解： 本题利用三要素法分别求零输入响应和零状态响应，又由于外加激励波形比较复杂，故通过阶跃响应求零状态响应。

(1) 求零输入响应 $i_{Lzi}(t)$

令 $u_s(t)=0$。由换路定则得

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$$

$$i_L(\infty)=0,\quad \tau=\frac{L}{R}=1\text{s}$$

代入三要素公式得 $\qquad i_{Lzi}(t)=\mathrm{e}^{-t}\text{A} \qquad t>0$

(2) 求零状态响应 $i_{Lzs}(t)$

先求 $S_{i_L}(t)$。

令 $i_L(0^-)=0, u_s(t)=\varepsilon(t)$，由三要素法，得

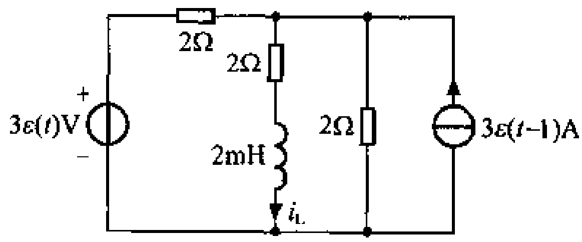
$$S_{i_L}(t)=(1-\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$$

又 $\qquad u_s(t)=\varepsilon(t-2)+\varepsilon(t-4)-2\varepsilon(t-5)$

故
$$\begin{aligned}i_{Lzs}(t)&=S_{i_L}(t-2)+S_{i_L}(t-4)-2S_{i_L}(t-5)\\&=[1-\mathrm{e}^{-(t-2)}]\varepsilon(t-2)+[1-\mathrm{e}^{-(t-4)}]\\&\quad\varepsilon(t-4)-2[1-\mathrm{e}^{-(t-5)}]\varepsilon(t-5)\text{A}\end{aligned}$$

最后得
$$\begin{aligned}i_L(t)&=i_{Lzi}(t)+i_{Lzs}(t)\\&=\mathrm{e}^{-t}+[1-\mathrm{e}^{-(t-2)}]\varepsilon(t-2)+[1-\mathrm{e}^{-(t-4)}]\varepsilon(t-4)-\\&\quad 2[1-\mathrm{e}^{-(t-5)}]\varepsilon(t-5)\text{A} \qquad t>0\end{aligned}$$

5-37 电路如题图 5-37 所示，试求 (1) 零状态响应 $i_L(t)$；(2) 设 $i_L(0^-)=0.3\text{A}$，求全响应 $i_L(t)$。



题图 5-37

解：(1) 本题须用叠加定理求解。

(a) 求电压源 $3\varepsilon(t)$ V 单独作用时产生的零状态响应 $i_{L1}(t)$。此时电路如解图 5-37 (a) 所示，则有 $\qquad i_{L1}(0^+)=0$

$$i_{L1}(\infty)=\frac{3}{2+2\,/\!/\,2}\times\frac{2}{2+2}=\frac{1}{2}\text{A}$$

$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{2\times10^{-3}}{2+2\,/\!/\,2}=\frac{2}{3}\text{ms}$$

$$i_{L1}(t)=\frac{1}{2}[1-\mathrm{e}^{-1500t}]\varepsilon(t)\text{A}$$

(b) 求电流源 $3\varepsilon(t-1)$A 单独作用时产生的零状态响应 $i_{L2}(t)$。此时电路如解图 5-37 (b) 所示。对于图 (b)，先求 $i_s=\varepsilon(t)$A 时电路的阶跃响应 $S_{i_{L2}}(t)$，则有

$$S_{i_{L2}}(0^+)=0$$

$$S_{i_{L2}}(\infty)=1\times\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}\text{A}$$

故 $$S_{i_{L2}}(t)=\frac{1}{3}[1-\mathrm{e}^{-1500t}]\varepsilon(t)\text{A}$$

由线性电路的线性性及时不变性得，当 $i_S(t)=3\varepsilon(t-1)$A 时，零状态响应

$$i_{L2}(t) = 3S_{i_{L2}}(t-1) = [1-e^{-1500(t-1)}]\varepsilon(t-1)\text{A}$$

故得两电源共同作用时电路的零状态响应

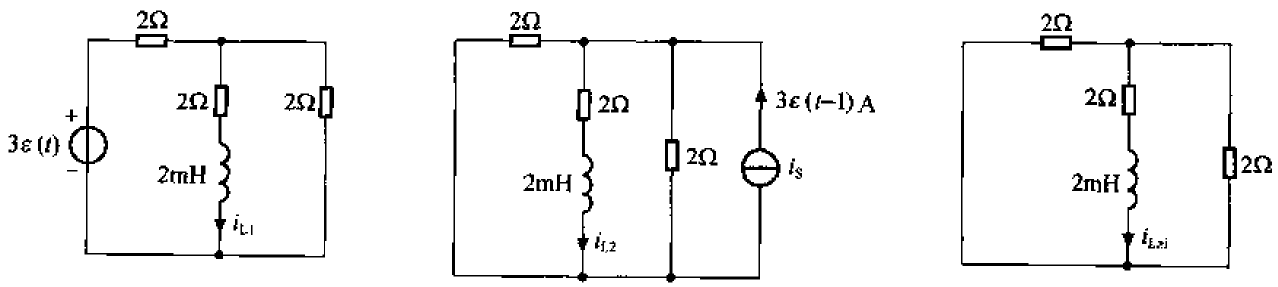
$$i_L(t) = i_{L1}(t) + i_{L2}(t)$$
$$= \frac{1}{2}[1-e^{-1500t}]\varepsilon(t) + [1-e^{-1500(t-1)}]\varepsilon(t-1)\text{A}$$

(2) 求 $i_L(0^-) = 0.3\text{A}$ 时电路的零输入响应 i_{Lzi} (t)。此时电路如解图 5-37 (c) 所示，则有

$$i_{Lzi}(0^+) = i_L(0^-) = 0.3\text{A}$$
$$i_{Lzi}(\infty) = 0$$
$$i_{Lzi}(t) = 0.3e^{-1500t}\text{A} \quad t > 0$$

故该电路全响应

$$i_L(t) = 0.3e^{-1500t} + \frac{1}{2}[1-e^{-1500t}]\varepsilon(t) + [1-e^{-1500(t-1)}]\varepsilon(t-1)\text{A} \quad (t > 0)$$

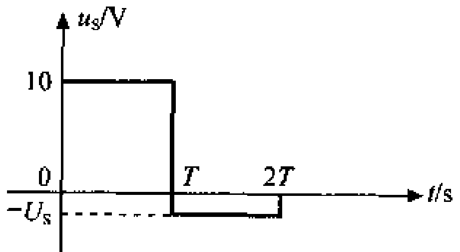


(a)　(b)　(c)

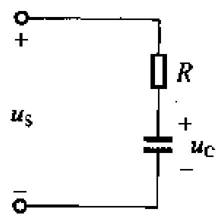
解图 5-37

5-38　题图 5-38 中所示脉冲宽度 $T = RC$，施加于 RC 串联电路，电路为零状态。试求使 $u_c(t)$ 在 $t = 2T$ 时仍能回到零状态所需负脉冲的幅度 U_s。

解：设 RC 串联电路如解图 5-38 所示，电容上电压的参考方向如解图所示。则由三要素法可得



题图 5-38



解图 5-38

$0 \leqslant t < T$ 时，$u_c(t) = 10(1-e^{-\frac{t}{RC}})\text{V}$

$T \leqslant t < 2T$ 时，$\because u_c(T^-) = 10(1-e^{-\frac{T^-}{RC}}) = 10(1-e^{-1})\text{V}$

由换路定则得 $u_c(T^+) = u_c(T^-) = 10(1-e^{-1})\text{V}$

故
$$u_c(t) = -U_s + [10(1-e^{-1}) + U_s]e^{-\frac{t-T}{RC}}\text{V}$$

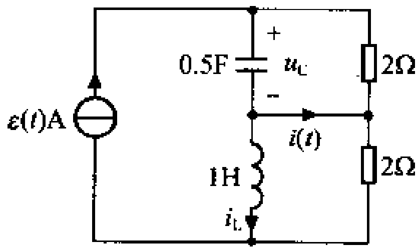
又由题意知　当 $t = 2T$ 时 $u_c(2T) = 0$，即

$$-U_s + [10(1-e^{-1}) + U_s]e^{-\frac{T}{RC}} = 0$$

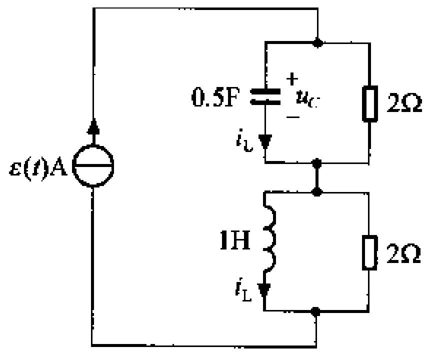
故
$$U_s = 10e^{-1} = 3.68\text{V}$$

5-39 电路如题图 5-39 所示，输入为单位阶跃电流，已知 $u_c(0^+)=1\text{V}$，$i_L(0^-)=2\text{A}$，试求电流 i_L。

解：题图 5-39 所示电路并非一阶电路，但电源是理想电流源，原图可改画成解图 5-39 所示电路。$t>0$ 时，RC、RL 两部分电路可分别计算。对于 RL 部分，有



题图 5-39

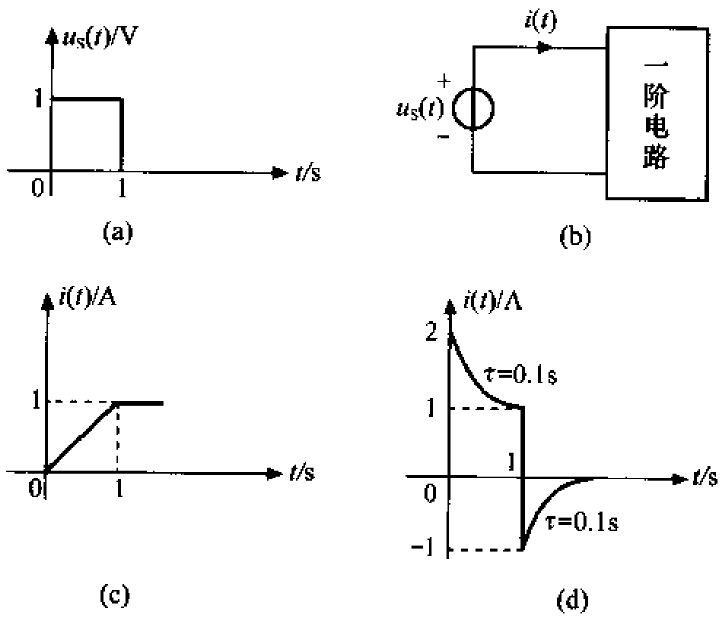


解图 5-39

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\text{A}$$
$$i_L(\infty)=1\text{A}$$
$$\tau_L=\frac{1}{2}\text{s}$$

故
$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0^+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$
$$=1+e^{-2t}\text{A}\quad t\geqslant 0$$

5-40 题图 5-40（a）所示电压源作用于两个不同的一阶零状态电路，若已知流过电源的电流波形分别如图 5-40（c）、（d）所示，试分别求取题图 5-40（b）一阶电路的最简结构及元件参数。



题图 5-40

解：本题可利用电感、电容端子上电压、电流 VCR 及 RL、RC 电路的特点来加以分析。

(1) 当激励电压波形如题图 5-40 (a) 所示，电路中电流波形如图 (c) 所示时，可以看出，此时一阶电路端子上电压、电流的 VCR 满足关系

$$u_s(t)=\frac{di(t)}{dt}$$

此关系与电感元件端子上电压、电流 VCR 相同。由此可判断出此时一阶电路为电感元件，且由其 VCR 关系式知 $L=1\text{H}$ 。

(2) 当激励的波形如图 (a) 所示，流过一阶电路的电流波形如图 (d) 所示时，因通常认为经过 (4～5) τ 时间，动态电路的过渡过程结束，进入新的稳定的工作状态，故由图 (d) 可知，当 $u_s(t)=1\text{V}$ 作用时，

$$i(0^+)=2\text{A}\qquad i(\infty)=1\text{A}\qquad \tau=0.1\text{s}$$

当 $t>1\text{s}, u_s(t)=0\text{V}$ 时，

$$i(1^+)=-1\text{A}\qquad i(\infty)=0\qquad \tau=0.1\text{s}$$

下面由以上已知条件推出一阶电路的最简结构及元件参数。

设一阶电路的最简结构如解图 5-40 (a) 所示，则由解图 (a) 可知当 $u_s(t)=1\text{V}$ 作用于电路时，$i(\infty)\neq 1\text{A}$ ，故不满足题图 (d) 的波形条件，故此种结构不可能。

设一阶电路的最简结构如解图 5-40 (b) 所示，则由解图 (b) 可知当 $u_s(t)=1\text{V}$ 作用于电路时，由于电路为零状态电路，故 $i(0^+)=\infty$ ，不满足题图 5-40 (d) 的波形条件，故此种 RC 结构也不可能。

设一阶电路的最简结构如解图 5-40 (c) 所示，由于该一阶电路为零状态电路，即 $u_c(0^-)=0$ ，故由题图 5-40 (c) 可得当 $0\leqslant t<1\text{s}, u_s(t)=1\text{V}$ 作用于电路时，有

$$i(0^+)=\frac{u_s(0^+)}{R_1 /\!/ R_2}=\frac{1}{R_1 /\!/ R_2}\qquad i(\infty)=\frac{u_s(\infty)}{R_1}=\frac{1}{R_1}$$

$$u_c(0^+)=0,\ u_c(\infty)=1\text{V}$$

故在 $0\leqslant t<1\text{s}$ 时，

$$u_c(t)=(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=(1-e^{-10t})\text{V}$$

当 $t=1^-$ 时　有 $u_c(1^-)=(1-e^{-10})\approx 1\text{V}$

当 $t=1^+$ 时，由换路定则得　　$u_c(1^+)=1\text{V}$

当 $t\geqslant 1$ 时，由题图 5-40 (a) 知此时 $u_s(t)=0$ ，则由解图 5-40 (c) 知

$$i(1^+)=-\frac{u_c(1^+)}{R_2}=-\frac{1}{R_2}\qquad\qquad i(\infty)=0$$

由以上分析可知，当一阶电路的最简结构如解图 5-40 (c) 所示时，若选择合适的元件参数，则可使解图 (c) 所示电路端子上电流波形满足题图 (d) 的波形要求，且由题意可得此时元件参数为

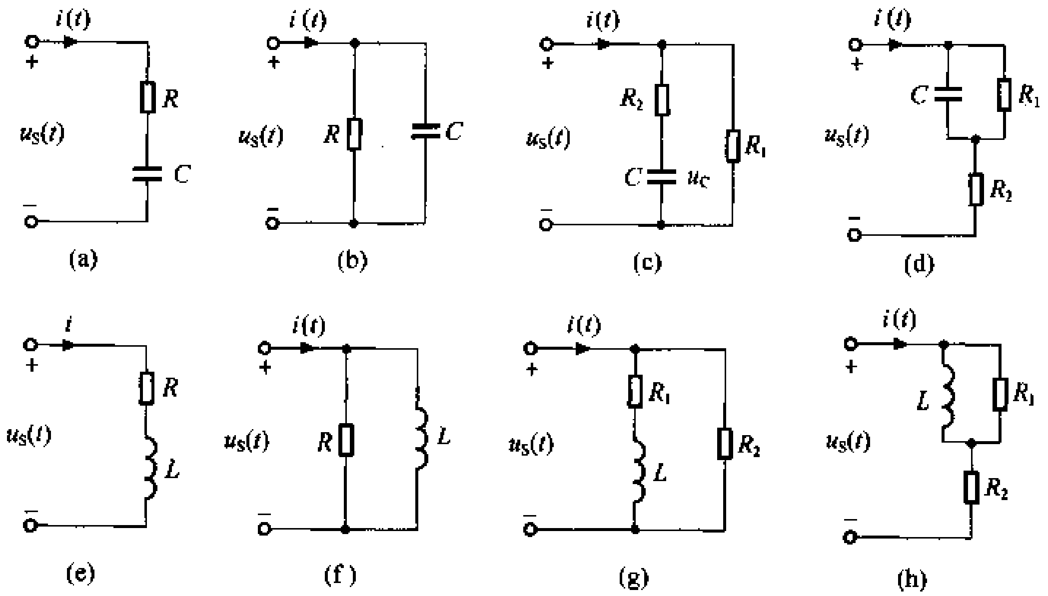
$$\begin{cases}\dfrac{1}{R_2}=1\\[2ex]\dfrac{1}{R_1 /\!/ R_2}=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R_1=1\Omega\\R_2=1\Omega\end{cases}$$

又∵ $\tau=0.1\text{s}$ ，由解图 (c) 知 $\tau=R_2C\Rightarrow C=0.1\text{F}$

即解图（c）为满足要求的一个一阶电路的最简结构，其元件参数为$R_1=1\Omega,R_2=1\Omega$，$C=0.1\text{F}$。

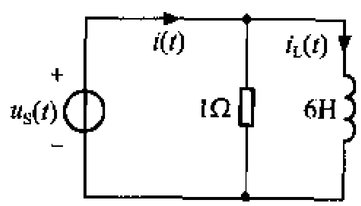
同理可推得，解图（d）也为满足要求的一个一阶电路，其元件参数为$R_1=\frac{1}{2}\Omega,R_2=\frac{1}{2}\Omega,C=0.4\text{F}$。

同理可推得，解图（e）、（f）、（g）、（h）所示一阶 RL 电路均不满足题目要求。



解图 5-40

5-41 已知题图 5-41 电路中，$u_s(t)=e^{-3t}\varepsilon(t)\text{V},i_L(0^-)=0$。试求 $i(t)$。



题图 5-41

解：本题仍用三要素公式求解。由于此时激励为指数信号，故此时三要素公式为

$$i(t)=i_p(t)+[i(0^+)-i_p(0^+)]e^{-\frac{t}{\tau}}\quad t\geqslant 0$$

（1）求 $i(0^+)$

由题意可得 $$i(0^+)=1\text{A}$$

（2）求 τ

由题图 5-41 得

$$\tau=\frac{L}{R}=\infty$$

（3）求 $i_p(t)$

由于激励不是直流激励，故求 $i_p(t)$ 需列微分方程求解。

由 KCL 得 $$i(t)=\frac{u_s(t)}{1}+i_L(t)=u_s(t)+i_L(t) \quad ①$$

又因为 $$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u_s(\lambda)d\lambda \quad ②$$

将②式代入①式得

$$i(t)=u_s(t)+\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u_s(\lambda)\mathrm{d}\lambda \qquad ③$$

对③式两边求导得　　$i'(t)=u_s'(t)+\frac{1}{L}u_s(t)$

将已知条件代入得　　$i'(t)=-3\mathrm{e}^{-3t}+\frac{1}{6}\mathrm{e}^{-3t}=-\frac{17}{6}\mathrm{e}^{-3t}$　　④

设该方程的特解为　　$i_p(t)=K\mathrm{e}^{-3t}$

则将该特解代入方程④有　　$-3K\mathrm{e}^{-3t}=-\frac{17}{6}\mathrm{e}^{-3t}$

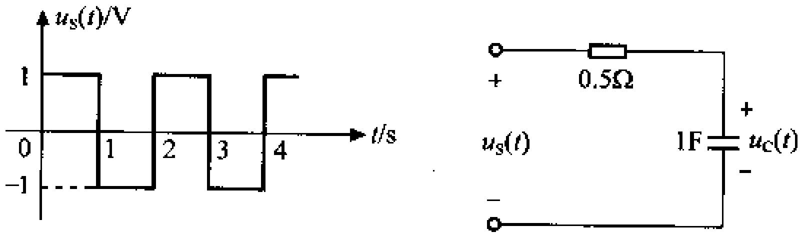
得　　$K=\frac{17}{18}$

故　　$i_p(t)=\frac{17}{18}\mathrm{e}^{-3t}$

将以上结果代入三要素公式得

$$\begin{aligned}i(t)&=i_p(t)+[i(0^+)-i_p(0^+)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\\&=\frac{17}{18}\mathrm{e}^{-3t}+\frac{1}{18}\mathrm{A}\quad t>0\end{aligned}$$

5-42　题图 5-42（a）所示方波电压施加于题图 5-42（b）所示的零状态 RC 串联电路。试求 $t>0$ 时，电容电压 u_c（t）稳态分量的最大值和最小值。



(a)　　　　(b)

题图 5-42

解：根据题意可作 $t>0$、电路稳定时电容电压的波形如解图 5-42 所示。由解图 5-42 及三要素公式得

当 $0\leqslant t\leqslant 1\mathrm{s}$ 电容充电时　$u_{c1}(t)=1+[U_1-1]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$

当 $1\mathrm{s}\leqslant t\leqslant 2\mathrm{s}$ 电容放电时　$u_{c2}(t)=-1+[U_2+1]\mathrm{e}^{-\frac{t-1}{\tau}}$

又当 $t=1\mathrm{s}$ 时　$u_{c1}(1)=1+(U_1-1)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}=U_2$　　①

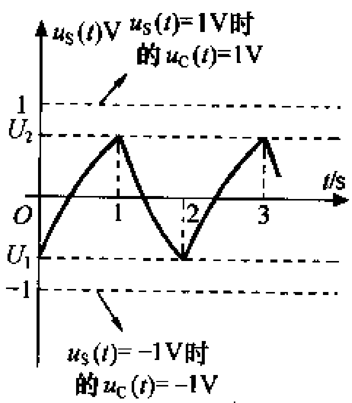
当 $t=2\mathrm{s}$ 时　$u_{c2}(2)=-1+[U_2+1]\mathrm{e}^{-\frac{2-1}{\tau}}=U_1$　　②

$\tau=RC=0.5\times 1=0.5\mathrm{s}$　　③

由式①、②、③可解得　$U_1=-0.7616\mathrm{V}$

$U_2=0.7616\mathrm{V}$

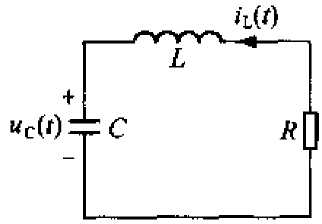
即电容电压 u_c（t）稳态分量的最大值 $U_{max}=0.7616\mathrm{V}$，最小值 $U_{min}=-0.7616\mathrm{V}$。



解图 5-42

第 6 章　二阶电路分析

6-1　电路如题图 6-1 所示，试列出以 $i_L(t)$ 为未知量的微分方程。若 $R=7\Omega$，$L=1\text{H}$，$C=1/10\text{F}$，$u_C(0^-)=0, i_L(0^-)=10\text{A}$，求电路电流 $i_L(t)$。



题图 6-1

解：这是一个零输入问题。

（1）列微分方程

列题图 6-1 所示电路的 KVL 方程：

$$Ri_L(t)+L\cdot\frac{di_L}{dt}+u_C(t)=0 \qquad ①$$

将 $i_L(t)=C\cdot\frac{du_C}{dt}$ 代入①式并整理可得

$$\frac{di_L^2(t)}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{di_L(t)}{dt}+\frac{1}{LC}i_L(t)=0 \qquad ②$$

将参数代入②，则得电路以 $i_L(t)$ 为未知量的方程

$$\frac{di_L^2(t)}{dt^2}+7\frac{di_L(t)}{dt}+10i_L(t)=0 \qquad ③$$

（2）求解微分方程

微分方程③是一个齐次方程，特征方程为 $S^2+7S+10=0$，特征根为 $S_1=-2$，$S_2=-5$，则方程的通解为

$$i_L(t)=A_1e^{-2t}+A_2e^{-5t} \quad t>0 \qquad ④$$

A_1、A_2 由初始条件确定。由换路定则，得 $u_C(0^+)=u_C(0^-)=0\text{V}$，$i_L(0^-)=i_L(0^+)=10\text{A}$，由①式可知 $\frac{di_L(t)}{dt}=-\frac{1}{L}[u_C(t)+Ri_L(t)]$

则　$$i'_L(0^+)=-\frac{1}{L}[u_C(0^+)+Ri_L(0^+)]=-70\text{A}$$

将 $i_L(0^+)=10\text{A}$ 及 $i'_L(0^+)=-70\text{A}$ 代入④式，有

$$\begin{cases}A_1+A_2=10\\-2A_1-5A_2=-70\end{cases} \qquad \text{解得} \qquad \begin{cases}A_1=-\dfrac{20}{3}\\A_2=\dfrac{50}{3}\end{cases}$$

所以 $i_L(t)=\left(\frac{50}{3}e^{-5t}-\frac{20}{3}e^{-2t}\right)\text{A} \quad t\geqslant 0$

6-2　电路如题图 6-2 所示，开关 K 在 $t=0$ 时打开，打开前电路已处于稳态，求 $u_C(t)$，选择 R 使两个固有频率之和为 -5。

解：(1) 确定初始状态。设电感电流为 $i_L(t)$，电容电压为 $u_C(t)$。$t<0$ 时，电路已达到稳态，因此有 $u_C(0^-)=0\text{V}$，$i_L(0^-)=1\text{A}$。

(2) $t>0$ 时，开关 K 打开，电路如解图 6-2 所示。列电路方程

$$\begin{cases} R\cdot i_C(t)+u_C(t)-u_L(t)=0 \\ u_L(t)=10\cdot\dfrac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t} \\ i_L(t)=-i_C(t),\ i_C(t)=\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

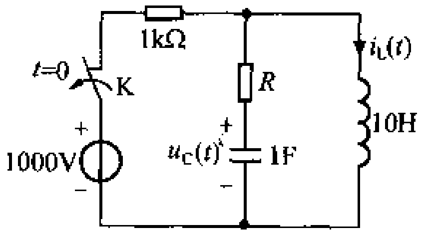
整理可得以 $u_C(t)$ 为变量的微分方程为

$$10\frac{\mathrm{d}u_C^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+R\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=0 \qquad ①$$

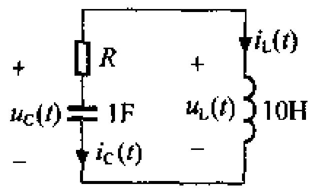
特征方程为 $10S^2+RS+1=0$

$$S_{1,2}=\frac{-R\pm\sqrt{R^2-40}}{20}$$

根据已知固有频率之和为 -5，即 $S_1+S_2=\dfrac{-2R}{20}=-5$



题图 6-2



解图 6-2

所以有 $R=50$，代入方程①，得

$$10\frac{\mathrm{d}u_C^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+50\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=0$$

特征根 $S_1=-4.98$，$S_2=-0.02$

则方程的通解为 $u_C(t)=(A_1\mathrm{e}^{-4.98t}+A_2\mathrm{e}^{-0.02t})\text{V}\quad t\geqslant 0$ ②

A_1、A_2 由初始条件确定，由换路定则，得 $u_C(0^+)=u_C(0^-)=0\text{V}$，$i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$。

而 $i_L(t)=-i_C(t)=-\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}$

因此有　$u'_C(0^+)=-i_L(0^+)=-1$。

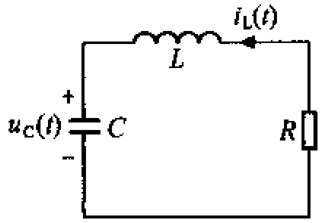
将 $u_C(0^+)=0$，$u'_C(0^+)=-1$ 代入②，有

$$\begin{cases} A_1+A_2=0 \\ -4.98A_1-0.02A_2=-1 \end{cases}\quad \text{解得}\quad \begin{cases} A_1=0.202 \\ A_2=-0.202 \end{cases}$$

所以 $u_C(t)=0.202(\mathrm{e}^{-4.98t}-\mathrm{e}^{-0.02t})\text{V}\quad t\geqslant 0$

6-3　电路如题图 6-3 所示，若 $R=4\Omega$，$L=1\text{H}$，$C=\dfrac{1}{4}\text{F}$，$u_C(0^-)=4\text{V}$，$i_L(0^-)=$

2A，试求零输入响应 $i_L(t)$。



题图 6-3

解：同 6-1 题有电路的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}i_L^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{LC}i_L(t)=0 \quad ①$$

代入参数 $$\frac{\mathrm{d}i_L^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+4\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}+4i_L(t)=0 \quad ②$$

特征方程为 $S^2+4S+4=0$

特征根 $S_1=S_2=-2$

方程的通解为 $$i_L(t)=(A_1\mathrm{e}^{-2t}+A_2t\mathrm{e}^{-2t})\mathrm{A} \quad t\geqslant 0 \quad ③$$

A_1，A_2 由初始条件确定。由换路定则，得 $u_C(0^+)=u_C(0^-)=4\mathrm{V}$，$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\mathrm{A}$。

再由初始条件 $u_C(0^+)=4\mathrm{V}$，可知

$$i'_L(0^+)=-\frac{1}{L}[u_C(0^+)+Ri_L(0^+)]=-12$$

将 $i_L(0^+)=2\mathrm{A}$，$i'_L(0^+)=-12$ 代入③，有

$$\begin{cases}A_1=2\\-2A_1+A_2=-12\end{cases} \quad 解得\begin{cases}A_1=2\\A_2=-8\end{cases}$$

所以 $i_L(t)=2(1-4t)\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{A} \quad t\geqslant 0$

6-4 电路如题图 6-4 所示，开关 K 在 $t=0$ 时打开，打开前电路已处于稳态，试求 $u_C(t)$ 和 $i_L(t)$。

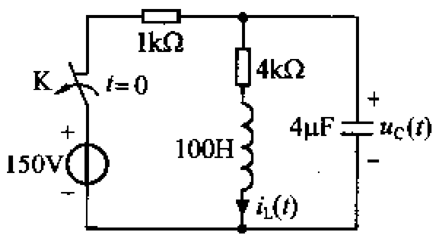
解：(1) 确定初始状态

$t<0$ 时电路处于稳态，因此有 $i_L(0^-)=\dfrac{150}{(1+4)\times 10^3}=30\mathrm{mA}$

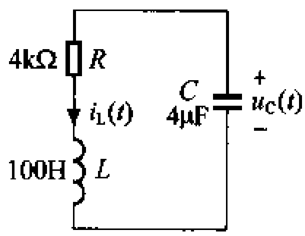
$$u_C(0^-)=150\times\frac{4}{1+4}=120\mathrm{V}$$

(2) $t=0$ 时开关打开，电路如解图 6-4 所示，则可列 KVL 方程

$$Ri_L(t)+L\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}-u_C(t)=0 \quad ①$$



题图 6-4



解图 6-4

将 $i_L(t)=-C\dfrac{du_C(t)}{dt}$ 代入①，并代入元件参数，整理得以 $u_C(t)$ 为变量的微分方程

$$\frac{du_C^2(t)}{dt^2}+40\cdot\frac{du_C(t)}{dt}+2500=0 \qquad ②$$

(3) 求解微分方程

方程②的特征方程为 $S^2+40S+2500=0$，特征根为一对共轭复根 $S_{1,2}=-20\pm j45.8$，则方程的通解为

$$u_C(t)=e^{-20t}(K_1\cos45.8t+K_2\sin45.8t) \qquad ③$$

K_1、K_2 由初始条件确定。由换路定则得 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=30\text{mA}$，$u_C(0^+)=u_C(0^-)=120\text{V}$。

由 $i_L(t)=-C\dfrac{du_C}{dt}$ 得 $\left.\dfrac{du_C(t)}{dt}\right|_{t=0^+}=-\dfrac{i_L(0^+)}{C}=-7500$

将 $u_C(0^+)=120\text{V}$，$u'_C(0^+)=-7500$ 代入 (3) 式

有 $\begin{cases}u_C(0^+)=K_1=120\\ u'_C(0^+)=-20K_1+45.8K_2=-7500\end{cases}$

解得 $\begin{cases}K_1=120\\ K_2=-111.3\end{cases}$

所以 $u_C(t)=e^{-20t}(120\cos45.8t-111.3\sin45.8t)\text{V}\quad t\geqslant0$

$$\begin{aligned}i_L(t)&=-C\cdot\frac{du_C(t)}{dt}\\&=-4\times10^{-6}[e^{-20t}(-120\times45.8\sin45.8t-111.3\times45.8\cos45.8t)\\&\quad-20e^{-20t}(120\cos45.8t-111.3\sin45.8t)]\\&=0.0327e^{-20t}\cos(45.8t-23.6^\circ)\text{A}\quad t\geqslant0\end{aligned}$$

6-5 电路如题图 6-5 所示，开关 K 在 $t=0$ 时打开，打开前电路已处于稳态。试求 $i_L(t)$ 和 $u_C(t)$。

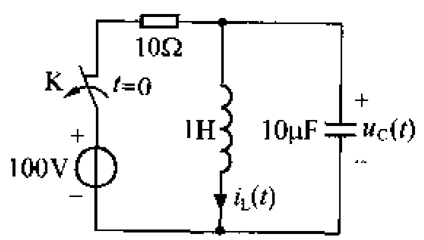
解：(1) 确定初始状态

$t<0$ 时电路处于稳态，有 $i_L(0^-)=\dfrac{100}{10}=10\text{A}$

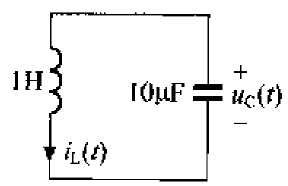
$$u_C(0^-)=0\text{V}$$

(2) $t=0$ 时开关 K 打开，电路如解图 6-5 所示，则可列 KVL 方程

$$L\cdot\frac{di_L(t)}{dt}-u_C(t)=0$$



题图 6-5



解图 6-5

将 $i_L(t)=-C\dfrac{du_C(t)}{dt}$ 代入上式，则有

$$LC\cdot\frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+u_C(t)=0 \qquad ①$$

(3) 求解微分方程

方程①的特征根为 $LCS^2+1=0$，特征根为一对共轭复根 $S_{1,2}=\pm316j$，则方程的通解为

$$u_C(t)=K_1\cos316t+K_2\sin316t \qquad ②$$

K_1、K_2 由初始条件确定。由换路定则得 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=10A$，$u_C(0^+)=u_C(0^-)=0V$。

由 $i_L(t)=-C\cdot\dfrac{du_C(t)}{dt}$ 得

$$u'_C(0^+)=\left.\frac{du_C(t)}{dt}\right|_{t=0^+}=-\frac{i_L(0^+)}{C}=-10^6$$

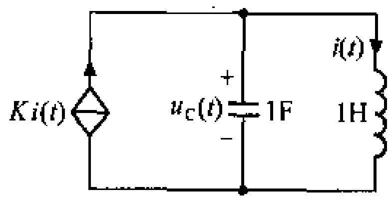
将 $u_C(0^+)=0$，$u'_C(0^+)=-10^6$ 代入 (2)

有 $\begin{cases}u_C(0^+)=K_1=0\\u'_C(0^+)=316K_2=-10^5\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}K_1=0\\K_2=-31.6\end{cases}$

所以 $u_C(t)=-316\sin316t\ \text{V}\quad t\geqslant0$

$$i_L(t)=-C\frac{du_C(t)}{dt}=10\cos316t\ \text{A}\quad t\geqslant0$$

6-6 电路如题图 6-6 所示，若 $i(t)=5\sin3t$ A $t\geqslant0$；$i(t)=0$，$t<0$。试确定 $i(0^-)$、$u_C(0^-)$ 和 K 值。



题图 6-6

解：由 $t<0$ 时 $i(t)=0$ 可知 $i_L(0^-)=0$。

$t\geqslant0$ 时，有电路方程

$$\begin{cases}Ki(t)=\dfrac{du_C(t)}{dt}+i(t)\\[2mm]\dfrac{di(t)}{dt}=u_C(t)\end{cases}$$

整理得

$$\frac{di^2(t)}{dt^2}+(1-K)i(t)=0 \qquad ①$$

方程①的特征方程为 $S^2+(1-K)=0$

由 $t\geqslant0$ 时，$i(t)=5\sin3t$A，有特征根为一对共轭复根 $S_{1,2}=\pm\sqrt{-K+1}\ j=\pm\omega_0 j$

则 $$i(t)=K_1\cos\omega_0t+K_2\sin\omega_0t \qquad ②$$

设 $u_C(0^-)=U_0$，则由换路定则 $u_C(0^+)=u_C(0^-)=U_0$，$i(0^+)=i_L(0^-)=0A$。

将 $\dfrac{di(t)}{dt}=u_C(t)$ 即 $i'(0^+)=u_C(0^+)=U_0$ 代入②

有 $$\begin{cases}i(0^+)=K_1=0\\i'(0^+)=\omega_0K_2=U_0\end{cases} \qquad ③$$

将 $t\geqslant0$ 时，$i(t)=5\sin3t$A 与②对照得 $K_2=5$，$\omega_0=3$。代入③式，

则有 $U_0=\omega_0K_2=15V=u_C(0^-)$；

由 $\omega_0=\sqrt{-K+1}=3$，则有 $K=-8$。

6-7　题图 6-7 所示电路原已稳定，$t=0$ 时开关 K 打开，试求 $t>0$ 时的 $u_C(t)$ 和 $i_L(t)$。

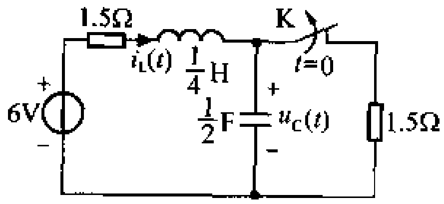
解：(1) 确定初始状态

$t<0$ 时电路处于稳态，有 $i_L(0^-)=\dfrac{6}{1.5+1.5}=2\text{A}$

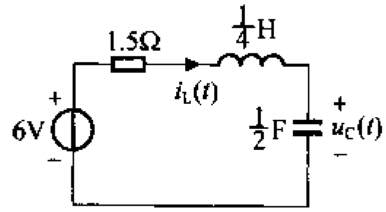
$$u_C(0^-)=1.5\times i_L(0^-)=3\text{V}$$

(2) $t>0$ 时，电路如解图 6-7 所示，可列 KVL 方程

$$1.5i_L(t)+\frac{1}{4}\times\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=6 \qquad ①$$



题图 6 7



解图 6-7

将电容元件的 VCR 关系 $i_L(t)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}$ 代入①式，可得

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{\mathrm{d}^2u_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+1.5\times\frac{1}{2}\times\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=6$$

整理上式，可得

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+6\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+8u_C(t)=48 \qquad ②$$

(3) 求解

方程②特征方程为 $S^2+6S+8=0$，特征根为 $S_1=-2$ 和 $S_2=-4$。

在恒定激励下，强制响应为常量，设 $u_{CP}=K$ 代入②，可得 $u_{CP}=6\text{V}$，故

$$u_C(t)=K_1\mathrm{e}^{-2t}+K_2\mathrm{e}^{-4t}+6 \qquad ③$$

K_1、K_2 由初始条件确定。由换路定则有 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\text{A}$，$u_C(0^+)=u_C(0^-)=3\text{V}$。

由 $i_L(t)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}$ 得

$$u'_C(0^+)=\left.\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=2i_L(0^+)=4$$

将 $u_C(0^+)=3\text{V}$，$u'_C(0^+)=4$ 代入③

得
$$\begin{cases}3=6+K_1+K_2\\4=-2K_1-4K_2\end{cases}\qquad 解得\ \begin{cases}K_1=-4\\K_2=1\end{cases}$$

故
$$u_C(t)=6-4\mathrm{e}^{-2t}+\mathrm{e}^{-4t}\ \text{V}\quad t\geqslant 0$$

$$i_L(t)=\frac{1}{2}\times\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}=4\mathrm{e}^{-2t}-2\mathrm{e}^{-t}\ \text{A}\quad t\geqslant 0$$

6-8 试求题图 6-8 所示电路中的 $i_L(t)$ 和 $u_C(t)$。

解：(1) 因为 $\varepsilon(-t)=\begin{cases}1 & t<0\\ 0 & t>0\end{cases}$

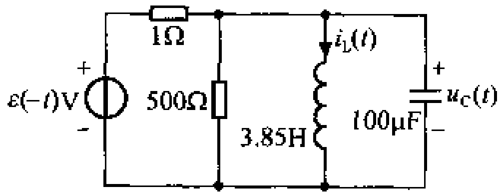
所以有 $i_L(0^-)=\dfrac{1}{1}=1\text{A}$，$u_C(0^-)=0\text{V}$。

由换路定则得 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=1\text{A}$，$u_C(0^-)=u_C(0^-)=0\text{V}$。

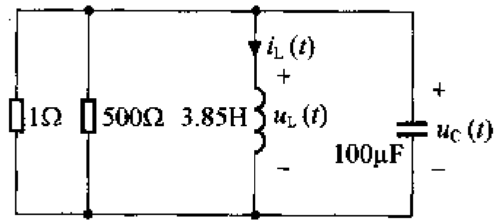
$t>0$ 时，电路如解图 6-8 所示，则由解图得

$$C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}\bigg|_{t=0^+}+i_L(0^+)+\frac{u_C(0^+)}{500 /\!/ 1}=0$$

故有
$$\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}\bigg|_{t=0^+}=-10^4\text{V/S}$$



题图 6-8



解图 6-8

列解图 6-8 所示电路的 KCL 方程

$$C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+i_L(t)+\frac{u_C(t)}{500 /\!/ 1}=0 \qquad ①$$

将 $i_L(t)=\dfrac{1}{L}\displaystyle\int_{-\infty}^{t}u_C(\lambda)\mathrm{d}\lambda$ 代入①，整理可得

$$\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+10^4u_C(t)+2.6\times10^3\int_{-\infty}^{t}u_C(\lambda)\mathrm{d}\lambda=0$$

上式两边对 t 求导得

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C(t)}{\mathrm{d}t^2}+10^4\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+2.6\times10^3u_C(t)=0$$

解该齐次方程得

$$u_C(t)=A_1+A_2\mathrm{e}^{-10^4t} \qquad ②$$

将初始条件 $u_C(0^+)=0$，$\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}\bigg|_{t=0^+}=-10^4$ V/S 代入②式得

$$\begin{cases}A_1+A_2=0\\ -A_2\times10^4=-10^4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1=-1\\ A_2=1\end{cases}$$

故得
$$u_C(t)=-1+\mathrm{e}^{-10^4t}\text{V}\quad t\geqslant0$$

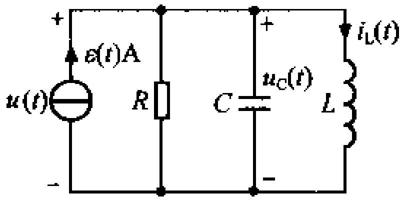
$$i_L(t)=-\frac{u_C(t)}{500 /\!/ 1}-C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}=1\text{ A}\quad t\geqslant0$$

6-9 题图 6-9 中，$R=\dfrac{1}{8}\Omega$，$L=\dfrac{1}{8}\text{H}$，$C=2\text{F}$，$i_S(t)=\varepsilon(t)\text{A}$，求电流源两端的电压 $u(t)$。

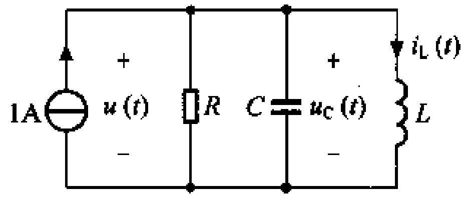
解：(1) 激励 $i_S(t)=\varepsilon(t)$A，故有 $i_L(0^-)=0$A，$u_C(0^-)=0$V。

(2) $t>0$ 时，$i_S(t)=1$A，电路如解图 6-9 所示，列 KCL 方程

$$\frac{u_C(t)}{R}+C\frac{du_C(t)}{dt}+i_L(t)=1 \qquad ①$$



题图 6-9



解图 6-9

将 $u_C(t)=L\cdot\frac{di_L(t)}{dt}$ 代入①，得微分方程

$$CL\cdot\frac{d^2i_L(t)}{dt^2}+\frac{L}{R}\frac{di_L(t)}{dt}+i_L(t)=1 \qquad ②$$

在②式中代入参数，得

$$\frac{d^2i_L(t)}{dt^2}+4\frac{di_L(t)}{dt}+4i_L(t)=4 \qquad ③$$

(3) 求解方程

微分方程的特征方程为 $S^2+4S+4=0$

$$S_{1,2}=-2(\text{二重根})$$

在恒定激励下，强制响应为常量，设 $i_{LP}=K$ 代入方程③得 $i_{LP}=1$A

故
$$i_L(t)=1+K_1e^{-2t}+K_2te^{-2t} \qquad ④$$

K_1、K_2 由初始条件确定。由换路定则 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$A，$u_C(0^+)=u_C(0^-)=0$V，由 $u_C(t)=L\cdot\frac{di_L(t)}{dt}$ 得

$$i'_L(0^+)=\frac{u_C(0^+)}{L}=0$$

将 $i_L(0^+)=0$A，$i'_L(0^+)=0$ 代入④式，有

$$\begin{cases}i_L(0^+)=1+K_1=0\\ i'(0^+)=-2K_1+K_2=0\end{cases} \quad \text{得}\begin{cases}K_1=-1\\ K_2=-2\end{cases}$$

故
$$i_L(t)=1-e^{-2t}-2te^{-2t}\text{A} \qquad t\geqslant 0$$

$$u(t)=u_C(t)=L\cdot\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$=\frac{1}{8}[2e^{-2t}-(2e^{-2t}-4te^{-2t})]$$

$$=\frac{1}{2}te^{-2t}\text{V} \qquad t\geqslant 0$$

6-10　题图 6-10 电路中，已知 $i_L(0^-)=0$，$u_C(0^-)=5$V，在 $t=1$s 时开关 K 闭合，试求 (1) $i_L(t)$，$0\leqslant t\leqslant 1$s；(2) $i_L(t)$，$t>1$s。

解：(1) $0 \leqslant t \leqslant 1s$ 时，由题图 6-10 得

$$u_C(t) - 10 \times \frac{di_L(t)}{dt} = 0 \quad ①$$

将 $i_L(t) = -1 \times \frac{du_C(t)}{dt}$ 代入①式，可得

$$10 \times \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + u_C(t) = 0 \quad ②$$

此方程特征方程为 $10S^2 + 1 = 0$，特征根 $S_{1,2} = \pm 0.316j$，所以

$$u_C(t) = K_1 \sin 0.316t + K_2 \cos 0.316t \quad ③$$

K_1、K_2 由初始条件确定。由换路定则，$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0A$，$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 5V$。

由 $i_L(t) = -1 \times \frac{du_C(t)}{dt}$，得

$$u'_C(0^-) = \left.\frac{du_C(t)}{dt}\right|_{t=0^+} = -i_L(0^+) = 0$$

将 $u_C(0^+) = 5V$，$u'_C(0^+) = 0$ 代入③式，有

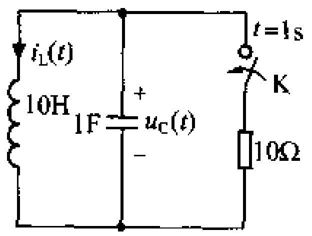
$$\begin{cases} 5 = K_2 \\ 0 = 0.316K_1 \end{cases} \quad 得 \begin{cases} K_1 = 0 \\ K_2 = 5 \end{cases}$$

所以 $$u_C(t) = 5\cos 0.316t \text{ V} \quad 0 \leqslant t \leqslant 1s$$

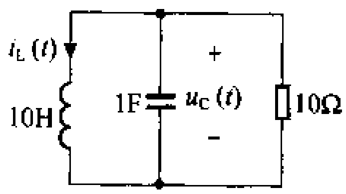
$$\begin{aligned} i_L(t) &= -1 \times \frac{du_C(t)}{dt} \\ &= -5 \times (-0.316)\sin 0.316t \\ &= 1.58\sin 0.316t \text{ A} \quad 0 \leqslant t \leqslant 1s \end{aligned}$$

(2) 由上式，可得 $i_L(1^+) = i_L(1^-) = 0.0078A$，$u_C(1^+) = u_C(1^-) = 5V$ $t = 1s$ 时开关 K 闭合，电路如解图 6-10 所示，则有 KCL 方程

$$i_L(t) + 1 \times \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{u_C(t)}{10} = 0 \quad ④$$



题图 6-10



解图 6-10

将 $u_C(t) = 10 \times \frac{di_L(t)}{dt}$ 代入④式得

$$10 \times \frac{di_L^2(t)}{dt^2} + \frac{10}{10} \times \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = 0$$

整理得 $$\frac{di_L^2(t)}{dt^2} + 0.1\frac{di_L(t)}{dt} + 0.1 = 0 \quad ⑤$$

其特征方程为 $S^2 + 0.1S + 0.1 = 0$，特征根为 $S_{1,2} = -0.05 \pm 0.3122j$，

故 $$i_L(t) = Ke^{-0.05(t-1)}\cos[0.3122(t-1) - \theta] \quad t > 1 \quad ⑥$$

K 由初始条件确定。

由 $u_C(t) = 10 \times \dfrac{di_L(t)}{dt}$，得 $i'_L(1^+) = \dfrac{1}{10}u_C(1^+) = 0.5$。

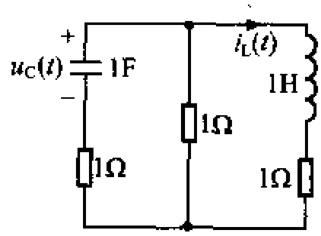
将 $i_L(1^+) = 0.0078$，$i'_L(1^+) = 0.5$ 代入⑥式，有

$$\begin{cases} i_L(1^+) = 0.078 = K\cos(-\theta) \\ i'_L(1^+) = 0.5 = -0.05K\cos(-\theta) - 0.3122K\sin(-\theta) \end{cases}$$

解得 $K = 1.675$，$\theta = 72.93°$，所以

$$i_L(t) = 1.675e^{-0.05(t-1)}\cos[0.3122(t-1) - 72.93°]\text{A} \quad t > 1\text{s}$$

6-11　已知题图 6-11 中，$i_L(0^-) = 0$，$u_C(0^-) = 5\text{V}$，求 $i_L(t)$。



题图 6-11

解：根据电路可列如下方程

$$\begin{cases} u_C(t) = \left(1 \times \dfrac{di_L}{dt} + i_L\right) + \left[\left(\dfrac{di_L}{dt} + i_L\right) + i_L\right] \times 1 \\ i_L(t) + \left(\dfrac{di_L}{dt} + i_L\right) + \dfrac{du_C}{dt} = 0 \end{cases}$$

整理得

$$\frac{di_L^2(t)}{dt^2} + 2\frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = 0 \qquad ①$$

其特征方程为 $S^2 + 2S + 1 = 0$，特征根为 $S_{1,2} = -1$，而通解为

$$i_L(t) = K_1e^{-t} + K_2te^{-t} \qquad t \geq 0 \qquad ②$$

再确定初始条件。由换路定则 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0\text{A}$，$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 5\text{V}$。

由 $u_C(t) = 2\dfrac{di_L(t)}{dt} + 3i_L(t)$，得

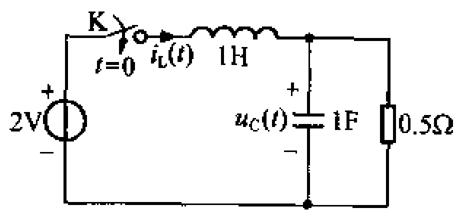
$$u_C(0^+) = 2i'_L(0^+) + 3i_L(0^+) \Rightarrow i'_L(0^+) = \frac{5}{2}$$

将 $i_L(0^+) = 0$，$i'_L(0^+) = \dfrac{5}{2}$ 代入②式，有

$$\begin{cases} i_L(0^+) = 0 = K_1 \\ i'_L(0^+) = \dfrac{5}{2} = K_2 \end{cases}$$

所以 $i_L(t) = \dfrac{5}{2}te^{-t}\text{A} \quad t \geq 0$

6-12　电路如题图 6-12 所示，$t = 0$ 时开关 K 闭合，试求零状态响应 $u_C(t)$ 和 $i_L(t)$。



题图 6-12

解：$t < 0$ 时电路已达到稳态，所以

$$i_L(0^-) = 0\text{A}, \quad u_C(0^-) = 0\text{V}$$

$t>0$ 时，对电路可列方程

$$\begin{cases} i_L(t)=1\times\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+\dfrac{u_C(t)}{0.5} & ① \\ 1\times\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=2 & ② \end{cases}$$

整理得
$$\frac{\mathrm{d}u_C^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+2\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=2 \qquad ③$$

在恒定激励下，强制响应为常量，设 $u_{CP}=K$ 代入③式得

$$u_{CP}(t)=2\mathrm{V}$$

方程③的特征方程为 $S^2+2S+1=0$，特征根为 $S_{1,2}=-1$，故得

$$u_C(t)=(K_1\mathrm{e}^{-t}+K_2t\mathrm{e}^{-t})+2 \qquad ④$$

确定初始条件。由换路定则，有 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=0\mathrm{A}$，$u_C(0^+)=u_C(0^-)=0\mathrm{V}$。

再利用方程①，有 $u'_C(0^+)=i_L(0^+)-2u_C(0^+)=0$

将 $u_C(0^+)=0\mathrm{V}$，$u'_C(0^-)=0$ 代入④式，有

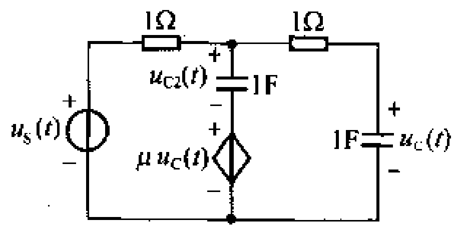
$$\begin{cases} u_C(0^+)=0=K_1+2 \\ u'_C(0^+)=0=-K_1+K_2 \end{cases}$$

求得
$$\begin{cases} K_1=-2 \\ K_2=-2 \end{cases}$$

所以
$$u_C(t)=2-2(1+t)\mathrm{e}^{-t}\mathrm{V} \quad t\geqslant 0$$

由①式，$i_L(t)=\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+2u_C(t)=4-2(2+t)\mathrm{e}^{-t}\mathrm{A} \quad t\geqslant 0$

6-13 电路如题图 6-13 所示。(1) 试问 μ 为何值时，$u_C(t)$ 为等幅振荡；(2) 若 $\mu=2$，试求电容电压的单位阶跃响应。



题图 6-13

解： 设另一个 1F 电容电压为 $u_{C2}(t)$，则可列方程

$$\begin{cases} \left[\dfrac{\mathrm{d}u_{C2}(t)}{\mathrm{d}t}+\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}\right]\times 1+\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}\times 1+u_C(t)=u_S(t) \\ u_{C2}(t)+\mu u_C(t)=\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}\times 1+u_C(t) \end{cases}$$

整理，得

$$\frac{\mathrm{d}u_C^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+(3-\mu)\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=u_S \qquad ①$$

特征方程为
$$S^2+(3-\mu)S+1=0$$

(1) 若使 $u_C(t)$ 为等幅振荡，则特征根应为一对共轭虚根，即

应有
$$3-\mu=0$$
因此，$\mu=3$ 时，$u_C(t)$ 为等幅振荡。

(2) 求电容电压单位阶跃响应，即 $u_S(t)=\varepsilon(t)$ 时零状态响应。

固 $u_C(0^-)=0\text{V}$，$u_{C2}(0^-)=0\text{V}$，根据换路定则，$u_C(0^+)=u_C(0^-)=0\text{V}$，$u_{C2}(0^+)=u_{C2}(0^-)=0\text{V}$。

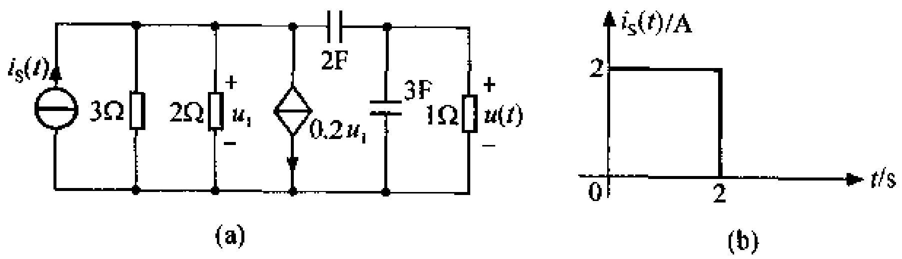
由上面方程可知 $u'_C(0^+)=u_{C2}(0^-)+(\mu-1)u_C(0^+)=0$

将 $\mu=2$ 代入方程①，可得 $t>0$ 时电路的微分方程为
$$\frac{du_C^2(t)}{dt^2}+\frac{du_C(t)}{dt}+u_C(t)=1 \qquad ②$$

其特征方程为 $S^2+S+1=0$，特征根为 $S_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\text{j}$。

$t>0$ 时，激励为恒定激励，故设通解 $u_{CP}=K$ 代入②，得
$$u_{CP}=1\text{V}$$
可得解为
$$u_C(t)=1+e^{-0.5t}\left(K_1\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t+K_2\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t\right) \qquad t\geqslant 0 \qquad ③$$
将初始条件 $u_C(0^+)=0\text{V}$，$u'_C(0^+)=0$ 代入③式，得
$$\begin{cases}u_C(0^+)=0=1+K_2\\ u'_C(0^+)=0=-0.5K_2+K_1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases} \quad 解得 \quad \begin{cases}K_1=\frac{-\sqrt{3}}{3}\\ K_2=-1\end{cases}$$
所以
$$u_C(t)=\left[1-e^{-0.5t}\left(\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t+\frac{\sqrt{3}}{3}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)\right]\varepsilon(t)\text{V}$$

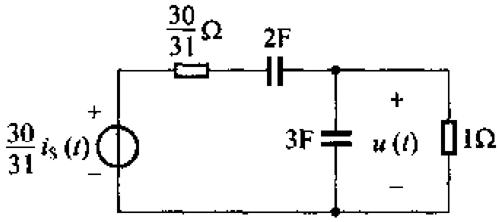
6-14 已知题图 6-14 (a) 电路中，各电容初始电压均为零。$i_S(t)$ 波形如题图 6-14 (b) 所示，试求 $u(t)$。



题图 6-14

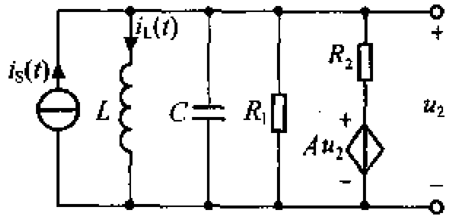
解： 首先将题图 6-14 (a) 等效为解图 6-14 所示电路，列解图的 KVL 方程有
$$u(t)+\frac{30}{31}\times\left[3\frac{du(t)}{dt}+u(t)\right]+\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{t}\left[3\frac{du(\lambda)}{d\lambda}+u(\lambda)\right]d\lambda=\frac{30}{31}i_S(t)$$
两边对 t 求导并整理得 $180\frac{d^2u(t)}{dt^2}+215\frac{du(t)}{dt}+31u(t)=60i'_S(t)$

(解略)



解图 6-14

6-15 题图 6-15 所示电路中，$R_1=0.5\Omega$，$R_2=1\Omega$，$L=0.5\text{H}$，$C=1\text{F}$，求特征方程，并讨论固有响应形式与 A 的关系。



题图 6-15

解： 设电感电流为 $i_L(t)$，首先列 KCL 方程，有

$$i_L(t)+C\frac{du_L(t)}{dt}+\frac{u_2(t)}{R_1}+\frac{u_2-Au_2}{R_2}=i_S(t) \quad ①$$

$$u_2(t)=L\cdot\frac{di_L(t)}{dt} \quad ②$$

对 ② 式求导，则有 $\quad \frac{du_2(t)}{dt}=L\cdot\frac{d^2i_L(t)}{dt^2} \quad ③$

将②、③代入①并整理，可得以 $i_L(t)$ 为变量的二阶微分方程

$$LC\frac{d^2i_L(t)}{dt}+L\left[\frac{1}{R_1}+\frac{1-A}{R_2}\right]\cdot\frac{di_L(t)}{dt}+i_L(t)=i_S(t) \quad ④$$

将参数代入④式，可得

$$0.5\frac{d^2i_L(t)}{dt^2}+0.5(3-A)\frac{di_L(t)}{dt}+i_L(t)=i_S(t) \quad ⑤$$

其特征方程为 $S^2+(3-A)S+2=0$，特征根为

$$S_{1,2}=\frac{(A-3)\pm\sqrt{(3-A)^2-8}}{2}$$

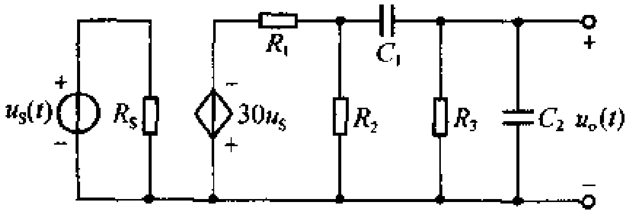
因此，当 $A=3$ 时，$S_{1,2}=\pm\sqrt{2}\text{j}$，特征根在虚轴上，临界稳定；当 $A>3$ 时，特征根的实部大于零，系统不稳定；当 $A<3$ 时，特征根的实部小于零，系统稳定。

6-16 已知 $R_1=40\text{k}\Omega$，$R_2=40\text{k}\Omega$，$R_3=1\text{M}\Omega$，$R_S=10\text{k}\Omega$，$C_1=0.01\mu\text{F}$，$C_2=100\text{pF}$，试列出题图 6-16 所示电路中 $u_o(t)$ 为变量的微分方程。

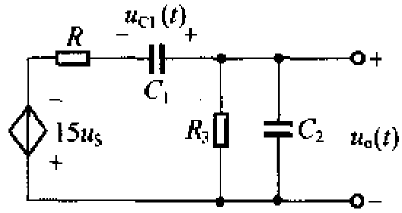
解： 题图 6-16 可等效为解图 6-16，其中 $R=R_1 /\!/ R_2=20\text{k}\Omega$。

设电容 C_1 的电压为 $u_{C1}(t)$，则有 KVL 方程

$$u_o(t)+u_{C1}(t)+C_1\cdot\frac{du_{C1}(t)}{dt}\cdot R-15u_S=0 \quad ①$$



题图 6-16



解图 6-16

另有 KCL 方程

$$C_1\frac{\mathrm{d}u_{C1}(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{u_o(t)}{R_3}+C_2\frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t}=0 \qquad ②$$

对①式求导可得

$$\frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}u_{C1}(t)}{\mathrm{d}t}+RC_1\frac{\mathrm{d}u_{C1}^2(t)}{\mathrm{d}t^2}=15\cdot\frac{\mathrm{d}u_S(t)}{\mathrm{d}t} \qquad ③$$

由 ② 式得

$$\frac{\mathrm{d}u_{C1}(t)}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{C_1}\left[\frac{u_o(t)}{R_3}+C_2\frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t}\right] \qquad ④$$

对 ② 式求导得

$$C_1\frac{\mathrm{d}u_{C1}^2(t)}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{1}{R_3}\frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t}-C_2\frac{\mathrm{d}u_o^2(t)}{\mathrm{d}t^2} \qquad ⑤$$

将④式、⑤式及 $R=20\mathrm{k\Omega}$，$R_3=1\mathrm{M\Omega}$，$C_1=0.01\mu\mathrm{F}$，$C_2=100\mathrm{pF}$ 代入③式，整理得电路以 $u_o(t)$ 为变量的微分方程为

$$\frac{\mathrm{d}u_o^2(t)}{\mathrm{d}t^2}+51.5\times10^4\frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t}+5\times10^7u_o(t)=-7.5\times10^6\frac{\mathrm{d}u_S(t)}{\mathrm{d}t}$$

第 7 章　正弦稳态分析

7-1　已知正弦电压 $u=-40\sin\left(314t+\frac{\pi}{4}\right)\text{V}$：

(1) 试求振幅、有效值、周期、频率、角频率和初相；

(2) 画出其波形图。

解：(1) $\because u=-40\sin\left(314t+\frac{\pi}{4}\right)$

$$=40\cos\left(314t+\frac{3\pi}{4}\right)\text{V}$$

$$\therefore U_m=40\text{V},\ U=\frac{40}{\sqrt{2}}=20\sqrt{2}\text{V}$$

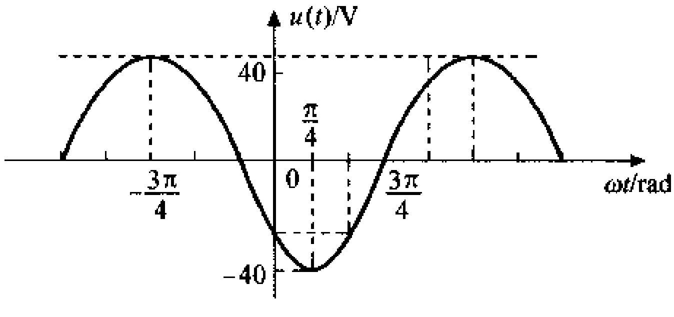
$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{100\pi}=0.02\text{s}$$

$$f=\frac{1}{T}=50\text{Hz}$$

$$\omega=314\text{rad/s}$$

$$\varphi=\frac{3\pi}{4}$$

(2) 其波形图如解图 7-1 所示。



解图 7-1

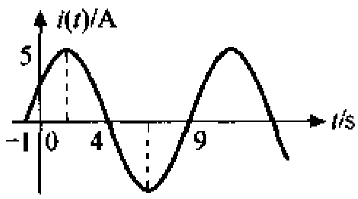
7-2　正弦电流波形如题图 7-2 所示：(1) 试求周期、频率、角频率；(2) 写出电流 $i(t)$ 的余弦函数式。

解：由正弦电流波形图知：

(1) $T = 10\text{s}$

$$f = \frac{1}{T} = 0.1\text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{\pi}{5}\text{rad/s}$$



题图 7-2

(2) $i(t) = 5\cos(\omega t + \varphi) = 5\cos\left(\frac{\pi}{5}t + \varphi\right)$

由已知条件得当 $t = -1\text{s}$ 时，$i(t) = 0$，且 $t = 1.5\text{s}$ 时，$i(t) = 5\text{A}$，即

$$\begin{cases} 5\cos\left(\frac{\pi}{5} \times (-1) + \varphi\right) = 0 \\ 5\cos\left(\frac{\pi}{5} \times 1.5 + \varphi\right) = 5 \end{cases} \quad \therefore \varphi = -\frac{3\pi}{10}$$

故 $$i(t) = 5\cos\left(\frac{\pi}{5}t - \frac{3}{10}\pi\right)\text{A}$$

7-3 已知两个正弦电压：

$$u_1 = U_{1m}\cos(1000t - 60°)\text{V}$$
$$u_2 = U_{2m}\sin(1000t + 150°)\text{V}$$

当 $t = 0$ 时，$u_1(0) = 5\text{V}$，$u_2(0) = 8\text{V}$。试求这两个正弦电压的振幅 U_{1m} 和 U_{2m}，有效值 U_1 和 U_2，以及它们的相位差。

解：根据已知条件 $u_1(0) = 5\text{V}$，$u_2(0) = 8\text{V}$，得

$$\begin{cases} U_{1m}\cos(-60°) = 5 \\ U_{2m}\sin(150°) = 8 \end{cases} \quad 故 \begin{cases} U_{1m} = 10\text{V} \\ U_{2m} = 16\text{V} \end{cases}$$

又由正弦量的有效值与幅值的关系，得

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}U_{1m} \approx 7.07\text{V} \\ U_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}U_{2m} \approx 11.31\text{V} \end{cases}$$

又 ∵
$$u_1 = 10\cos(1000t - 60°)\text{V}$$
$$u_2 = 16\sin(1000t + 150°)$$
$$= 16\cos(1000t + 60°)\text{V}$$

∴ u_1、u_2 的相位差 $\theta_{12} = -60° - 60° = -120°$

7-4 已知三个同频率的正弦电流：

$i_1 = 10\sin(\omega t + 120°)\text{A}$，$i_2 = 20\cos(\omega t - 150°)\text{A}$，$i_3 = -30\cos(\omega t - 30°)\text{A}$

试比较它们的相位差。

解：∵ $i_1 = 10\sin(\omega t + 120°) = 10\cos(\omega t + 30°)\text{A}$

$i_2 = 20\cos(\omega t - 150°)\text{A}$

$i_3 = -30\cos(\omega t - 30°) = 30\cos(\omega t + 150°)\text{A}$

∴ $\varphi_1 = 30°$　$\varphi_2 = -150°$　$\varphi_3 = 150°$

三个同频率的正弦电流相位差为：

$$\theta_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = 30° - (-150°) = 180°$$

$$\because \quad \varphi_2 - \varphi_3 = -150° - 150° = -300°$$

$$\therefore \quad \theta_{23} = 360° - 300° = 60°$$

$$\theta_{31} = \varphi_3 - \varphi_1 = 150° - 30° = 120°$$

7-5 试求下列正弦量的振幅向量和有效值向量：

(1) $i_1 = 5\cos\omega t\,\text{A}$　　(2) $i_2 = -10\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\text{A}$　　(3) $u_1 = 15\sin(\omega t - 135°)\text{V}$

解：由题中所给的 i_1 的函数表达式，可得其对应的振幅向量和有效值向量分别为

$$\dot{I}_{1m} = 5\angle 0°\text{A}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{5\sqrt{2}}{2}\angle 0°\text{A}$$

由 $i_2 = -10\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 10\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\text{A}$，可得其对应的振幅向量和有效值向量分别为

$$\dot{I}_{2m} = 10\angle -\frac{\pi}{2}\text{A}$$

$$\dot{I}_2 = 5\sqrt{2}\angle -\frac{\pi}{2}\text{A}$$

又因为 $u_1 = 15\sin(\omega t - 135°) = 15\cos(\omega + 135°)\text{V}$，故其对应的振幅向量和有效值向量分别为：

$$\dot{U}_{1m} = 15\angle 135°\text{V}$$

$$\dot{U}_1 = \frac{15\sqrt{2}}{2}\angle 135°\text{V}$$

7-6 已知 $\omega = 314\text{rad/s}$，试写出下列向量所代表的正弦量：

(1) $\dot{I}_1 = 10\angle \frac{\pi}{2}\text{A}$　　(2) $\dot{I}_{2m} = 2\angle \frac{3}{4}\pi\text{A}$　　(3) $\dot{U}_1 = 3 + \text{j}4\text{V}$　　(4) $\dot{U}_{2m} = 5 + \text{j}5\text{V}$

解：因 $\omega = 314\text{rad/s}$，根据正弦量与向量之间的对应关系可得

(1) $\dot{I}_1 = 10\angle \frac{\pi}{2}\text{A} \longleftrightarrow i_1(t) = 10\sqrt{2}\cos\left(314t + \frac{\pi}{2}\right)\text{A}$

(2) $\dot{I}_{2m} = 2\angle \frac{3}{4}\pi\text{A} \longleftrightarrow i_2(t) = 2\cos\left(314t + \frac{3}{4}\pi\right)\text{A}$

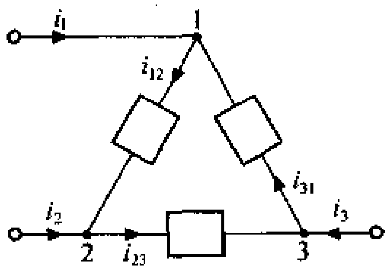
(3) $\dot{U}_1 = 3 + \text{j}4 = 5\angle 53.1°\text{V} \longleftrightarrow u_1(t) = 5\sqrt{2}\cos(314t + 53.1°)\text{V}$

(4) $\dot{U}_{2m} = 5 + \text{j}5 = 5\sqrt{2}\angle 45°\text{V} \longleftrightarrow u_2(t) = 5\sqrt{2}\cos(314t + 45°)\text{V}$

7-7 在题图 7-7 所示部分电路中，已知

$$i_{12} = \cos(\omega t - 30°)\text{A}, \quad i_{23} = \cos(\omega t + 90°)\text{A}, \quad i_{31} = \cos(\omega t - 150°)\text{A}$$

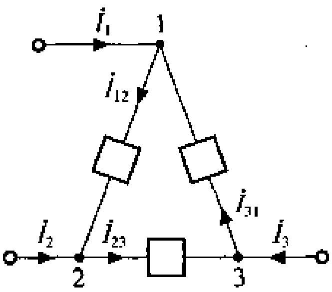
试求 i_1、i_2 和 i_3，并作出各电流的向量图。



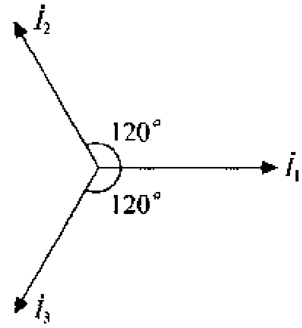
题图 7-7

解：作题图 7-7 的向量模型，如解图 7-7（a）所示。其中

$$\dot{I}_{12}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle-30^\circ\text{A}\qquad \dot{I}_{23}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ\text{A}\qquad \dot{I}_{31}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle-150^\circ\text{A}$$



解图 7-7（a）



解图 7-7（b）

对节点 1 列 KCL 方程的向量形式得

$$\dot{I}_1=\dot{I}_{12}-\dot{I}_{31}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle-30^\circ-\frac{1}{\sqrt{2}}\angle-150^\circ=\frac{\sqrt{6}}{2}\angle 0^\circ\text{A}$$

同理得

$$\dot{I}_2=\dot{I}_{23}-\dot{I}_{12}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ-\frac{1}{\sqrt{2}}\angle-30^\circ=\frac{\sqrt{6}}{2}\angle 120^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_3=\dot{I}_{31}-\dot{I}_{23}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle-150^\circ-\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 90^\circ=\frac{\sqrt{6}}{2}\angle-120^\circ\text{A}$$

由正弦量和向量之间一一对应关系，得所求各电流向量对应的正弦量为

$$i_1(t)=\sqrt{3}\cos\omega t\,\text{A},\ i_2(t)=\sqrt{3}\cos(\omega t+120^\circ)\text{A},\ i_3(t)=\sqrt{3}\cos(\omega t-120^\circ)\text{A}$$

各电流向量的向量图如解图 7-7（b）所示。

7-8　在题图 7-8 所示部分电路中，已知

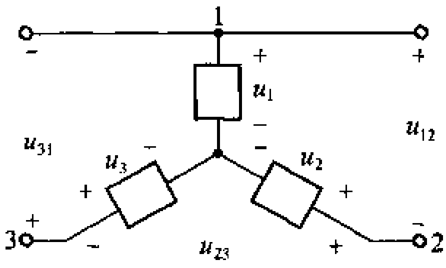
$$u_1=10\cos\omega t\,\text{V},\quad u_2=10\cos(\omega t-120^\circ)\text{V},\quad u_3=10\cos(\omega t+120^\circ)\text{V}$$

试求 u_{12}、u_{23} 和 u_{31}，并作出各电压的向量图。

解：将已知电压变为对应的向量得

$$\dot{U}_{m1}=10\angle 0^\circ\text{V},\quad \dot{U}_{m2}=10\angle-120^\circ\text{V},\quad \dot{U}_{m3}=10\angle 120^\circ\text{V}$$

作题图 7-8 的向量模型如解图 7-8（a）所示。由 KVL 的向量形式得



题图 7-8

$$\dot{U}_{m12} = \dot{U}_{m1} - \dot{U}_{m2} = 10\angle 0° - 10\angle -120° = 10\sqrt{3}\angle 30°\text{V}$$

$$\dot{U}_{m23} = \dot{U}_{m2} - \dot{U}_{m3} = 10\angle -120° - 10\angle 120° = 10\sqrt{3}\angle -90°\text{V}$$

$$\dot{U}_{m31} = \dot{U}_{m3} - \dot{U}_{m1} = 10\angle 120° - 10\angle 0° = 10\sqrt{3}\angle 150°\text{V}$$

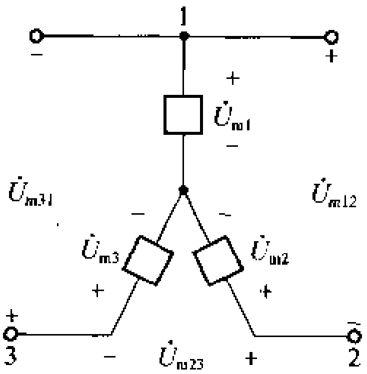
由正弦量和向量之间一一对应关系，得所求各电压向量对应的正弦量为

$$u_{12} = 10\sqrt{3}\cos(\omega t + 30°)\text{V}$$

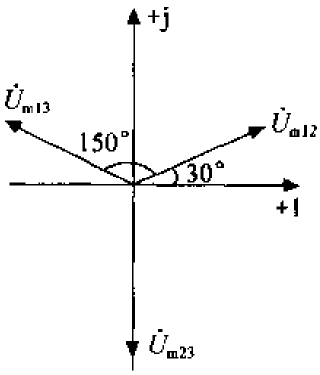
$$u_{23} = 10\sqrt{3}\cos(\omega t - 90°)\text{V}$$

$$u_{31} = 10\sqrt{3}\cos(\omega t + 150°)\text{V}$$

各电压向量的向量图如解图 7-8（b）所示。



解图 7-8（a）



解图 7-8（b）

7-9 已知题图 7-9 所示电路中，$i_S = 10\sqrt{2}\cos 10^3 t\text{A}$，$R = 0.5\Omega$，$L = 1\text{mH}$，$C = 2\times 10^{-3}\text{F}$，试求电压 u。

解：由题可知 $\dot{I}_S = 10\angle 0°\text{A}$

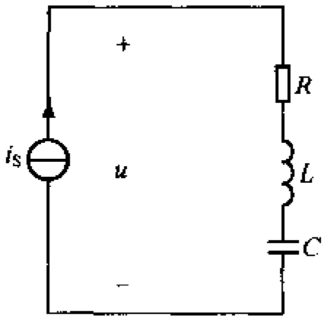
$$X_L = \omega L = 10^3 \times 10^{-3} = 1\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^3 \times 2 \times 10^{-3}} = 0.5\Omega$$

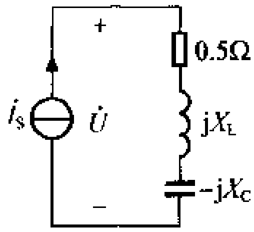
作题图 7-9 的向量模型如解图 7-9 所示。利用 KVL 及 R、L、C 元件 VCR 的向量形式得

$$\dot{U} = \dot{I}_S R + \text{j}X_L\dot{I}_S - \text{j}X_C\dot{I}_S$$
$$= 10\angle 0° \times (0.5 + \text{j} - \text{j}0.5) = 5 + \text{j}5 = 5\sqrt{2}\angle 45°\text{V}$$

故 $$u = 10\cos(10^3 t + 45°)\text{V}$$

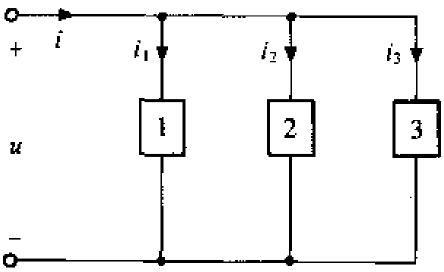


题图 7-9



解图 7-9

7-10　电路如题图 7-10 所示，已知 $u = 100\cos(10t + 45°)\text{V}$，$i_1 = i = 10\cos(10t + 45°)\text{A}$，$i_2 = 20\cos(10t + 135°)\text{A}$。试判断元件 1、2 和 3 的性质及其数值。



题图 7-10

解：由题意可知

$$\dot{U}_m = 100\angle 45°\text{V}，\dot{I}_{1m} = \dot{I}_m = 10\angle 45°\text{A}，\dot{I}_{2m} = 20\angle 135°\text{A}$$

由于元件 1 端子上电压 $\dot{U}_m$ 和电流 $\dot{I}_{1m}$ 同相，故元件 1 为电阻，且

$$R = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_{1m}} = \frac{100\angle 45°}{10\angle 45°} = 10\Omega$$

由于元件 2 端子上电压 $\dot{U}_m$ 在相位上滞后电流 $\dot{I}_{2m}90°$，故元件 2 为电容，且

$$X_C = \frac{U_m}{I_{2m}} = \frac{100}{20} = 5\Omega$$

$$C = \frac{1}{X_C\omega} = \frac{1}{5 \times 10} = 0.02\text{F}$$

又由 KCL 的向量形式得

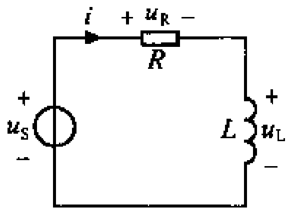
$$\dot{I}_{3m} = \dot{I}_m - \dot{I}_{1m} - \dot{I}_{2m} = 10\angle 45° - 10\angle 45° - 20\angle 135° = 20\angle -45°\text{A}$$

故元件 3 端子上电压 $\dot{U}_m$ 在相位上超前电流 90°，所示元件 3 为电感，且

$$X_L = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_{3m}} = \frac{100}{20} = 5\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{5}{10} = 0.5\text{H}$$

7-11 题图 7-11 所示正弦稳态电路中，已知 $u_S = 12\cos(5000t - 30^\circ)\text{V}$，$R = 60\Omega$，$L = 12\text{mH}$，试求电流 i 以及电压 u_R、u_L，并画出各电压、电流的向量图。



题图 7-11

解：由题可知

$$\dot{U}_{Sm} = 12\angle -30^\circ\text{V}$$

$$X_L = \omega L = 5000 \times 12 \times 10^{-3} = 60\Omega$$

作题图 7-11 的向量模型如解图 7-11（a）所示，则

由 KVL 及 R、L 元件 VCR 的向量形式得

$$\dot{U}_{Sm} = R\dot{I}_m + jX_L\dot{I}_m$$

$$\therefore\ \dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{Sm}}{R + jX_L} = \frac{12\angle -30^\circ}{60 + j60} = \frac{1}{5\sqrt{2}}\angle -75^\circ\text{A} = 0.1\sqrt{2}\angle -75^\circ\text{A}$$

$$\dot{U}_{Rm} = R\dot{I}_m = 6\sqrt{2}\angle -75^\circ\text{V}$$

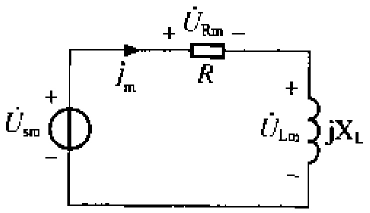
$$\dot{U}_{Lm} = jX_L\dot{I}_m = 6\sqrt{2}\angle 15^\circ\text{V}$$

故 $\quad i = 0.1\sqrt{2}\cos(5000t - 75^\circ)\text{A}$

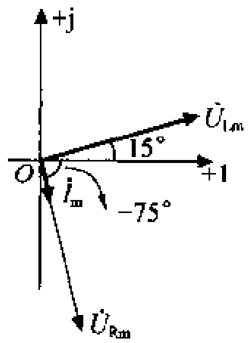
$$u_R = 6\sqrt{2}\cos(5000t - 75^\circ)\text{V}$$

$$u_L = 6\sqrt{2}\cos(5000t + 15^\circ)\text{V}$$

各电压、电流的向量图如解图 7-11（b）所示。

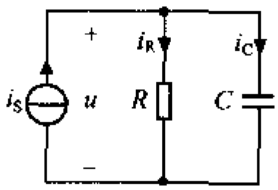


解图 7-11（a）



解图 7-11（b）

7-12 题图 7-12 所示的正弦稳态电路中，已知 $i_S = \cos t\text{A}$，$R = 10\Omega$，$C = 0.1\text{F}$，试求电压 u 以及电流 i_R 和 i_C，并画出各电流、电压的向量图。



题图 7-12

解：由题可知

$$\dot{I}_{Sm} = 1\angle 0^\circ\text{A}$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{1\times 0.1}=10\Omega$$

作题图 7-12 的向量模型如解图 7-12（a）所示，则由 KCL 及 R、C 元件 VCR 的向量形式得

$$\dot{I}_{Sm}=\dot{I}_{Rm}+\dot{I}_{Cm}=\frac{\dot{U}_m}{R}+\frac{\dot{U}_m}{-jX_C}$$

故　$$\dot{U}_m=\frac{\dot{I}_{Sm}}{\frac{1}{R}+\frac{1}{-jX_C}}=1\angle 0^\circ\times[10\,/\!/\,(-j10)]=\frac{-j100}{10-j10}=5\sqrt{2}\angle-45^\circ\text{V}$$

$$\dot{I}_{Rm}=\frac{\dot{U}_m}{R}=\frac{5\sqrt{2}\angle-45^\circ}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle-45^\circ\text{A}$$

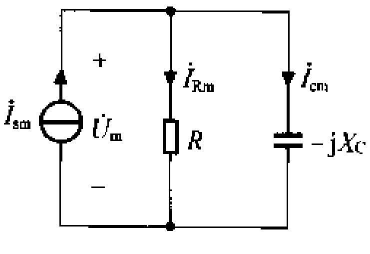
$$\dot{I}_{Cm}=\frac{\dot{U}_m}{-jX_C}=\frac{5\sqrt{2}\angle-45^\circ}{-j10}=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle 45^\circ\text{A}$$

故　$$u=5\sqrt{2}\cos(t-45^\circ)\text{V}$$

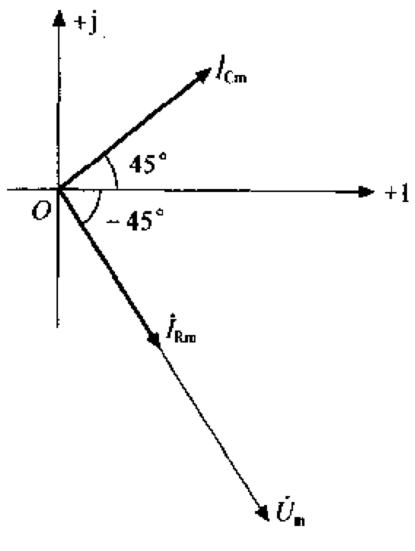
$$i_R=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(t-45^\circ)\text{A}$$

$$i_C=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(t+45^\circ)\text{A}$$

各电流、电压向量的向量图如解图 7-12（b）所示。



解图 7-12（a）



解图 7-12（b）

7-13　试求题图 7-13 所示电路的输入阻抗和导纳，以及该电路的最简串联等效电路和并联等效电路（$\omega=10\text{rad/s}$）。

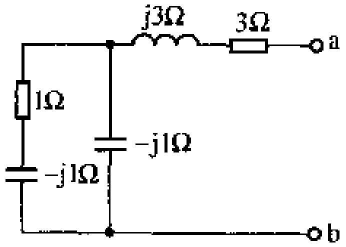
解：电路的输入阻抗

$$Z_{ab}=R+jX=3+j3+(-j1)\,/\!/\,(1-j1)$$
$$=3+j3+\frac{-j1(1-j1)}{1-j1-j1}=\frac{16}{5}+j\frac{12}{5}\Omega$$

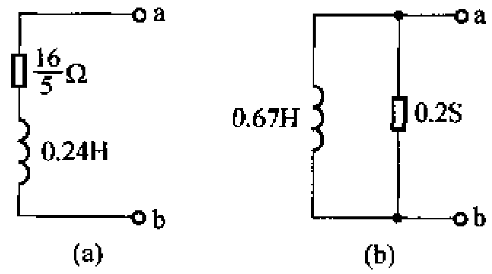
因为 $X=\frac{12}{5}\Omega>0$，所以电路呈感性，即等效为一个 $R=\frac{16}{5}\Omega$ 的电阻与一个 $X_L=\frac{12}{5}\Omega$ 的电感的串联，且 $L=\frac{X}{\omega}=0.24\text{H}$

故电路的最简串联等效电路如解图 7-13（a）所示。

又由于 $Y=G+\mathrm{j}B=\frac{1}{Z}=\frac{1}{\frac{16}{5}+\mathrm{j}\frac{12}{5}}=0.2-\mathrm{j}0.15\text{s}$



题图 7-13



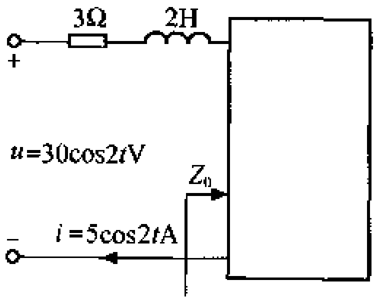
解图 7-13

因为 $B=-0.15\text{s}<0$，所以电路呈感性即等效为一个 $G=0.2\text{s}$ 的电导与一个 $B_L=0.15\text{s}$ 的电感的并联，其中等效电感为

$$L=\frac{1}{\omega B_L}=\frac{1}{10\times 0.15}=0.67\text{H}$$

故电路的最简并联等效电路如解图 7-13（b）所示。

7-14 电路如题图 7-14 所示，试确定方框内最简串联等效电路的元件值。



题图 7-14

解：由题可知

$$\dot{U}_m=30\angle 0°\text{V}，\dot{I}_m=5\angle 0°\text{A}，Z_L=\mathrm{j}\omega L=\mathrm{j}2\times 2=\mathrm{j}4\Omega$$

设方框的输入阻抗为 Z_0，如题图 7-14 所示，则由阻抗定义及串联阻抗的关系得

$$Z_0=R_0+\mathrm{j}X=\frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}-(3+\mathrm{j}4)=\frac{30\angle 0°}{5\angle 0°}-(3+\mathrm{j}4)=3-\mathrm{j}4\Omega$$

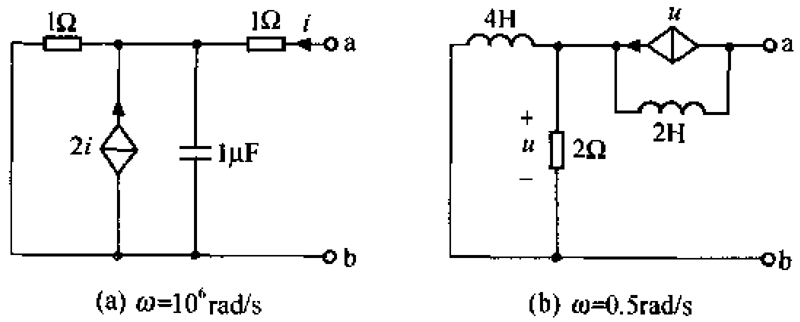
因为 $X=-4\Omega<0$，所示电路呈容性，即电路可等效为一个电阻 R 和电容 C 的串联，且

$$R=3\Omega$$

$$C=\frac{1}{X_C\omega}=\frac{1}{4\times 2}=\frac{1}{8}\text{F}$$

注：一般来说，若求一个二端网络的最简串联结构，即将该二端网络等效为一个阻抗；若求一个二端网络的最简并联结构，即将该二端网络等效为一个导纳。

7-15 试求题图 7-15 所示各二端网络的输入阻抗。



题图 7-15

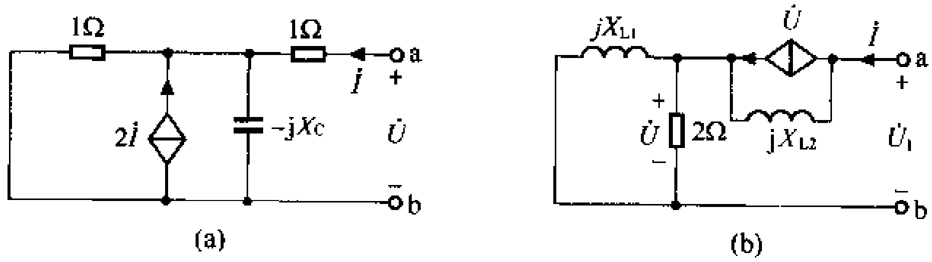
解：(a) 由题可知

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{10^6\times1\times10^{-6}}=1\Omega$$

作题图 7-15 (a) 的向量模型如解图 7-15 (a) 所示。由于电路中含有受控源，故用加压求流法求其等效阻抗。设在解图 7-15 (a) 端子上加电压 $\dot{U}$，此时端子上电流为 $\dot{I}$，参考方向如图所示，由 KVL 得

$$\begin{aligned}\dot{U}&=\dot{I}+1\,/\!/\,(-\mathrm{j}1)\times(\dot{I}+2\dot{I})\\&=\dot{I}+\frac{-\mathrm{j}1}{1-\mathrm{j}1}\times3\dot{I}=\frac{1-\mathrm{j}4}{1-\mathrm{j}1}\dot{I}\end{aligned}$$

故
$$Z_{ab}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{1-\mathrm{j}4}{1-\mathrm{j}1}=\frac{5}{2}-\mathrm{j}\,\frac{3}{2}\Omega$$



解图 7-15

(b) 由题可知

$$X_{L1}=\omega L_1=0.5\times4=2\Omega$$
$$X_{L2}=\omega L_2=0.5\times2=1\Omega$$

作题图 7-15 (b) 的向量模型，如解图 7-15 (b) 所示。设在解图 7-15 (b) 端口加电压 $\dot{U}_1$，此时端口电流为 $\dot{I}$，列写端口 VCR 关系

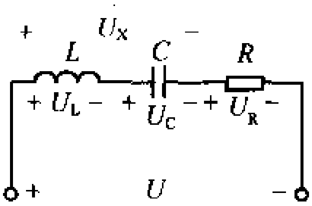
$$\begin{cases}\dot{U}_1=\mathrm{j}X_{L2}(\dot{I}-\dot{U})+\dot{U}=\mathrm{j}1(\dot{I}-\dot{U})+\dot{U}\\ \dot{U}=\dot{I}\cdot(2\,/\!/\,\mathrm{j}X_{L1})=\dfrac{\mathrm{j}4}{2+\mathrm{j}2}\dot{I}\end{cases}$$

联立求解得

$$\dot{U}_1=\mathrm{j}1\times\dot{I}+(1-\mathrm{j}1)\cdot\frac{\mathrm{j}4}{2+\mathrm{j}2}\dot{I}=(2+\mathrm{j}1)\dot{I}$$

故
$$Z_{ab}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}}=2+\mathrm{j}1\Omega$$

7-16 在题图 7-16 所示电路中，已知 $U_C=15\text{V}$，$U_L=12\text{V}$，$U_R=4\text{V}$，求电压 U 为多少？



题图 7-16

解：设总的电抗元件端子上电压有效值为 U_X，如题图 7-16 所示。在 RLC 串联电路中，$\dot{U}$、$\dot{U}_R$ 和 $\dot{U}_X$ 构成电压直角三角形，它们的有效值 U、U_R 和 U_X 之间有关系

$$U=\sqrt{U_R^2+U_X^2}$$

由于 $\dot{U}_L$ 与 $\dot{U}_C$ 的相位相差 180°，故 $U_X=|U_L-U_C|=|12-15|=3\text{V}$，因此

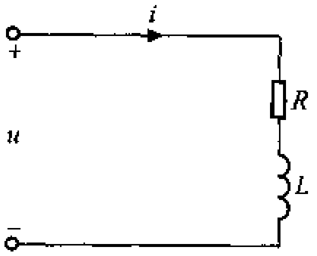
$$U=\sqrt{4^2+3^2}=5\text{V}$$

7-17 在题图 7-17 所示 RL 串联电路中，已知 $u=5+10\sqrt{2}\cos(1000t-45°)\text{V}$，$i=0.5+I_m\cos(1000t-90°)\text{A}$，求 R、L 和 I_m 各值。

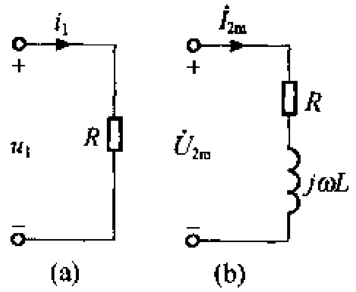
解：因为本题电压激励可以看成两个不同频率的电源作用于电路，所以求解该题未知量可利用叠加定理及两个电源单独作用于电路时电路的特点来求解。

(1) 当直流分量 $u_1=5\text{V}$ 单独作用于电路时，电流 $i_1=0.5\text{A}$，此时电感相当于短路，等效电路如解图 7-17 (a) 所示，由图可得

$$R=\frac{u_1}{i_1}=\frac{5}{0.5}=10\Omega$$



题图 7-17



解图 7-17

(2) 当 $u_2=10\sqrt{2}\cos(1000t-45°)\text{V}$ 单独作用于电路时，电流 $i_2=I_m\cos(1000t-90°)\text{A}$，此时电路的向量模型如解图 7-17 (b) 所示，

其中 $\dot{U}_{2m}=10\sqrt{2}\angle-45°\text{V}$，$\dot{I}_{2m}=I_m\angle-90°\text{A}$，$\omega=1000\text{rad/s}$

由欧姆定律的向量形式可得

$$R+\mathrm{j}\omega L=\frac{\dot{U}_{2m}}{\dot{I}_{2m}}=\frac{10\sqrt{2}\angle-45°}{I_m\angle-90°}=\frac{10\sqrt{2}}{I_m}\angle45°=\frac{10}{I_m}+\mathrm{j}\frac{10}{I_m}$$

又由复数相等的原则得

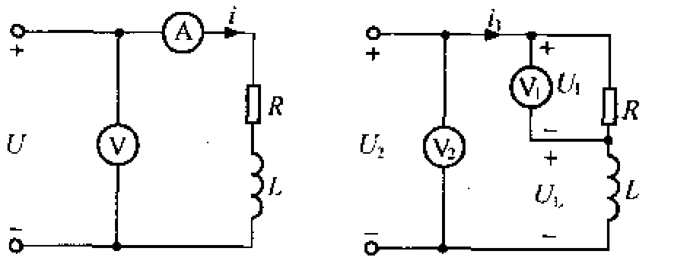
$$R = \frac{10}{I_m}$$

故
$$I_m = \frac{10}{R} = \frac{10}{10} = 1\text{A}$$

$$\omega L = \frac{10}{I_m}$$

故
$$L = \frac{10}{\omega I_m} = \frac{10}{10^3 \times 1} = 0.01\text{H}$$

7-18 RL 串联电路，在题图 7-18（a）直流情况下，电流表的读数为 50mA，电压表读数为 6V；在 $f = 10^3$ Hz 交流情况下，电压表 V_1 读数为 6V，V_2 读数为 10V，如图（b）所示。试求 R、L 的值。



(a) 直流　　(b) 交流

题图 7-18

解：设电路中各电压、电流的参考方向如题图 7-18 所示。由题可知 $U = 6\text{V}$，$I = 50\text{mA}$，$U_1 = 6\text{V}$，$U_2 = 10\text{V}$。

由于在直流情况下，电感相当于短路，故由题图 7-18（a）得

$$R = \frac{U}{I} = \frac{6}{50 \times 10^{-3}} = 120\Omega$$

由于在题图 7-18（b）所示 RL 串联电路中，$\dot{U}_1$、$\dot{U}_L$ 与 $\dot{U}_2$ 构成电压直角三角形，它们的有效值 U_1、U_L 与 U_2 之间有关系

$$U_L = \sqrt{U_2^2 - U_1^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{V}$$

又对于图（b），由各元件电压、电流有效值关系可得

$$\frac{U_1}{R} = \frac{U_L}{\omega L}$$

故
$$L = \frac{U_L}{\omega} \cdot \frac{R}{U_1} = \frac{8}{2\pi \times 10^3} \cdot \frac{120}{6} = 25.5\text{mH}$$

7-19 题图 7-19 所示电路，已知电流表 A_1 读数为 10A，电压表 V_1 读数为 100V，试画向量图求电流表 A_2 和电压表 V_2 的读数。

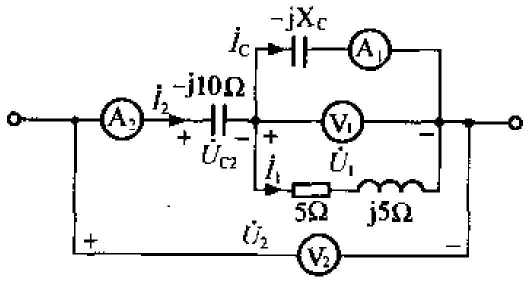
解：设各电压、电流参考方向如题图 7-19 所示，选 $\dot{U}_1$ 为参考向量，则由题意得

$$\dot{U}_1 = 100\angle 0°\text{V}$$

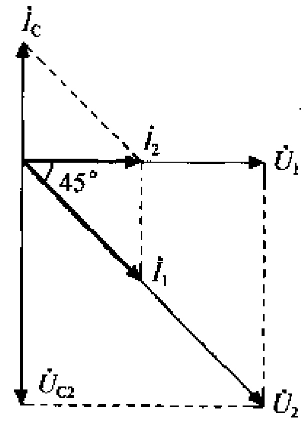
$$\dot{I}_C = 10\angle 90^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{5+\text{j}5} = \frac{100\angle 0^\circ}{5\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 10\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{A}$$

作向量图如解图 7-19 所示。



题图 7-19



解图 7-19

由题图 7-19 得：　$\dot{I}_2 = \dot{I}_C + \dot{I}_1$

由解图 7-19 得：　$\dot{I}_2 = 10\angle 0^\circ \text{A}$

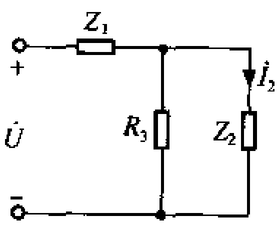
又　$\dot{U}_{C2} = -\text{j}10\dot{I}_2 = -\text{j}10\times 10 = 100\angle -90^\circ \text{V}$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{C2} + \dot{U}_1$$

由解图 7-19 得　$\dot{U}_2 = 100\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{V}$

所以电流表 A_1 读数为 10A，电压表 V_2 读数为 $100\sqrt{2}$V。

7-20　电路如题图 7-20 所示，已知 $Z_1 = (100+\text{j}500)\Omega$，$Z_2 = (400+\text{j}1000)\Omega$，欲使电流 $\dot{I}_2$ 滞后于电压 $\dot{U}$ 90°，R_3 应为多大？



题图 7-20

解：由题图 7-20 可得

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_1 + \dfrac{RZ_2}{R_3+Z_2}} \frac{R_3}{Z_2+R_3}$$

$$= \frac{R_3\dot{U}}{(Z_1+Z_2)R_3 + Z_1Z_2}$$

$$= \frac{R_3\dot{U}}{(100+\text{j}500+400+\text{j}1000)R_3 + (100+\text{j}500)(400+\text{j}1000)}$$

$$= \frac{R_3\dot{U}}{(500R_3 - 460000) + \text{j}(1500R_3 + 3000000)}$$

又由题知 $\dot{I}_2$ 滞后于 $\dot{U}$ 90°，即上式分母中实部为零，

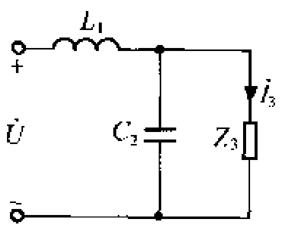
则有　$500R_3 - 460000 = 0$

故
$$R_3 = \frac{4600}{5} = 920\Omega$$

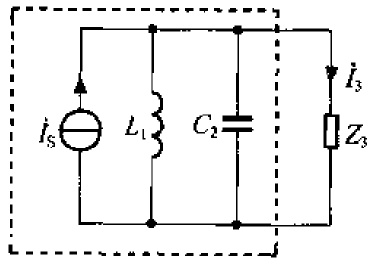
7-21　在题图 7-21 所示电路中，已知电源电压 $U = 220\text{V}$，$f = 50\text{Hz}$，要求无论 Z_3 如何变化 $I_3 = 10\text{A}$ 均保持不变。试求 L_1 和 C_2 应为多大？

解：作题图 7-21 的等效电路，如解图 7-21 所示。其中

$$I_S = \frac{U}{\omega L_1}$$



题图 7-21



解图 7-21

由于无论 Z_3 如何变化，$I_3 = 10\text{A}$ 保持不变，则解图 7-21 虚线框内应等效为电流源 $\dot{I}_S$，且

$$\dot{I}_S = \dot{I}_3$$

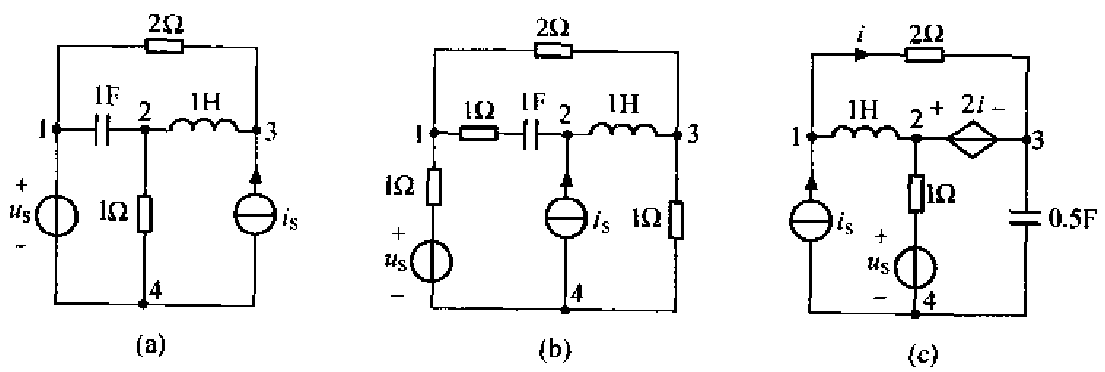
故有
$$\frac{U}{\omega L_1} = 10 \quad L_1 = \frac{U}{10\omega} = \frac{220}{2 \times 3.14 \times 50 \times 10} = 0.07\text{H}$$

又由题意及解图 7-21 知，L_1 及 C_2 支路上电路须大小相等，相位差 180°，故有

$$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C_2}$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 L_1} = \frac{1}{(2\pi \times 50)^2 \times 0.07} = 1.4 \times 10^{-4}\text{F}$$

7-22　试分别列写下列电路的网孔方程和节点方程，各图中 $u_S = 10\cos 2t\text{V}$，$i_S = 0.5\cos(2t - 30°)\text{A}$。



(a)　(b)　(c)

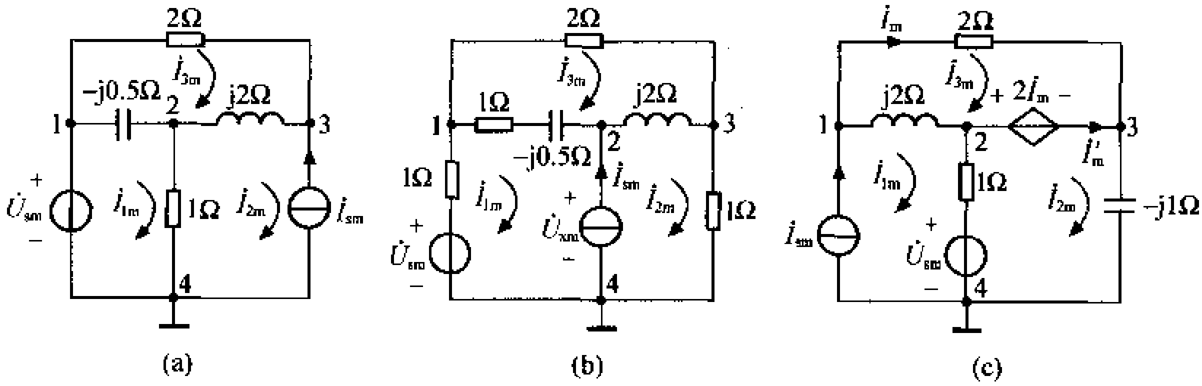
题图 7-22

解：(a) 由题可得

$$\dot{U}_{Sm} = 10\angle 0°\text{V}，\dot{I}_{Sm} = 0.5\angle -30°\text{A}$$

$$-\text{j}\frac{1}{\omega C} = -\text{j}0.5\Omega，\text{j}\omega L = \text{j}2\Omega$$

作题图 7-22（a）的向量模型，如解图 7-22（a）所示。



解图 7-22

（1）列写该向量模型的网孔方程，且设各网孔电流的参考方向如图所示，则有

网孔 1：$(1-\text{j}0.5)\dot{I}_{1m} - \dot{I}_{2m} + \text{j}0.5\dot{I}_{3m} = \dot{U}_{Sm}$

网孔 2：$\dot{I}_{2m} = -\dot{I}_{Sm}$

网孔 3：$\text{j}0.5\dot{I}_{1m} - \text{j}2\dot{I}_{2m} + (2+\text{j}2-\text{j}0.5)\dot{I}_{3m} = 0$

将已知数据代入方程整理得

网孔 1：$(1-\text{j}0.5)\dot{I}_{1m} - \dot{I}_{2m} + \text{j}0.5\dot{I}_{3m} = 10\angle 0°$

网孔 2：$\dot{I}_{2m} = 0.5\angle 150°$

网孔 3：$\text{j}0.5\dot{I}_{1m} - \text{j}2\dot{I}_{2m} + (2+\text{j}1.5)\dot{I}_{3m} = 0$

（2）列该向量模型的节点方程。选节点 4 为参考节点，如解图 7-22（b）所示，则有

节点 1：$\dot{U}_{1nm} = \dot{U}_{Sm}$

节点 2：$-\frac{1}{-\text{j}0.5}\dot{U}_{1nm} + \left(1+\frac{1}{-\text{j}0.5}+\frac{1}{\text{j}2}\right)\dot{U}_{2nm} - \frac{1}{\text{j}2}\dot{U}_{3nm} = 0$

节点 3：$-\frac{1}{2}\dot{U}_{1nm} - \frac{1}{\text{j}2}\dot{U}_{2nm} + \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\text{j}2}\right)\dot{U}_{3nm} = \dot{I}_{Sm}$

将已知数据代入整理得

节点 1：$\dot{U}_{1nm} = 10\angle 0°$

节点 2：$-\text{j}2\dot{U}_{1nm} + (1+\text{j}1.5)\dot{U}_{2nm} + \text{j}\frac{1}{2}\dot{U}_{3nm} = 0$

节点 3：$-\frac{1}{2}\dot{U}_{1nm} + \text{j}\frac{1}{2}\dot{U}_{2nm} + \left(\frac{1}{2}-\text{j}\frac{1}{2}\right)\dot{U}_{3nm} = 0.5\angle -30°$

（b）由题可得

$$\dot{U}_{Sm} = 10\angle 0°\text{V}，\dot{I}_{Sm} = 0.5\angle -30°\text{A}$$

$$-\text{j}\frac{1}{\omega C} = -\text{j}0.5\Omega，\text{j}\omega L = \text{j}2\Omega$$

作题图 7-22（b）所示电路的向量模型，如解图 7-22（b）所示。

（1）列写该向量模型的网孔方程。设网孔电流的参考方向如图所示，设电流源电压的参考方向如图所示，则有

网孔 1：$(1+1-j0.5)\dot{I}_{1m}-(1-j0.5)\dot{I}_{3m}=\dot{U}_{Sm}-\dot{U}_{Xm}$

网孔 2：$(1+j2)\dot{I}_{2m}-j2\dot{I}_{3m}=\dot{U}_{Xm}$

网孔 3：$-(1-j0.5)\dot{I}_{1m}-j2\dot{I}_{2m}+(2+1-j0.5+j2)\dot{I}_{3m}=0$

辅助方程：$\dot{I}_{2m}-\dot{I}_{1m}=\dot{I}_{Sm}$

将已知数据代入整理得

网孔 1：$(2-j0.5)\dot{I}_{1m}-(1-j0.5)\dot{I}_{3m}=10-\dot{U}_{Xm}$

网孔 2：$(1+j2)\dot{I}_{2m}-j2\dot{I}_{3m}=\dot{U}_{Xm}$

网孔 3：$-(1-j0.5)\dot{I}_{1m}-j2\dot{I}_{2m}+(3+j1.5)\dot{I}_{3m}=0$

辅助方程：$\dot{I}_{2m}-\dot{I}_{1m}=0.5\angle-30^\circ$

（2）列该向量模型的节点方程，选节点 4 为参考节点，如解图 7-22（b）所示，则有

节点 1：$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{1-j0.5}\right)\dot{U}_{1nm}-\frac{1}{1-j0.5}\dot{U}_{2nm}-\frac{1}{2}\dot{U}_{3nm}=\frac{\dot{U}_{Sm}}{1}$

节点 2：$-\frac{1}{1-j0.5}\dot{U}_{1nm}+\left(\frac{1}{1-j0.5}+\frac{1}{j2}\right)\dot{U}_{2nm}-\frac{1}{j2}\dot{U}_{3nm}=\dot{I}_{Sm}$

节点 3：$-\frac{1}{2}\dot{U}_{1nm}-\frac{1}{j2}\dot{U}_{2nm}+\left(1+\frac{1}{j2}+\frac{1}{2}\right)\dot{U}_{3nm}=0$

将已知数据代入整理得：

节点 1：$\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{1-j0.5}\right)\dot{U}_{1nm}-\frac{1}{1-j0.5}\dot{U}_{2nm}-\frac{1}{2}\dot{U}_{3nm}=10\angle0^\circ$

节点 2：$-\frac{1}{1-j0.5}\dot{U}_{1nm}+\left(\frac{1}{1-j0.5}-j\,\frac{1}{2}\right)\dot{U}_{2nm}+j\,\frac{1}{2}\dot{U}_{3nm}=0.5\angle-30^\circ$

节点 3：$-\frac{1}{2}\dot{U}_{1nm}+j\,\frac{1}{2}\dot{U}_{2nm}+\left(\frac{3}{2}-j\,\frac{1}{2}\right)\dot{U}_{3nm}=0$

（c）由题可得：

$$\dot{U}_{Sm}=10\angle0^\circ\text{V},\ \dot{I}_{Sm}=0.5\angle-30^\circ\text{A}$$

$$j\omega L=j2\Omega,\ -j\frac{1}{\omega C}=-j1\Omega$$

作题图 7-22（c）所示电路的向量模型，如解图 7-22（c）所示。

（1）列该向量模型的网孔方程。设网孔电流的参考方向如图所示。

网孔 1：$\dot{I}_{1m}=\dot{I}_{Sm}$

网孔 2：$-\dot{I}_{1m}+(1-j1)\dot{I}_{2m}=\dot{U}_{Sm}-2\dot{I}_{m}$

网孔 3：$-j2\dot{I}_{1m}+(2+j2)\dot{I}_{3m}=2\dot{I}_{m}$

辅助方程：$\dot{I}_{m}=\dot{I}_{3m}$

将已知数据代入整理得

网孔 1：$\dot{I}_{1m}=0.5\angle-30^\circ$

网孔 2：$-\dot{I}_{1m}+(1-j1)\dot{I}_{2m}=10\angle0^\circ-2\dot{I}_m$

网孔 3：$-j2\dot{I}_{1m}+(2+j2)\dot{I}_{3m}=2\dot{I}_m$

辅助方程：$\dot{I}_m=\dot{I}_{3m}$

（2）列该向量模型的节点方程。选节点 4 为参考节点，设流过受控源 $2\dot{I}_m$ 的电流为 $\dot{I}'_m$，其参考方向如图所示。

节点 1：$\left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)\dot{U}_{1nm}-j\frac{1}{2}\dot{U}_{2nm}-\frac{1}{2}\dot{U}_{3nm}=\dot{I}_{Sm}=0.5\angle-30^\circ$

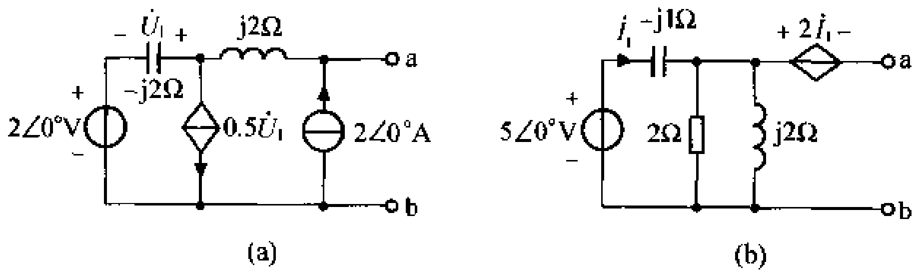
节点 2：$-j\frac{1}{2}\dot{U}_{1nm}+\left(1-j\frac{1}{2}\right)\dot{U}_{2nm}=\frac{\dot{U}_{Sm}}{1}-\dot{I}'_m=10\angle0^\circ-\dot{I}'_m$

节点 3：$-\frac{1}{2}\dot{U}_{1nm}+\left(\frac{1}{2}+j1\right)\dot{U}_{3nm}=\dot{I}'_m$

辅助方程：$\dot{U}_{2nm}-\dot{U}_{3nm}=2\dot{I}_m$

$$\dot{I}_m=\frac{\dot{U}_{1nm}-\dot{U}_{3nm}}{2}$$

7-23 试求题图 7-23 所示有源二端网络的戴维南等效电路。



题图 7-23

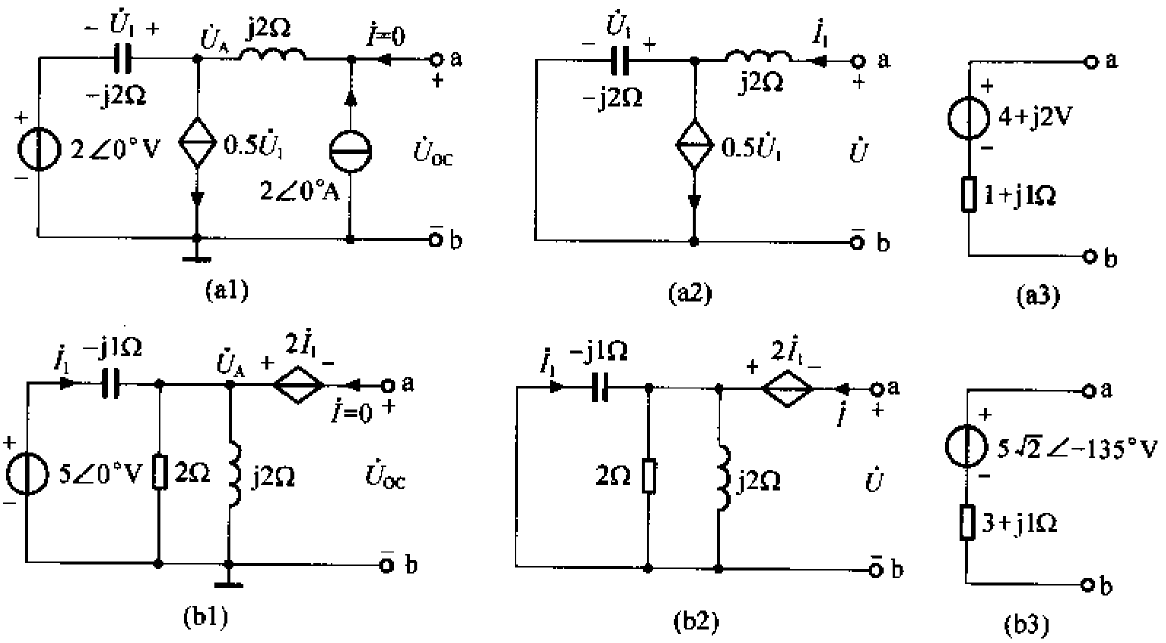
解：本题利用戴维南定理求解。

(a)（1）求开路电压 $\dot{U}_{OC}$，用节点法求。求开路电压电路如解图 7-23（a1）所示，设参考节点如图，则有

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{-j2}+\frac{1}{j2}\right)\dot{U}_A-\frac{1}{j2}\dot{U}_{OC}=\frac{2\angle0^\circ}{-j2}-0.5\dot{U}_1\\-\frac{1}{j2}\dot{U}_A+\frac{1}{j2}\dot{U}_{OC}=2\angle0^\circ\\\text{辅助方程：}\quad\dot{U}_1=\dot{U}_A-2\angle0^\circ\end{cases}$$

联立求解得 $\dot{U}_{OC}=j4+2+2-j2=4+j2\text{V}$

（2）求等效阻抗 Z_0 将题图 7-23（a）中独立源置零，得解图 7-23（a2）。由于该无源二端网络含受控源，所以求其等效阻抗 Z_0 用加压求流法。设端口电压、电流向量分别为 $\dot{U}$ 和 $\dot{I}$，如解图 7-23（a2）所示，由 KVL 得



解图 7-23

$$\begin{cases}\dot{U}=\mathrm{j}2\dot{I}_1+\dot{U}_1\\ \dot{U}_1=-\mathrm{j}2(\dot{I}_1-0.5\dot{U}_1)\end{cases}$$

解此方程组得

$$\dot{U}=\mathrm{j}2\dot{I}_1+(1-\mathrm{j}1)\dot{I}_1=(1+\mathrm{j}1)\dot{I}_1$$

故
$$Z_O=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_1}=1+\mathrm{j}1\Omega$$

其戴维南等效电路如解图 7-23（a3）所示。

（b）（1）求开路电压 $\dot{U}_{OC}$，用节点法求。求开路电压电路如解图 7-23（b1）所示。设参考节点如图所示，则有

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{\mathrm{j}2}+\frac{1}{2}+\mathrm{j}\right)\dot{U}_A=\frac{5\angle 0°}{-\mathrm{j}1}\\ \dot{I}_1=\frac{5\angle 0°-\dot{U}_A}{-\mathrm{j}1}\\ \dot{U}_{OC}=-2\dot{I}_1+\dot{U}_A\end{cases}$$

联立求解得
$$\dot{U}_{OC}=5\sqrt{2}\angle+135°\mathrm{V}$$

（2）求 Z_O，电路如解图 7-23（b2）所示。设端口加电压向量 $\dot{U}$，此时电流为 $\dot{I}$，如图所示，则有

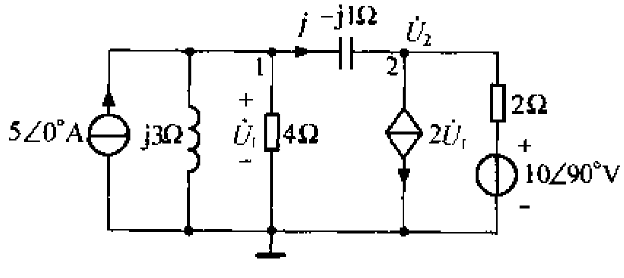
$$\begin{cases}\dot{U}=-2\dot{I}_1+\mathrm{j}\dot{I}_1\\ \dot{I}_1=-\dfrac{\frac{1}{-\mathrm{j}1}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{\mathrm{j}2}+\frac{1}{-\mathrm{j}1}}\dot{I}\end{cases}$$

联立求解得 $\dot{U}=(3+\mathrm{j}1)\dot{I}$

所以 $Z_O=\dfrac{\dot{U}}{\dot{I}}=3+\mathrm{j}1\Omega$

其戴维南等效电路如解图 7-23（b3）所示。

7-24 试分别用（1）节点法、（2）戴维南定理、（3）叠加定理求题图 7-24 电路中的电流 $\dot{I}$。



题图 7-24

解:（1）用节点法求

设电路的参考节点及节点电压如题图 7-24 所示，则可列出节点方程组。

节点 1：$\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{\mathrm{j}3}+\mathrm{j}1\right)\dot{U}_1-\mathrm{j}1\dot{U}_2=5\angle 0^\circ$

节点 2：$-\mathrm{j}1\dot{U}_1+\left(\dfrac{1}{2}+\mathrm{j}1\right)\dot{U}_2=\mathrm{j}5-2\dot{U}_1$

联立求解得 $\dot{U}_1=2.13\angle 36.63^\circ=1.71+\mathrm{j}1.27\mathrm{V}$

$\dot{U}_2=1.45+\mathrm{j}5.42\mathrm{V}$

故 $\dot{I}=\dfrac{\dot{U}_1-\dot{U}_2}{-\mathrm{j}1}=\dfrac{1.71+\mathrm{j}1.27-1.45-\mathrm{j}5.42}{-\mathrm{j}1}\approx 4.16\angle 3.6^\circ\mathrm{A}$

（2）用戴维南定理求

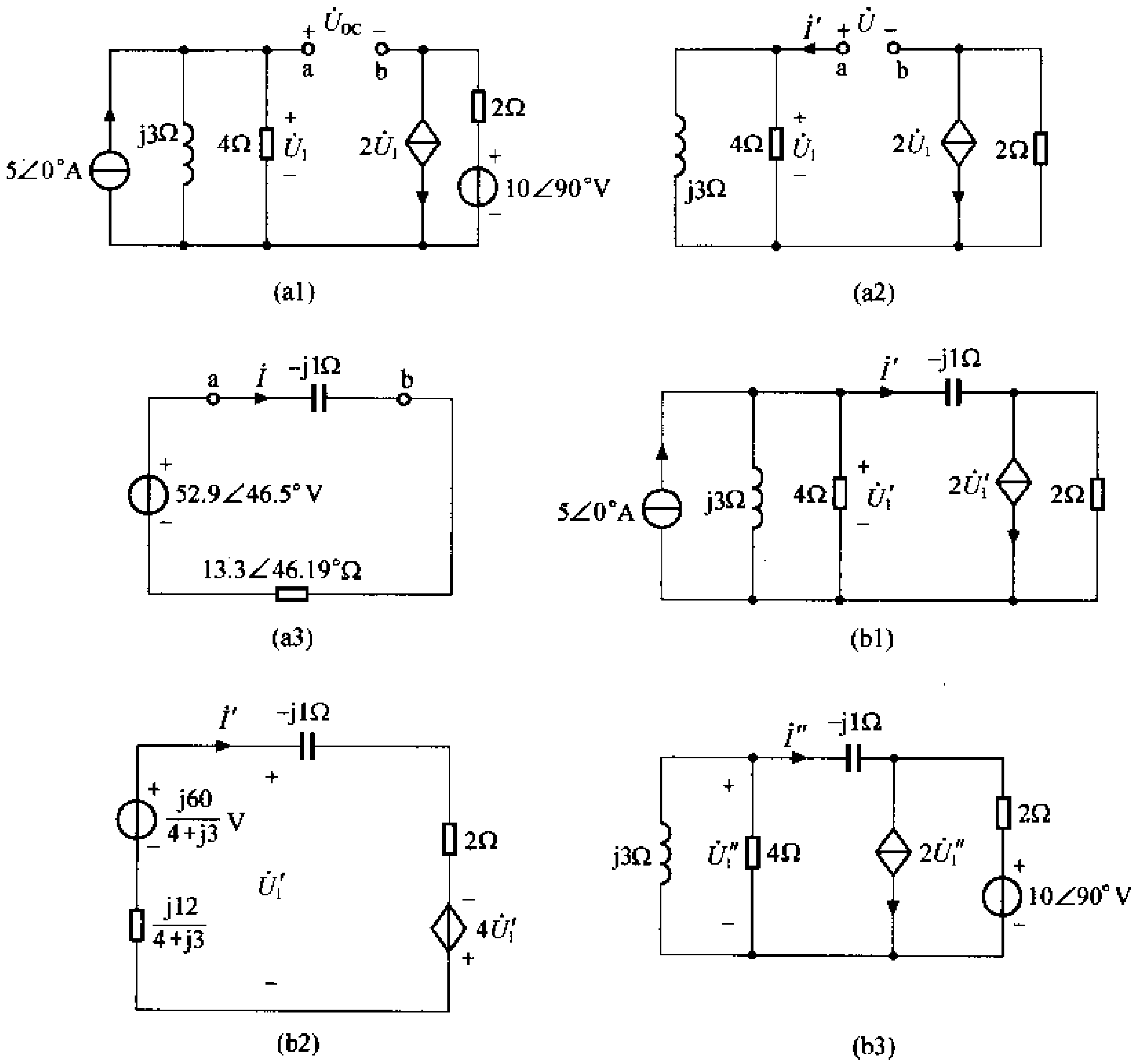
先求去掉 $-\mathrm{j}1\Omega$ 所在支路后剩下有源二端网络的戴维南等效电路。

（a）求开路电压 $\dot{U}_{OC}$。此时电路如解 7-24（a1）所示，根据 KVL 可得

$$\dot{U}_{OC}=5\cdot\frac{\mathrm{j}12}{4+\mathrm{j}3}-\mathrm{j}10+2\times 2\times 5\cdot\frac{\mathrm{j}12}{4+\mathrm{j}3}$$
$$=\frac{\mathrm{j}300}{4+\mathrm{j}3}-\mathrm{j}10=\frac{30+\mathrm{j}260}{4+\mathrm{j}3}=52.9\angle 46.5^\circ\mathrm{V}$$

（b）求等效阻抗 Z_O。将解图 7-24（a1）电路中的独立源置零，得电路如解图 7-24（a2）所示。为求该含受控源的二端网络的等效阻抗 Z_O，设端口电压和电流向量分别为 $\dot{U}$ 和 $\dot{I}$。根据 KVL 可得

$$\dot{U}=\frac{\mathrm{j}12}{4+\mathrm{j}3}\dot{I}+2\left(\dot{I}+2\cdot\frac{\mathrm{j}12}{4+\mathrm{j}3}\dot{I}\right)$$
$$=\frac{8+\mathrm{j}66}{4+\mathrm{j}3}\dot{I}$$



解图 7-24

故
$$Z_O = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{8+j66}{4+j3} = 13.3\angle 46.19°\Omega$$

(c) 求所求电流向量 $\dot{I}$。此时电路如解图 7-24（a3）所示，由图可得

$$\dot{I} = \frac{52.9\angle 46.5°}{13.3\angle 46.19 - j1} \approx 4.2\angle 3.1°\text{A}$$

(3) 用叠加定理求 $\dot{I}$

(a) 先求电流源单独作用时，该支路电流 $\dot{I}'$，此时电路如解图 7-24（b1）所示。解图 7-24（b1）可等效为解图 7-24（b2）所示电路，由 KVL 可得

$$\dot{U}_1' = \dot{I}'(-j1+2) - 4\dot{U}_1'$$

又
$$\dot{U}_1' = \frac{j60}{4+j3} - \frac{j12}{4+j3}\dot{I}'$$

联立求解得
$$\dot{I}' = \frac{j300}{11+j62}$$

(b) 求电压源单独作用时该支路电流 $\dot{I}''$。此时电路如解图 7-24 (b3) 所示。由 KVL、KCL 可得

$$10\angle 90^\circ = 2\cdot(2\dot{U}_1''-\dot{I}'')+\mathrm{j}1\dot{I}''+\dot{U}_1''$$

又 $$\dot{U}_1''=-\frac{\mathrm{j}12}{4+\mathrm{j}3}\dot{I}''$$

联立求解得 $$\dot{I}''=\frac{\mathrm{j}40-30}{-11-\mathrm{j}62}=\frac{30-\mathrm{j}40}{11+\mathrm{j}62}$$

当 $5\angle 0^\circ$A 电流源和 $10\angle 90^\circ$V 电压源共同作用时，由叠加定理可得

$$\dot{I}=\dot{I}'+\dot{I}''=\frac{\mathrm{j}300}{11+\mathrm{j}62}+\frac{30-\mathrm{j}40}{11+\mathrm{j}62}=\frac{30+\mathrm{j}260}{11+\mathrm{j}62}\approx 4.16\angle 3.46^\circ\mathrm{A}$$

7-25 已知并联参考方向下的无源二端网络的端口电压 $u(t)$，电流 $i(t)$ 分别为

(1) $u(t)=20\cos 314t\mathrm{V}$，$i(t)=0.3\cos 314t\mathrm{A}$；

(2) $u(t)=10\cos(100t+70^\circ)\mathrm{V}$，$i(t)=2\cos(100t+40^\circ)\mathrm{A}$；

(3) $u(t)=10\cos(100t+20^\circ)\mathrm{V}$，$i(t)=2\cos(100t+50^\circ)\mathrm{A}$。

试求各种情况下的 P、Q 和 S。

解：(1) 由已知条件可得端口电压、电流向量分别为

$$\dot{U}=10\sqrt{2}\angle 0^\circ\mathrm{V},\quad \dot{I}=\frac{0.3}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\mathrm{A}$$

因此 $$\tilde{S}=\dot{U}\overset{*}{I}=10\sqrt{2}\angle 0^\circ\cdot\frac{0.3}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ=3\angle 0^\circ=3\mathrm{VA}$$

故 $$P=3\mathrm{W},\quad Q=0\mathrm{Var},\quad S=3\mathrm{VA}$$

(2) 由已知条件可得端口电压、电流向量分别为

$$\dot{U}=5\sqrt{2}\angle 70^\circ\mathrm{V},\quad \dot{I}=\sqrt{2}\angle 40^\circ\mathrm{A}$$

因此 $$\tilde{S}=\dot{U}\overset{*}{I}=5\sqrt{2}\angle 70^\circ\cdot\sqrt{2}\angle -40^\circ=10\angle 30^\circ=8.66+\mathrm{j}5\mathrm{VA}$$

故 $$P=\mathrm{Re}[\tilde{S}]=8.66\mathrm{W},\quad Q=I_m[\tilde{S}]=5\mathrm{Var},\quad S=|\tilde{S}|=10\mathrm{VA}$$

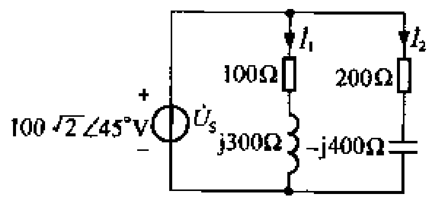
(3) 由题意可得端口电压、电流向量分别为

$$\dot{U}=5\sqrt{2}\angle 20^\circ\mathrm{V},\quad \dot{I}=\sqrt{2}\angle 50^\circ\mathrm{A}$$

因此 $$\tilde{S}=\dot{U}\overset{*}{I}=5\sqrt{2}\angle 20^\circ\cdot\sqrt{2}\angle -50^\circ=10\angle -30^\circ=8.66-\mathrm{j}5\mathrm{VA}$$

故 $$P=\mathrm{Re}[\tilde{S}]=8.66\mathrm{W},\quad Q=I_m[\tilde{S}]=-5\mathrm{Var},\quad S=|\tilde{S}|=10\mathrm{VA}$$

7-26 试求题图 7-26 所示电路中元件 R、L、C 吸收的有功功率、无功功率及电源提供的功率。



题图 7-26

解：设题图 7-26 所示电路中各支路电流的参考方向如图所示，则由欧姆定律的向量形式得

$$\dot{I}_1=\frac{100\sqrt{2}\angle 45^\circ}{100+\mathrm{j}300}=0.4-\mathrm{j}0.2=\frac{\sqrt{5}}{5}\angle -26.6^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_2=\frac{100\sqrt{2}\angle 45^\circ}{200-\mathrm{j}400}=\frac{\sqrt{10}}{10}\angle 108.4^\circ\mathrm{A}$$

又因为 $\tilde{S}_1=\dot{U}_S\overset{*}{I}_1=100\sqrt{2}\angle 45^\circ\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}\angle +26.6^\circ=62.2\angle 71.6^\circ=19.6+\mathrm{j}59\mathrm{VA}$

$$\tilde{S}_2=\dot{U}_S\overset{*}{I}_2=100\sqrt{2}\angle 45^\circ\cdot\frac{\sqrt{10}}{10}\angle -108.4^\circ=20\sqrt{5}\angle -63.4^\circ=20-\mathrm{j}40\mathrm{VA}$$

故 $P_{100\Omega}=\mathrm{Re}[\tilde{S}_1]=19.6\mathrm{W}$，$Q_{100\Omega}=0\mathrm{Var}$，$P_L=0\mathrm{W}$，$Q_L=I_m[\tilde{S}_1]=59\mathrm{Var}$

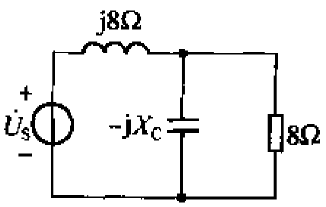
$P_{200\Omega}=\mathrm{Re}[\tilde{S}_2]=20\mathrm{W}$，$Q_{200\Omega}=0\mathrm{Var}$，$P_C=0\mathrm{W}$，$Q_C=I_m[\tilde{S}_2]=-40\mathrm{Var}$

电源提供的功率 $P=P_{100\Omega}+P_{200\Omega}=19.6+20=39.6\mathrm{W}$

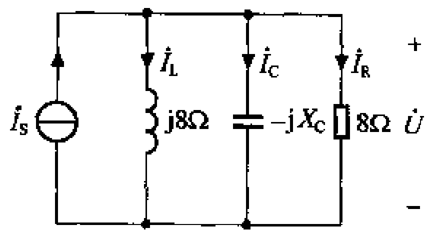
7-27 二端网络如题图 7-27 所示，已知 $\dot{U}_S=50\angle 0^\circ\mathrm{V}$，电源提供的平均功率为 312.5W，试求 X_C 的数值。

解：将题图 7-27 所示电路等效为解图 7-27 所示电路，其中

$$\dot{I}_S=\frac{\dot{U}_S}{\mathrm{j}8}=6.25\angle -90^\circ\mathrm{A}$$



题图 7-27



(a)

解图 7-27

设各支路电压、电流向量的参考方向如解图 7-27 所示。由已知得

$$P=312.5=I_R^2\times 8$$

∴ $I_R=6.25\mathrm{A}$

由 KCL 得 $\dot{I}_S=\dot{I}_C+\dot{I}_L+\dot{I}_R$

所以 $I_S=\sqrt{(I_C-I_L)^2+I_R^2}$

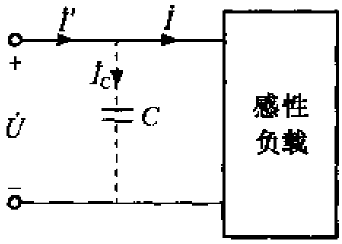
又由以上计算知 $I_S=I_R=6.25\mathrm{A}$

故 $I_C=I_L$

又因为 $I_C=\frac{U}{X_C}$，$I_L=\frac{U}{8}$

所以 $X_C=8\Omega$

7-28 如题图 7-28 所示，已知某感性负载接于电压 220V、频率 50Hz 的交流电源上，其吸收的平均功率为 40W，端口电流 $I=0.66\text{A}$，试求感性负载的功率因数；如欲使电路的功率因数提高到 0.9，问至少需并联多大的电容 C?



题图 7-28

解：由题意可得感性负载的功率因数

$$p_f=\cos\theta_Z=\frac{P}{UI}=\frac{40}{220\times0.66}\approx0.275$$

故感性负载的阻抗角

$$\theta_Z=\arccos0.275=74^\circ$$

并联电容后，设电源输出总电流 $\dot{I}'$ 及电容电流 $\dot{I}_C$ 的参考方向如题图 7-28 所示，则由题意知 $p'_f=0.9$（滞后）

因此 $$I'=\frac{P}{U\cdot p'_f}=\frac{40}{220\times0.9}=0.202\text{A}$$

又由于 $$p'_f=\cos\theta'_Z=0.9(\text{滞后})$$

故并联电容后电路的总的阻抗角 $\theta'_Z=\arccos0.9=25.8^\circ$

选题图 7-28 端口电压为参考向量，设 $\dot{U}=220\angle0^\circ\text{V}$

则由以上计算可得 $$\dot{I}=0.66\angle-74^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}'=0.202\angle-25.8^\circ\text{A}$$

流过电容的电流向量为

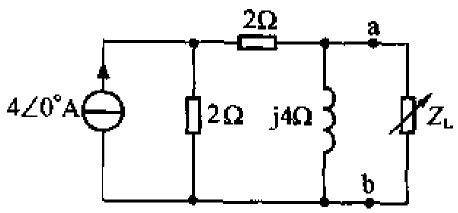
$$\dot{I}_C=\dot{I}'-\dot{I}=0.202\angle-25.8^\circ-0.66\angle-74^\circ\approx\text{j}0.546\text{A}$$

又由于 $I_C=\omega CU$

故 $$C=\frac{I_C}{2\pi fU}=\frac{0.546}{2\times3.14\times50\times220}\approx7.9\mu\text{F}$$

注：分析该类题目应注意抓住一点，即电路改变前后电路吸收的有功功率不变。

7-29 正弦稳态电路如题图 7-29 所示，若 Z_L 可变，试问 Z_L 为何值时可获最大功率？最大功率 P_{max} 为多少？



题图 7-29

解：先求负载以左电路的戴维南等效电路。

(1) 求开路电压 $\dot{U}_{OC}$，此时电路如解图 7-29 (a) 所示，则有

$$\dot{U}_{OC}=4\angle0^\circ\times\frac{2}{2+2+\text{j}4}\times\text{j}4=4\sqrt{2}\angle45^\circ\text{V}$$

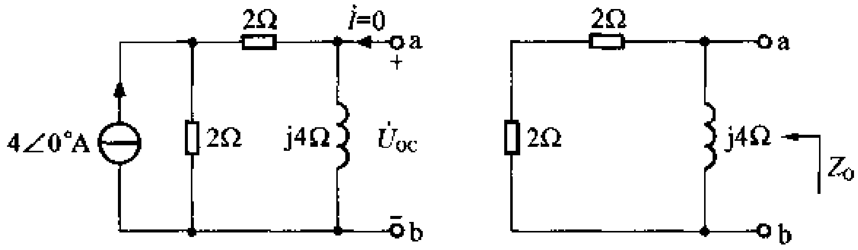
(2) 求等效阻抗 Z_O，此时电路如解图 7-29 (b) 所示，由图可得

$$Z_O=\text{j}4\ /\!/\ (2+2)=2+\text{j}2\Omega$$

根据负载获最大传输功率的条件得：

当 $Z_L=\overset{*}{Z}_O=2-\text{j}2\Omega$ 时可获最大功率，且最大功率为

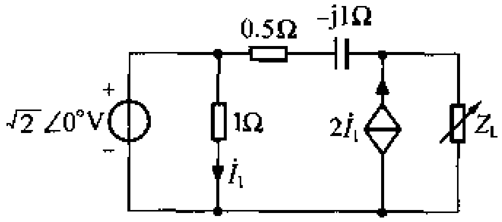
$$P_{L\max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_O}=\frac{(4\sqrt{2})^2}{4\times2}=4\text{W}$$



(a)　　　　　　　　(b)

解图 7-29

7-30　电路如题图 7-30 所示，试求负载 Z_L 为何值时可获最大功率？最大功率 P_{max} 为多少？



题图 7-30

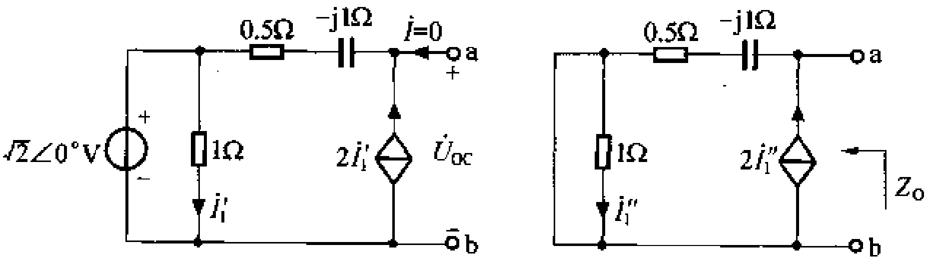
解：先求负载以左电路的戴维南等效电路。

(1) 求去掉负载余下的有源二端网络的开路电压 $\dot{U}_{OC}$，此时电路如解图 7-30 (a) 所示，由 KVL 可得

$$\dot{U}_{OC} = 2\dot{I}'_1(0.5 - \mathrm{j}1) + \sqrt{2}\angle 0°$$

又
$$\dot{I}'_1 = \frac{\sqrt{2}\angle 0°}{1} = \sqrt{2}\angle 0°$$

所以
$$\dot{U}_{OC} = 2\sqrt{2} - \mathrm{j}2\sqrt{2} = 4\angle -45°\mathrm{V}$$



(a)　　　　　　　　(b)

解图 7-30

(2) 求去掉负载后剩下的有源二端网络的等效阻抗 Z_O，此时电路如解图 7-30 (b) 所示。由图可知 $\dot{I}''_1 = 0$，受控电流源 $2\dot{I}''_1$ 可看成开路，所以

$$Z_O = 0.5 - \mathrm{j}1\Omega$$

由负载获最大传输功率的条件知，当 $Z_L = \overset{*}{Z}_O = 0.5 + \mathrm{j}1\Omega$ 时，Z_L 可获最大功率，且最大功率为

$$P_{max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_O}=\frac{4^2}{4\times0.5}=8\text{W}$$

7-31 已知三相电路中星形连接的三相负载每相阻抗 $Z=12+\text{j}16\Omega$，接至对称三相电源，其线电压为 380V。若端线阻抗忽略不计，试求线电流及负载吸收的功率；若将此三相负载改为三角形连接，线电流及负载吸收的功率将变成多少?

解：由题意可知该三相电路为对称三相电路，且负载为星形连接，端线阻抗忽略不计。假设线电压 $\dot{U}_{AB}=380\angle0°\text{V}$，则由对称三相电源星形连接线电压与相电压的关系，得 $\dot{U}_A=\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{U}_{AB}\angle-30°=220\angle-30°\text{V}$，故有相电流

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z}=\frac{220\angle-30°}{12+\text{j}16}=11\angle-83.1°\text{A}$$

因为负载为星形连接，所以线电流等于相电流，即

$$I_l=I_P=11\text{A}$$

又由于每相负载阻抗 $Z=12+\text{j}16=20\angle53.1°\Omega$，负载阻抗的阻抗角 $\theta_Z=53.1°$，故三相负载吸收的功率 $P=3U_PI_P\cos\theta_Z=3\times220\times11\times\cos53.1°=4356\text{W}$

若将此三相负载改为三角形连接，则此时相电流

$$\dot{I}_{AB}=\frac{\dot{U}_{AB}}{Z}=\frac{380\angle0°}{12+\text{j}16}=19\angle-53.1°\text{A}$$

又因为负载为三角形连接，所以线电流的大小为相电流大小的$\sqrt{3}$倍，即

$$I_l=\sqrt{3}I_P=\sqrt{3}\times19=32.9\text{A}$$

三相负载吸收的功率

$$P=\sqrt{3}U_lI_l\cos\theta_Z=\sqrt{3}\times380\times32.9\times\cos53.1°=12996\text{W}$$

7-32 对称三相电路，三相负载作星形连接，各相负载阻抗 $Z=3+\text{j}4\Omega$，设对称三相电源的线电压 $u_{AB}=380\sqrt{2}\cos(314t+60°)\text{V}$，试求各相负载电流的瞬时值表达式。

解：由题意得 $\dot{U}_{AB}=380\angle60°\text{V}$

根据对称三相电路，三相负载作星形连接时其线电压与相电压的关系得

$$\dot{U}_A=\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{U}_{AB}\angle-30°=220\angle30°\text{V}$$

所以 A 相负载电流

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{Z}=\frac{220\angle30°}{3+\text{j}4}=44\angle-23.1°\text{A}$$

根据对三相电路的对称性，可得

$$\dot{I}_B=44\angle-143.1°\text{A}$$

$$\dot{I}_C=44\angle96.9°\text{A}$$

由正弦量与向量之间一一对应关系，得各相负载电流的瞬时值表达式为

$$i_A(t) = 44\sqrt{2}\cos(314t - 23.1°)\text{A}$$

$$i_B(t) = 44\sqrt{2}\cos(314t - 143.1°)\text{A}$$

$$i_C(t) = 44\sqrt{2}\cos(314t + 96.9°)\text{A}$$

7-33　已知三角形连接的对称负载接于对称星形连接的三相电源上，若每相电源相电压为 220V，各相负载阻抗 $Z = 30 + \mathrm{j}40\Omega$，试求负载相电流和线电流的有效值。

解：由于对称三相电源为星形连接，根据星形连接三相电源线电压与相电压的关系，可得

$$U_l = \sqrt{3}U_p = \sqrt{3} \times 220 = 380\text{V}$$

设 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0°\text{V}$，由于对称三相负载为三角形连接，故其相电流

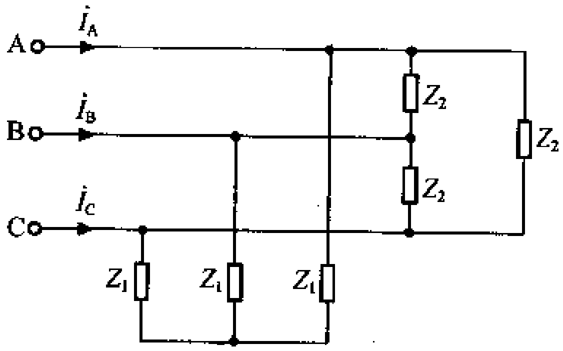
$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \frac{380\angle 0°}{30 + \mathrm{j}40} = 7.6\angle 53.1°\text{A}$$

所以　　$I_p = 7.6\text{A}$

由三角形连接负载线电流与相电流的关系得

$$I_l = \sqrt{3}I_p = \sqrt{3} \times 7.6 = 13.16\text{A}$$

7-34　对称三相电路如题图 7-34 所示，设电源线电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0°\text{V}$，图中负载 $Z_1 = 10 + \mathrm{j}10\Omega$，$Z_2 = 30 + \mathrm{j}30\Omega$，试求线电流 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$ 和 $\dot{I}_C$。



题图 7-34

解：先将题图 7-34 中三角形连接的负载转化为星形连接，由三角形、星形转化关系得 $Z_2' = \frac{1}{3}Z_2 = 10 + \mathrm{j}10\Omega$，其等效电路如解图 7-34 所示。由于 Z_1 与 Z_2' 分别构成星形连接的对称三相负载，它们与电源分别构成对称三相电路，由对称三相电路特点可知 0′与 0″应等电位，故相应的 Z_1 与 Z_2' 应为并联，其等效阻抗

$$Z' = Z_1 \mathbin{/\!/} Z_2' = (10 + \mathrm{j}10) \mathbin{/\!/} (10 + \mathrm{j}10) = 5 + \mathrm{j}5\Omega$$

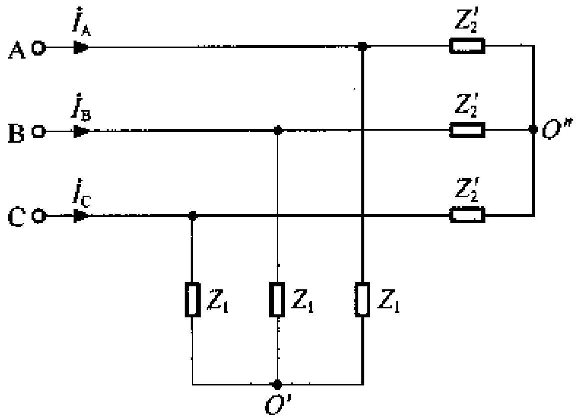
又由于　　$\dot{U}_{AB} = 380\angle 0°\text{V}$

故由星形连接线电压与相电压的关系得

$$\dot{U}_A = \frac{1}{\sqrt{3}}\dot{U}_{AB}\angle -30° = 220\angle -30°\text{V}$$

所以

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z'} = \frac{220\angle -30°}{5 + \mathrm{j}5} = 31\angle -75°\text{A}$$



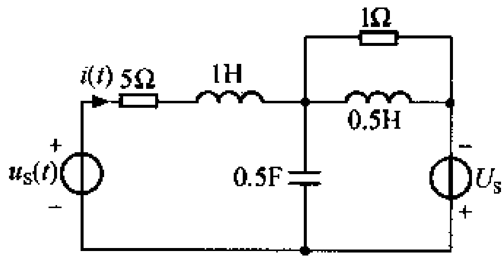
解图 7-34

根据对称三相电路的对称性可得

$$\dot{I}_B = 31\angle 165^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = 31\angle 45^\circ \text{A}$$

7-35 稳态电路如题图 7-35 所示，已知 $U_S = 10\text{V}$，$u_S(t) = 10\cos(2t + 80^\circ)\text{V}$，试求电流 $i(t)$。



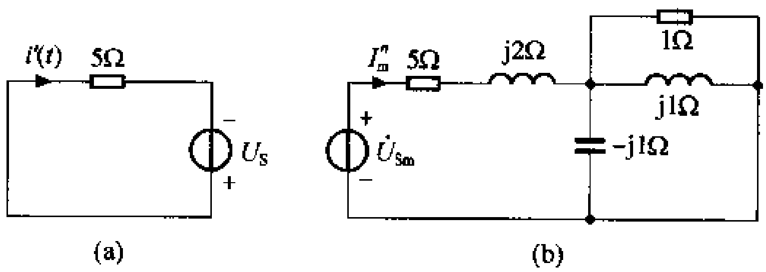
题图 7-35

解：本题利用叠加定理求解。

(1) 先求 $U_S = 10\text{V}$ 单独作用时的电流 $i'(t)$。此时电路如解图 7-35 (a) 所示，由此电路可得

$$i'(t) = \frac{U_S}{5} = \frac{10}{5} = 2\text{A}$$

(2) 用向量分析法求 $u_S(t) = 10\cos(2t + 80^\circ)\text{V}$ 单独作用时的电流分响应 $i''(t)$，此时电路的向量模型如解图 7-35 (b) 所示。其中 $\dot{U}_{Sm} = 10\angle 80^\circ \text{V}$。



解图 7-35

由此电路可得

$$\dot{I}''_m = \frac{\dot{U}_{Sm}}{5+j2+(-j1)\ /\!/\ j1\ /\!/\ 1} = \frac{10\angle 80^\circ}{5+j2+1} = 1.58\angle 61.57^\circ \text{A}$$

故 $\qquad i''(t) = 1.58\cos(2t+61.57^\circ)\text{A}$

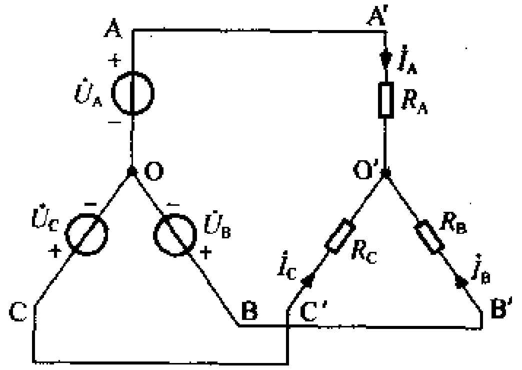
根据叠加定理，可得 U_S 和 $u_S(t)$ 共同作用下的响应为

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = 2 + 1.58\cos(2t+61.57^\circ)\text{A}$$

7-36 若 $R_A = R_B = 5\Omega$，$R_C = 35\Omega$ 的 Y 形负载连接到线电压为 380V 的对称三相电源上，试求各相电流。

解：根据题意，设对称三相电源为星形连接，则作题 7-36 的三相线路如解图 7-36 所示，又因为

$$U_l = 380\text{V}$$



解图 7-36

由于电源为对称三相电源，根据星形连接线电压与相电压关系得

$$U_p = \frac{1}{\sqrt{3}}U_l = 220\text{V}$$

故设 $\qquad \dot{U}_A = U_p\angle 0^\circ = 220\angle 0^\circ\text{V}$

则 $\qquad \dot{U}_B = 220\angle -120^\circ\text{V}$

$$\dot{U}_C = 220\angle 120^\circ\text{V}$$

又由解图 7-36 可得：

$$\dot{U}_{O'O} = \frac{\dfrac{\dot{U}_A}{R_A}+\dfrac{\dot{U}_B}{R_B}+\dfrac{\dot{U}_C}{R_C}}{\dfrac{1}{R_A}+\dfrac{1}{R_B}+\dfrac{1}{R_C}} = \frac{\dfrac{220\angle 0^\circ}{5}+\dfrac{220\angle -120^\circ}{5}+\dfrac{220\angle 120^\circ}{35}}{\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{35}}$$

$$= 44 - j76 = 87.8\angle -60^\circ$$

由 KVL 可得

$$\dot{U}_{A'O'} = \dot{U}_A - \dot{U}_{O'O} = 176 + j76.24 = 191.7\angle 23.3^\circ$$

$$\dot{U}_{B'O'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{O'O} = -154 - j114.5 = 191.9\angle -143.4^\circ$$

$$\dot{U}_{C'O'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{O'O} = -154 + j266.74 = 308\angle 120^\circ$$

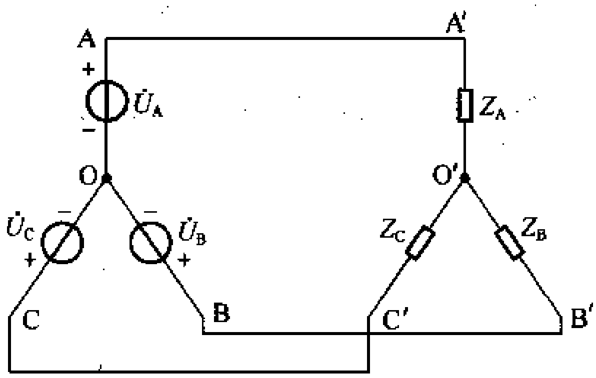
故各相电流分别为

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_{A'O'}}{R_A}=\frac{191.7\angle 23.3^\circ}{5}=38.3\angle 23.3^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_B=\frac{\dot{U}_{B'O'}}{R_B}=\frac{191.9\angle -143.3^\circ}{5}=38.3\angle -143.3^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}_{C'O'}}{R_C}=\frac{308\angle 120^\circ}{35}=8.8\angle 120^\circ\text{A}$$

7-37 每相阻抗 $Z=45+\text{j}20\Omega$ 的对称 Y 形负载连接到线电压为 380V 的对称三相电源上，试求：(1) 正常情况下负载的电压和电流；(2) A 相负载短路后，B、C 两相负载的电压和电流，以及 A 相的线电流；(3) A 相负载开路后，B、C 两相负载的电压和电流，以及 A 相的开路电压。



解图 7-37

解：根据题意，设对称三相电源为 Y 形连接，作题 7-37 电路如解图 7-37 所示。其中 $Z_A=Z_B=Z_C=Z$。

因为电源线电压 $U_l=380\text{V}$，对于对称三相电源，由 Y 形连接线电压与相电压关系得

$$U_p=\frac{1}{\sqrt{3}}U_l=220\text{V}$$

设
$$\dot{U}_A=U_P\angle 0^\circ=220\angle 0^\circ\text{V}$$

则
$$\dot{U}_B=U_P\angle -120^\circ=220\angle -120^\circ\text{V}$$

$$\dot{U}_C=U_P\angle 120^\circ=220\angle 120^\circ\text{V}$$

(1) 正常情况下该电路为对称三相电路，故 $\dot{U}_{OO'}=0$，由 KVL 得

$$\dot{U}_{A'O'}=\dot{U}_A+\dot{U}_{OO'}=220\angle 0^\circ\text{V}$$

$$\dot{U}_{B'O'}=\dot{U}_B+\dot{U}_{OO'}=220\angle -120^\circ\text{V}$$

$$\dot{U}_{C'O'}=\dot{U}_C+\dot{U}_{OO'}=220\angle 120^\circ\text{V}$$

又由欧姆定律得

$$\dot{I}_{A'O'}=\frac{\dot{U}_{A'O'}}{Z_A}=\frac{220\angle 0^\circ}{45+\text{j}20}=4.5\angle -24^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_{B'O'}=\frac{\dot{U}_{B'O'}}{Z_B}=\frac{220\angle -120^\circ}{45+\text{j}20}=4.5\angle -144^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_{C'O'}=\frac{\dot{U}_{C'O'}}{Z_C}=\frac{220\angle 120^\circ}{45+\text{j}20}=4.5\angle 96^\circ\text{A}$$

(2) 若 A 相负载短路，即 $Z_A=0$，由解图 7-37 可知此时

$$\dot{U}_{O'O}=\dot{U}_A-\dot{U}_{A'O'}=\dot{U}_A=220\angle 0^\circ \text{V}$$

B、C 两相负载电压、电流分别为

$$\dot{U}_{C'O'}=\dot{U}_C-\dot{U}_{O'O}=\dot{U}_C-\dot{U}_A=380\angle 150^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{B'O'}=\dot{U}_B-\dot{U}_{O'O}=\dot{U}_B-\dot{U}_A=380\angle -150^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_{B'O'}=\frac{\dot{U}_{B'O'}}{Z_B}=\frac{380\angle -150^\circ}{45+\text{j}20}=7.7\angle -174^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{C'O'}=\frac{\dot{U}_{C'O'}}{Z_C}=\frac{380\angle 150^\circ}{45+\text{j}20}=7.7\angle 126^\circ \text{A}$$

由 KCL 得 A 相电流：　$\dot{I}_{A'O'}=-\dot{I}_{B'O'}-\dot{I}_{C'O'}=13.3\angle -23.96^\circ \text{A}$

故 A 相线电流　$\dot{I}_{AA'}=\dot{I}_{A'O'}=13.3\angle -23.96^\circ \text{A}$

(3) 若 A 相负载开路，即 $Z_A=\infty$，由解图 7-37 可知此时

$$\dot{U}_{O'O}=\frac{\dfrac{\dot{U}_B}{Z_B}+\dfrac{\dot{U}_C}{Z_C}}{\dfrac{1}{Z_B}+\dfrac{1}{Z_C}}=\frac{\dot{U}_B+\dot{U}_C}{2}=110\angle -120^\circ+110\angle 120^\circ=-110\text{V}$$

B、C 两相负载的电压和电流分别为

$$\dot{U}_{B'O'}=\dot{U}_B-\dot{U}_{O'O}=220\angle -120^\circ+110=190.5\angle -90^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'O'}=\dot{U}_C-\dot{U}_{O'O}=220\angle 120^\circ+110=190.5\angle 90^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_{B'O'}=\frac{\dot{U}_{B'O'}}{Z_B}=\frac{190.5\angle -90^\circ}{45+\text{j}20}=3.9\angle -114^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{C'O'}=\frac{\dot{U}_{C'O'}}{Z_C}=\frac{190.5\angle 90^\circ}{45+\text{j}20}=3.9\angle 66^\circ \text{A}$$

由 KVL 得此时 A 相的开路电压为

$$\dot{U}_{A'O'}=\dot{U}_A-\dot{U}_{O'O}=220\angle 0^\circ+110=330\text{V}$$

7-38　不对称 Δ 形连接负载的三相电路中，已知相电流 $\dot{I}_{AB}=10\angle -120^\circ \text{A}$ 和线电流 $\dot{I}_B=15\angle 30^\circ \text{A}$，$\dot{I}_C=15\angle 120^\circ \text{A}$，试求其余的相电流和线电流。

解：根据题意作题 7-38 的电路如解图 7-38 所示。

由 KCL 得

线电流　$\dot{I}_A=-\dot{I}_B-\dot{I}_C=-15\angle 30^\circ-15\angle 120^\circ$

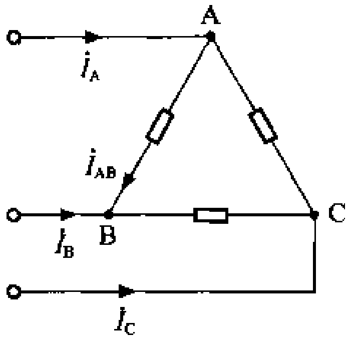
$$=-7.5\sqrt{3}-\text{j}7.5+7.5-\text{j}7.5\sqrt{3}=21.2\angle -105^\circ \text{A}$$

相电流　$\dot{I}_{BC}=\dot{I}_B+\dot{I}_{AB}=15\angle 30^\circ+10\angle -120^\circ$

$$=7.5\sqrt{3}+\text{j}7.5-5-\text{j}5\sqrt{3}=8.08\angle -8.25^\circ \text{A}$$

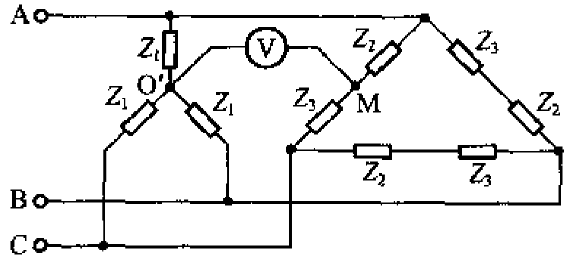
$$\dot{I}_{CA}=\dot{I}_C+\dot{I}_{BC}=15\angle 120^\circ+8.08\angle -8.25^\circ$$

$$=-7.5+\text{j}7.5\sqrt{3}+8-\text{j}1.16=11.8\angle 87.6^\circ \text{A}$$



解图 7-38

7-39 题图 7-39 所示三相电路中，$Z_1=10+\mathrm{j}16\Omega$，$Z_2=2+\mathrm{j}3\Omega$，$Z_3=3+\mathrm{j}21\Omega$，已知三相电源是对称的，线电压为 380V。试求电压表读数（电压表内阻无限大）。



题图 7-39

解：根据题意设 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0°\mathrm{V}$，由对称三相电源的对称性得

$$\dot{U}_{CA}=380\angle 120°\mathrm{V}$$

又由串联阻抗的分压公式得

$$\dot{U}_{MA}=\dot{U}_{CA}\cdot\frac{Z_2}{Z_2+Z_3}=380\angle 120°\cdot\frac{2+\mathrm{j}3}{2+\mathrm{j}3+3+\mathrm{j}21}$$
$$=55.8\angle 98.1°\mathrm{V}$$

又由于 Z_1 构成的 Y 形连接的对称三相负载与对称三相电源相连，构成对称三相电路，

故 $$\dot{U}_{AO'}=\frac{1}{\sqrt{3}}\dot{U}_{AB}\angle -30°=220\angle -30°\mathrm{V}$$

由 KVL 可得

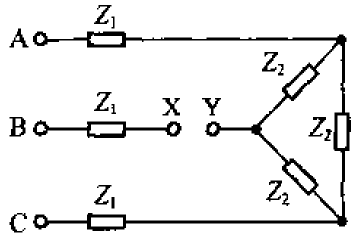
$$\dot{U}_{O'M}=-\dot{U}_{AO'}-\dot{U}_{MA}=-220\angle -30°-55.8\angle 98.1°=190.7\angle 163.3°\mathrm{V}$$

故电压表读数为 190.7V。

7-40 题图 7-40 所示三相电路中，$Z_1=2+\mathrm{j}6\Omega$，$Z_2=30+\mathrm{j}6\Omega$，已知三相电源是对称的，线电压为 380V。试求图中 X、Y 两点的电压。

解：设对称三相电源的线电压 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0°\mathrm{V}$，$\dot{U}_{CA}=380\angle 120°\mathrm{V}$

则由对称电路的对称性得 $\dot{U}_{YA}=\frac{1}{2}\dot{U}_{CA}=190\angle 120°\mathrm{V}$



题图 7-40

由 KVL 得　　$\dot{U}_{XY} = -\dot{U}_{AB} - \dot{U}_{YA}$

$$= -380\angle 0° - 190\angle 120° = 329.1\angle -150°\text{V}$$

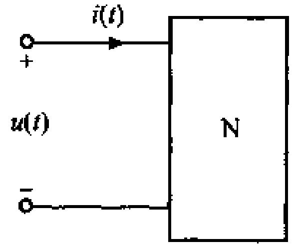
故 X、Y 两点的电压为 329.1V。

7-41　题图 7-41 所示二端网络 N 的端口电流、电压分别为

$$i(t) = 5\cos t + 2\cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)\text{A}$$

$$u(t) = 3 + \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3t - \frac{\pi}{3}\right)\text{V}$$

试求网络吸收的平均功率。



题图 7-41

解： 该网络吸收的平均功率为

$$P = U_0 I_0 + \sum_{n=1}^{3} U_n I_n \cos\theta_n$$

$$= 3\times 0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{5\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\times 0$$

$$= 0$$

7-42　已知流过 2Ω 电阻的电流

$$i(t) = 2 + 2\sqrt{2}\cos t + \sqrt{2}\cos(2t + 30°)\text{A}$$

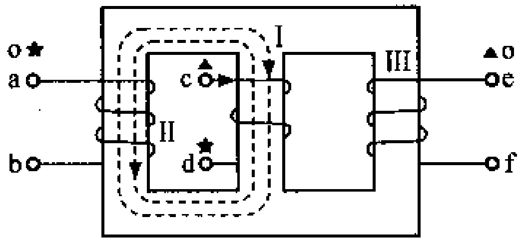
试求电阻消耗的平均功率。

解： 电阻消耗的平均功率为：

$$P = I_0^2 R + I_1^2 R + I_2^2 R = 2^2\times 2 + 2^2\times 2 + 1^2\times 2 = 18\text{W}$$

第 8 章　耦合电感和变压器电路分析

8-1　试标出题图 8-1 所示耦合线圈的同名端。



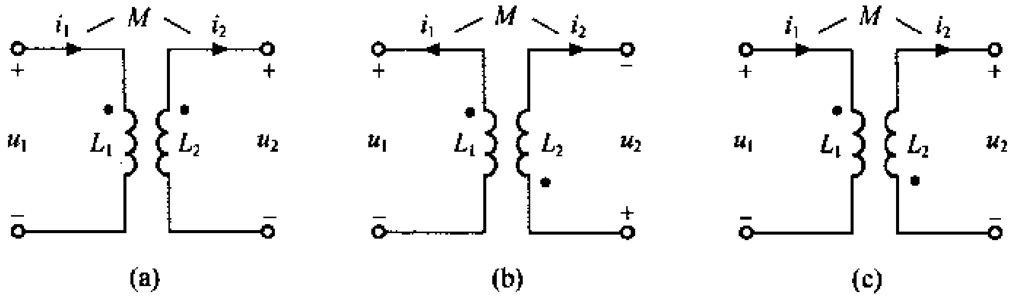
题图 8-1

解： ① 设电流分别从 a、c 流入线圈，如题图 8-1 所示。利用右手螺旋法则，线圈 Ⅰ 与 Ⅱ 自磁链与互磁链方向相反，则 a 与 d 是同名端；

② 设电流分别从 c、e 流入线圈，同上利用右手螺旋法则可判断 c、e 是同名端；

③ 同理可知 a、e 是同名端。

8-2　写出题图 8-2 各耦合电感的伏安关系。



题图 8-2

解：（a）耦合电感各线圈电压分别为

$$\begin{cases} u_1 = u_{L1} + u_{M1} \\ u_2 = u_{L2} + u_{M2} \end{cases}$$

因为 u_1 与 i_1 关联，故 $u_{L1} = L_1\dfrac{di_1}{dt}$；$u_1$ 的"+"极性端与产生 u_{M1} 的电流 i_2 流入端为异名端，故 $u_{M1} = -M\dfrac{di_2}{dt}$。

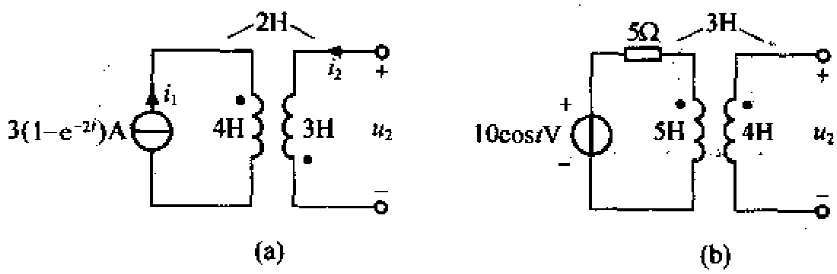
因为 u_2 与 i_2 非关联，故 $u_{L2}=-L_2\dfrac{di_2}{dt}$；$u_2$ 的"+"极性端与产生 u_{M2} 的电流 i_1 流入端为同名端，故 $u_{M2}=M\dfrac{di_1}{dt}$。

因此，$\begin{cases} u_1=L_1\dfrac{di_1}{dt}-M\dfrac{di_2}{dt} \\ u_2=-L_2\dfrac{di_2}{dt}+M\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$

（b）同上，可得 $\begin{cases} u_1=-L_1\dfrac{di_1}{dt}+M\dfrac{di_2}{dt} \\ u_2=L_2\dfrac{di_2}{dt}-M\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$

（c）同上，可得 $\begin{cases} u_1=L_1\dfrac{di_1}{dt}+M\dfrac{di_2}{dt} \\ u_2=-L_2\dfrac{di_2}{dt}-M\dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$

8-3　试求题图 8-3 中的电压 u_2。

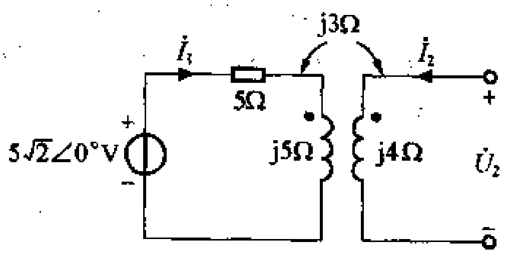


题图 8-3

(a) 解：因为 $i_2=0$，$i_1=3(1-e^{-2t})$A，所以

$$u_2=3\cdot\frac{di_2}{dt}-2\frac{di_1}{dt}=-2\cdot\frac{d[3(1-e^{-2t})]}{dt}=-12e^{-2t}\text{V}$$

(b) 解：做题图 8-3（b）的向量模型，如解图 8-3（b）所示。



解图 8-3（b）

因为 $\dot{I}_2=0$，所以

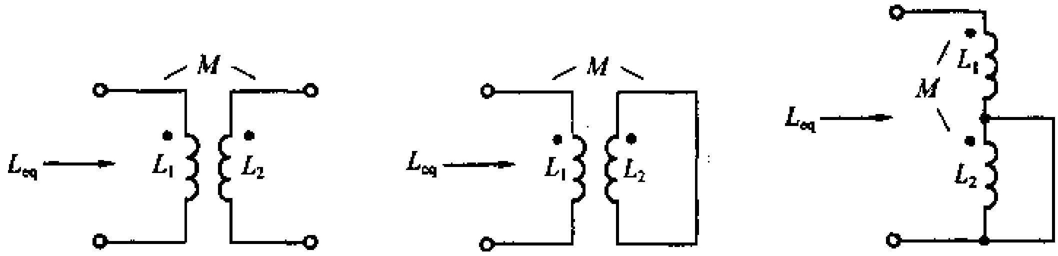
$$\dot{I}_1(5+j5)=5\sqrt{2}\angle 0°$$

即
$$\dot{I}_1=\frac{5\sqrt{2}}{5+j5}=1\angle -45°\text{A}$$

故
$$\dot{U}_2=j3\dot{I}_1=3\angle 45°\text{V}$$

因此 $$u_2(t)=3\sqrt{2}\cos(t+45^\circ)\text{V}。$$

8-4 耦合电感$L_1=6\text{H}$，$L_2=4\text{H}$，$M=2\text{H}$，试求题图8-4中三种连接时的等效电感L_{eq}。

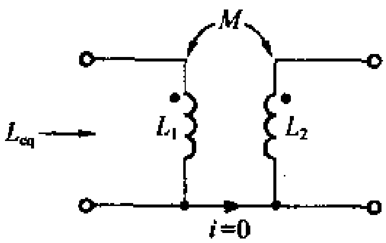


(a) (b) (c)

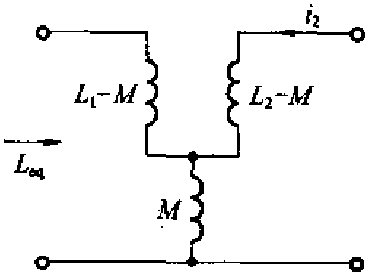
题图 8-4

(a) 解：题图8-4（a）可等效为解图8-4（a）-（1）（因为$i=0$），由此图可知L_1、L_2为耦合电感的三端连接，去耦等效如解图8-4（a）-（2），因为$i_2=0$，所以L_1-M与M为串联，则

$$L_{eq}=L_1-M+M=L_1=6\text{H}$$



解图 8-4（a）-（1）



解图 8-4（a）-（2）

(b) 解：同（a）可知L_1与L_2为三端连接，去耦等效如解图8-4（b），则

$$L_{eq}=(L_1-M)+M\,/\!/\,(L_2-M)$$

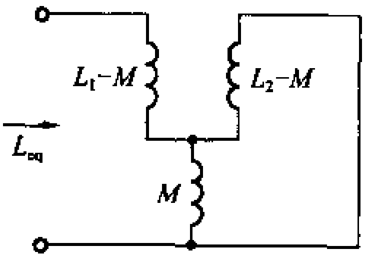
$$=L_1-M+\frac{M(L_2-M)}{L_2-M+M}=5\text{H}$$

(c) 解：由题图8-4（c）可知，L_1、L_2是耦合电感三端连接，去耦等效如解图8-4（c）所示，因为$L_1+M=8\text{H}$，$L_2+M=6\text{H}$，$-M=-2\text{H}$，则

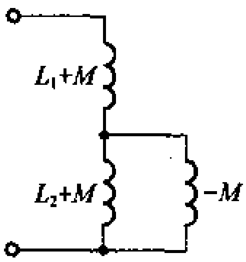
$$L_{eq}=(L_1+M)+(L_2+M)\,/\!/\,(-M)$$

$$=8+6\,/\!/\,(-2)$$

$$=5\text{H}$$

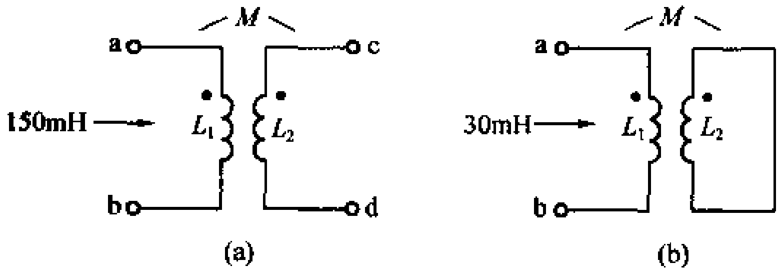


解图 8-4（b）



解图 8-4（c）

8-5　已知耦合电感作题图 8-5 所示连接时，其 ab 端的等效电感分别为 150mH 和 30mH，试求该耦合电感的耦合系数 K。



题图 8-5

解：同 8-4（a），可知由题图 8-5（a）得 $L_1=150\text{mH}$；同 8-4（b），可知由题图 8-5（b）得

$$30\text{mH}=(L_1-M)+\frac{M(L_2-M)}{L_2-M+M}$$

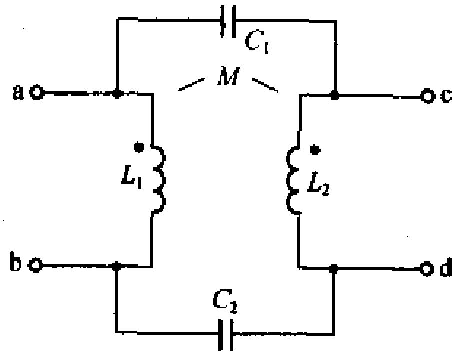
$$=L_1-M+M-\frac{M^2}{L_2}=L_1-\frac{M^2}{L_2}$$

将 $L_1=150\text{mH}$ 代入上式，得 $\frac{M^2}{L_2}=120\text{mH}$

$$K=\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}\Rightarrow K^2=\frac{M^2}{L_1L_2}=\frac{120}{150}=0.8$$

所以 $K=\sqrt{0.8}$

8-6　电路如题图 8-6 所示，$\omega=10^3\text{rad/s}$，$L_1=L_2=1\text{H}$，$M=0.5\text{H}$，$C_1=C_2=1\mu\text{F}$，试求 Z_{ab} 和 Z_{ad}。



题图 8-6

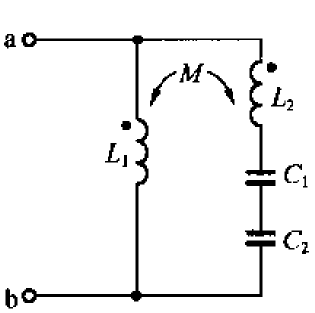
解：(a) 求 Z_{ab} 时，电路可改画为解图 8-6（a）-（1），去耦等效为解图 8-6（a）-（2）。

由图可知　$$Z_{ab}=\text{j}\omega M+\text{j}\omega(L_1-M)\ /\!/\ \left[\text{j}\omega(L_2-M)+\frac{1}{\text{j}\omega C_1}+\frac{1}{\text{j}\omega C_2}\right]$$

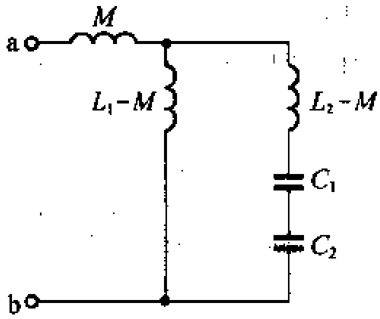
$$=\text{j}500+\text{j}500\ /\!/\ [\text{j}500-\text{j}1000-\text{j}1000]$$

$$=\text{j}500+\text{j}750$$

$$=\text{j}1250\Omega$$



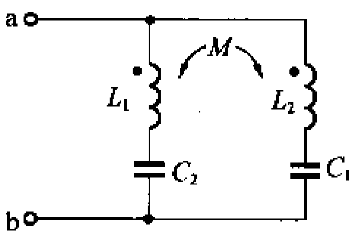
解图 8-6（a）-（1）



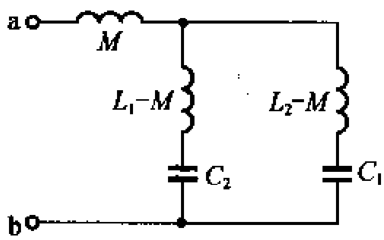
解图 8-6（a）-（2）

（b）求 Z_{ad} 时，电路可改画为解图 8-6（b）-（1），去耦等效为解图 8-6（b）-（2）。

由图可知，
$$Z_{ad}=\mathrm{j}\omega M+\left[\mathrm{j}\omega(L_1-M)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}\right]/\!/\left[\mathrm{j}\omega(L_2-M)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}\right]$$
$$=\mathrm{j}500+[\mathrm{j}500-\mathrm{j}1000]/\!/[\mathrm{j}500-\mathrm{j}1000]$$
$$=\mathrm{j}500-\mathrm{j}250$$
$$=\mathrm{j}250\Omega$$

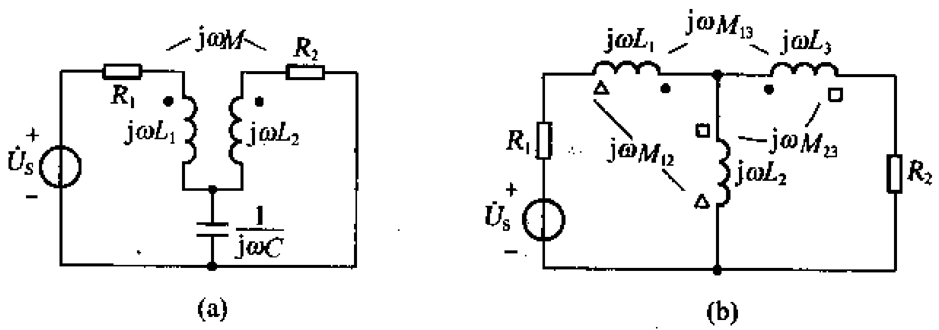


解图 8-6（b）-（1）



解图 8-6（b）-（2）

8-7 试列写题图 8-7 所示正弦稳态电路的网孔方程。



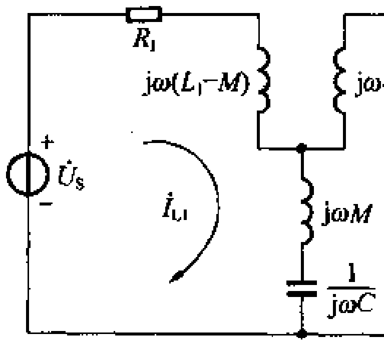
题图 8-7

(a) 解：对题图 8-7（a）去耦等效得解图 8-7（a），设网孔电流为 $\dot{I}_{L1}$、$\dot{I}_{L2}$，则得网孔方程

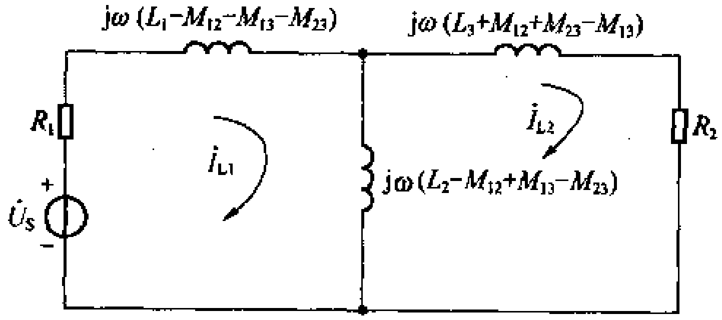
$$\begin{cases}\left[R_1+\mathrm{j}\omega(L_1-M)+\mathrm{j}\omega M+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right]\dot{I}_{L1}-\left(\mathrm{j}\omega M+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{I}_{L2}=\dot{U}_S\\-\left(\mathrm{j}\omega M+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{I}_{L1}+\left[R_2+\mathrm{j}\omega(L_2-M)+\mathrm{j}\omega M+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right]\dot{I}_{L2}=0\end{cases}$$

(b) 解：对题图 8-7（b）所示电路两两去耦等效得解图 8-7（b）。

设网孔电流为 $\dot{I}_{L1}$、$\dot{I}_{L2}$，则得网孔方程



解图 8-7（a）

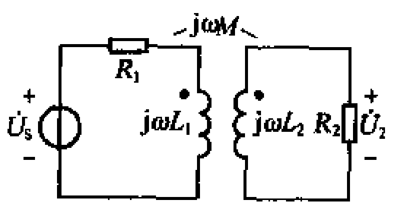


解图 8-7（b）

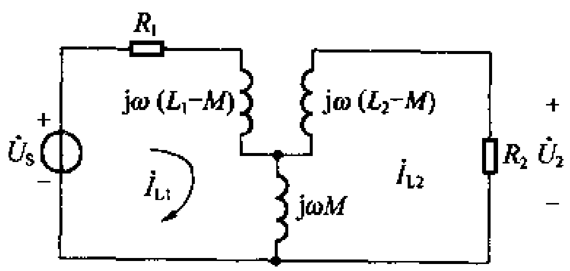
$$\begin{cases}[R_1+\mathrm{j}\omega(L_1-M_{12}-M_{13}-M_{23})+\mathrm{j}\omega(L_2-M_{12}+M_{13}+M_{23})] \\ \qquad \dot{I}_{L1}-\mathrm{j}\omega(L_2-M_{12}+M_{13}+M_{23})\dot{I}_{L2}=\dot{U}_S \\ -\mathrm{j}\omega(L_2-M_{12}+M_{13}+M_{23})\dot{I}_{L1}+[R_2+\mathrm{j}\omega(L_3+M_{12}+M_{23}-M_{13}) \\ \qquad +\mathrm{j}\omega(L_2-M_{12}+M_{13}+M_{23})]\dot{I}_{L2}=0\end{cases}$$

8-8　在题图 8-8 所示电路中，已知 $R_1=R_2=10\Omega$，$\omega L_1=30\Omega$，$\omega L_2=20\Omega$，$\omega M=20\Omega$，$\dot{U}_S=100\angle 0°\mathrm{V}$。试求电压向量 $\dot{U}_2$。

解： 同 8-4（a）可知 L_1、L_2 是三端连接耦合电感，去耦等效如解图 8-8 所示。



题图 8-8



解图 8-8

利用网孔法，设网孔电流 $\dot{I}_{L1}$、$\dot{I}_{L2}$ 可列方程

$$\begin{cases}[R_1+\mathrm{j}\omega(L_1-M)+\mathrm{j}\omega M]\dot{I}_{L1}-\mathrm{j}\omega M\dot{I}_{L2}=\dot{U}_S \\ -\mathrm{j}\omega M\dot{I}_{L2}+[R_2+\mathrm{j}\omega(L_2-M)+\mathrm{j}\omega M]\dot{I}_{L2}=0\end{cases}$$

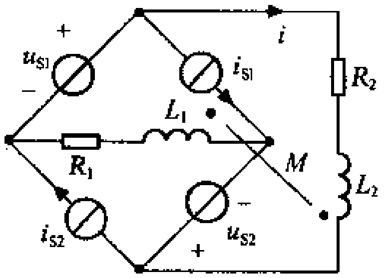
将参数代入上式，有

$$\begin{cases}(10+j30)\dot{I}_{L1}-j20\dot{I}_{L2}=100\angle 0^\circ\\ -j20\dot{I}_{L1}+(10+j20)\dot{I}_{L2}=0\end{cases}$$

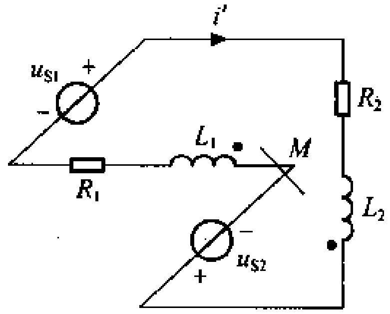
解得
$$\dot{I}_{L2}=3.92\angle-11.3^\circ\text{A}$$
$$\dot{U}_2=R\dot{I}_{L2}=39.2\angle-11.3^\circ\text{V}$$

8-9 在题图 8-9 所示电路中，已知 $R_1=R_2=20\Omega$，$L_1=30\text{mH}$，$L_2=20\text{mH}$，$M=10\text{mH}$，$u_{S1}=2\cos 10^3 t\text{V}$，$u_{S2}=\cos 10^3 t\text{V}$，$i_{S1}=80\cos(10^3 t-45^\circ)\text{mA}$，$i_{S2}=44.5\cos(10^3 t-45^\circ)\text{mA}$，试求电流 i。

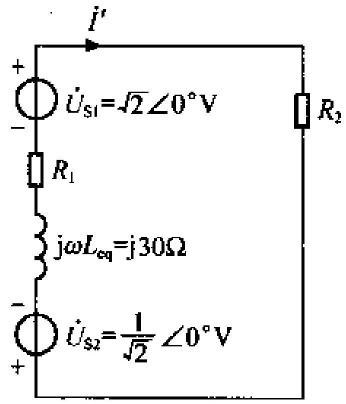
解：利用叠加定理，当电压源单独作用时，电路等效为解图 8-9（1）。由图可知 L_1、L_2 为串联耦合电感，等效电感 $L_{eq}=L_1+L_2-2M=30\text{mH}$，做其去耦等效的向量模型如解图 8-9（2），得



题图 8-9



解图 8-9（1）



解图 8-9（2）

$$\dot{I}'=\frac{\dot{U}_{S1}-\dot{U}_{S2}}{R_1+R_2+j\omega L_{eq}}$$
$$=\frac{0.707}{40+j30}$$

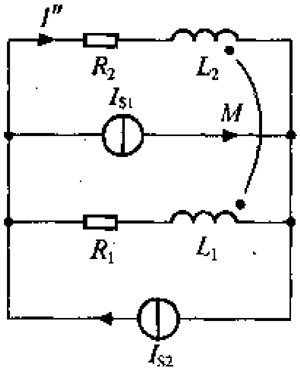
当电流源单独作用时，电路等效为解图 8-9（3）。由图可知 L_1、L_2 为三端连接耦合电感，其去耦等效电路向量模型如解图 8-9（4）所示，得

$$\dot{I}''=(\dot{I}_{S2}-\dot{I}_{S1})\cdot\frac{R_1+j\omega(L_1-M)}{R_2+j\omega(L_2-M)+R_1+j\omega(L_1-M)}$$
$$=\left(\frac{44.5}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ-\frac{80}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\right)\cdot\frac{20+j20}{40+j30}\times 10^{-3}$$
$$=\frac{-0.707}{40+j30}$$

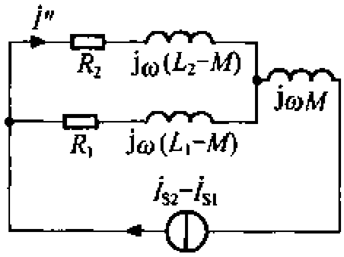
所以当电压源、电流源同时作用时

$$\dot{I}=\dot{I}'+\dot{I}''=0$$

即
$$i(t)=0\text{A}$$



解图 8-9 (3)

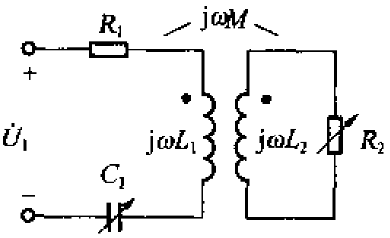


解图 8-9 (4)

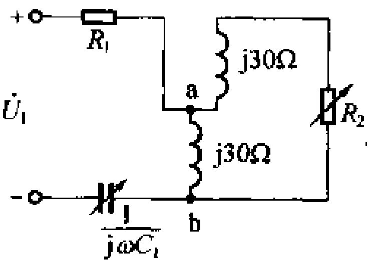
8-10　耦合电感如图 8-10 所示，已知 $R_1 = 7.5\Omega$，$\omega L_1 = 30\Omega$，$\omega L_2 = 60\Omega$，$\omega M = 30\Omega$，输入电压 $\dot{U}_1$ 的频率为 10kHz，假若电阻 R_2 及电容 C_1 可调，试求当 R_2 及 C_1 为何值时，R_2 可获得最大功率。

解：$\omega = 2\pi f = 2\times 3.14\times 10\times 10^3 = 6.28\times 10^4\,\text{rad/s}$。题图 8-10 所示电路可看作是三端连接的耦合电感，其去耦等效电路如解图 8-10 所示。由图可知，a、b 以左电路的等效阻抗

$$Z_o = \left(R_1 - \frac{1}{j\omega C_1}\right) /\!/ \, j30$$



题图 8-10



解图 8-10

令 $\dfrac{1}{\omega C_1} = x$，则有

$$Z_o = (R_1 - jx) /\!/ \, j30$$

$$= \frac{30^2 \cdot R_1 + j[30R_1^2 - 30^2 x + 30x^2]}{R_1^2 + (30 - x)^2} \qquad ①$$

当 $R_2 = Z_o + j30$ 时可获得最大功率，代入①式得

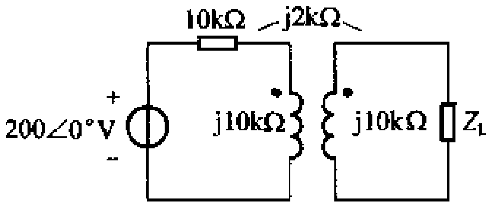
$$\frac{j(30R_1^2 - 30^2 x + 30x^2)}{R_1^2 + (30 - x)^2} + j30 = 0 \quad 解得\ x = 22.5\Omega \qquad ②$$

$$R_2 = \frac{30^2 - R_1}{R_1^2 + (30 - x)^2} = 60\Omega$$

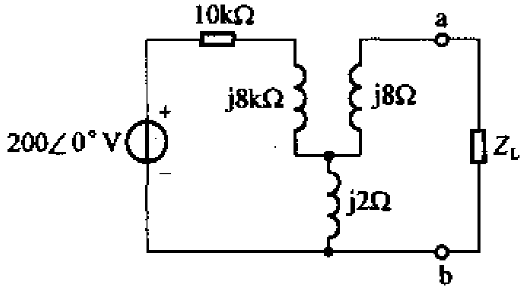
由② $x = \dfrac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \dfrac{1}{\omega X} = \dfrac{1}{6.28\times 10^4\times 22.5} = 0.707\mu\text{F}$

8-11　在题图 8-11 所示电路中，试求 Z_L 为多大时可获得最大功率，以及它获得的最大功率为多少。

解：题图 8-11 中耦合电感可看做三端连接，去耦等效为解图 8-11。



题图 8-11



解图 8-11

求 a、b 以左部分戴维南等效电路：

$$\dot{U}_{OC} = 200\angle 0^\circ \times \frac{j2\times 10^3}{(10+j8+j2)\times 10^3}$$
$$= 20\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{V}$$
$$Z_o = j8 + j2 \,/\!/\, (10+j8)$$
$$= (0.2 + j9.8)\text{k}\Omega$$

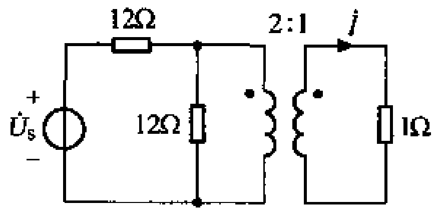
所以当 $Z_L = \overset{*}{Z}_o = (0.2 - j9.8)\text{k}\Omega$ 时，获得最大功率，且

$$P_{Lmax} = \frac{U_{OC}^2}{4R_O} = \frac{(20\sqrt{2})^2}{4\times 0.2\times 10^3} = 1\text{W}$$

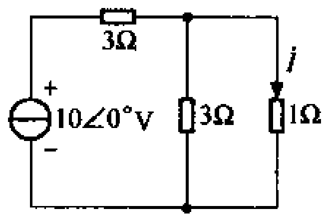
8-12 在题图 8-12 所示电路中，已知 $\dot{U}_S = 20\angle 0^\circ\text{V}$，试求电流向量 $\dot{I}$。

解：把变压器原边的元件依次搬移到副边如解图 8-12，可得

$$\dot{I} = \frac{10\angle 0^\circ}{3+(3\,/\!/\,1)} \times \frac{3}{3+1}$$
$$= 2\angle 0^\circ \text{A}$$



题图 8-12



解图 8-12

8-13 试求题图 8-13 所示正弦稳态电路中的 $u(t)$ 和 $i(t)$。

解：做题图 8-13 的向量模型如解图 8-13，由图可知

$$\dot{U}_1 = 10\angle 0^\circ \text{V}$$
$$\dot{U}_2 = 3\dot{U}_1 = 30\angle 0^\circ \text{V}$$
$$\dot{U} = \dot{U}_2 - \dot{U}_1 = 20\angle 0^\circ \text{V}$$
$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_2}{18} = \frac{5}{3}\angle 0^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{-j8} = \frac{5}{2}\angle 90^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_R + \dot{I}_C = \frac{5}{3} + j\frac{5}{2}\text{A}$$

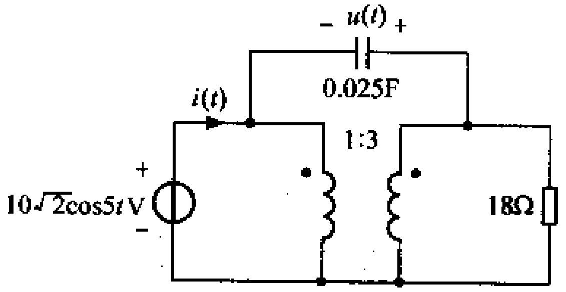
$$\dot{I}_1 = 3\dot{I}_2 = 5 + j\frac{15}{2}\text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 - \dot{I}_C = 5 + j5 = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A}$$

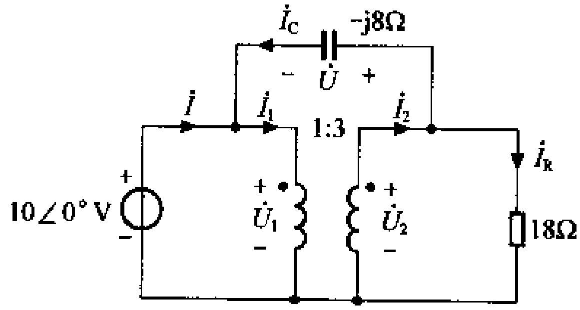
所以

$$u(t) = 20\sqrt{2}\cos 5t \text{V}$$

$$i(t) = 10\cos(5t + 45^\circ)\text{A}$$



题图 8-13



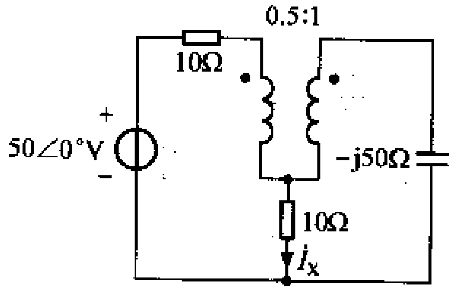
解图 8-13

8-14　试求题图 8-14 所示电路的电流向量 $\dot{I}_X$。

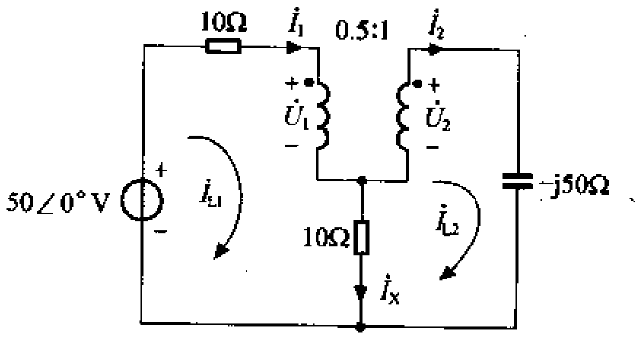
解：设变压器原、副边电压分别为 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$，原、副边电流分别为 $\dot{I}_1$和 $\dot{I}_2$，如解图 8-14所示，则有

$$2\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \quad ①$$

$$\dot{I}_1 = 2\dot{I}_2 \quad ②$$



题图 8-14



解图 8-14

设网孔电流为 $\dot{I}_{L1}$、$\dot{I}_{L2}$，得网孔方程

$$\begin{cases} 20\dot{I}_{L1} - 10\dot{I}_{L2} = 50\angle 0^\circ - \dot{U}_1 \\ -10\dot{I}_{L1} + (10 - j50)\dot{I}_{L2} = \dot{U}_2 \end{cases}$$

将 $\dot{I}_{L1} = \dot{I}_1$、$\dot{I}_{L2} = \dot{I}_2$ 及①、②代入上方程组，可得

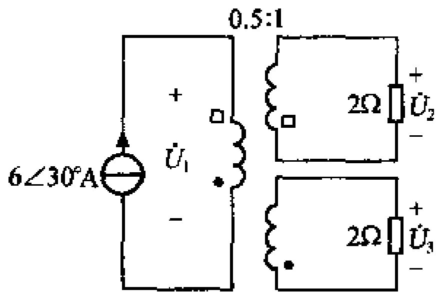
$$\dot{I}_2 = \sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A}$$

则
$$\dot{I}_X = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = \dot{I}_2 = \sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A}$$

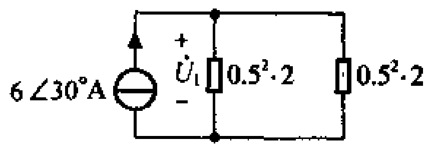
8-15 试求题图 8-15 所示电路中的电压向量 $\dot{U}_2$ 和 $\dot{U}_3$。

解：设变压器原边电压为 $\dot{U}_1$，将副边阻抗折合到原边可得解图 8-15，有

$$\dot{U}_1 = 6\angle 30^\circ \cdot [(0.5^2 \cdot 2) // (0.5^2 \cdot 2)]$$
$$= \frac{3}{2}\angle 30^\circ \text{V}$$



题图 8-15



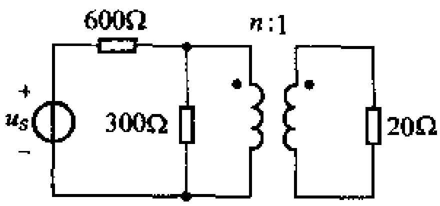
解图 8-15

返回题图 8-15，可得

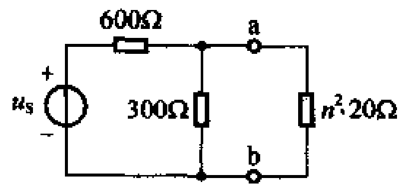
$$\dot{U}_2 = -2\dot{U}_1 = -3\angle 30^\circ = 3\angle -150^\circ \text{V}$$
$$\dot{U}_3 = 2\dot{U}_1 = 3\angle 30^\circ \text{V}$$

8-16 电路如题图 8-16 所示，试确定理想变压器的匝比，使 20Ω 电阻获得的功率最大。

解：变压器副边阻抗折合到原边，得解图 8-16。



题图 8-16



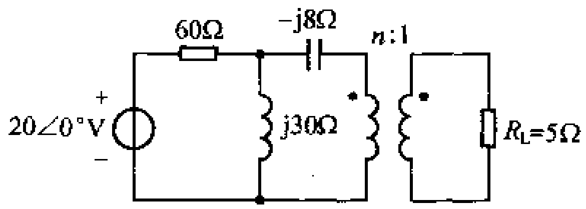
解图 8-16

此图 a、b 以左部分戴维南模型的等效电阻

$$R_O = 600 // 300 = 200\Omega$$

所以当 $n^2 \cdot 20 = R_O$，即 $n = \sqrt{10}$ 时，可使 20Ω 电阻获最大功率。

8-17 电路如题图 8-17 所示，为使负载 R_L 获得最大功率，试问理想变压器的匝比 n 应为多少？最大功率 P_{max} 为多少？



题图 8-17

解：变压器副边折合到原边如解图 8-17（1）所示，图中 a、b 以左戴维南等效电路中

$$\dot{U}_{OC}=20\angle 0^\circ\cdot\frac{j30}{60+j30}=\frac{20j}{2+j}\mathrm{V}$$

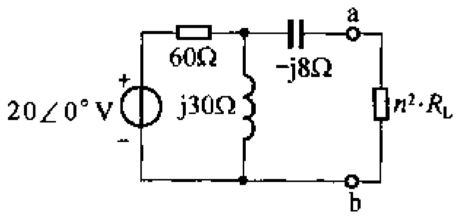
$$Z_O=-j8+60\ /\!/\ j30=12+j16\Omega$$

因 $n^2\cdot R_L$ 是实数，不能实现共轭匹配，只能实现共模匹配，即当 $n^2\cdot R_L=|Z_O|=\sqrt{12^2+16^2}$ 时获得最大功率，可得 $n=2$。

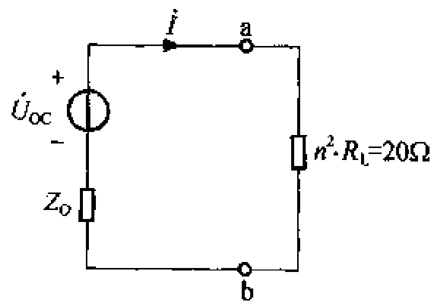
当 $n=2$ 时，a、b 以左部分电路用戴维南模型替代，如解图 8-17（2）所示。

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{OC}}{Z_O+n^2\cdot R_L}=\frac{\frac{20j}{2+j}}{12+j16+20}=\frac{1}{4}\angle 36.9^\circ\mathrm{A}$$

$$P_{max}=I^2\cdot(n^2\cdot R_L)=\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot 20=1.25\mathrm{W}$$

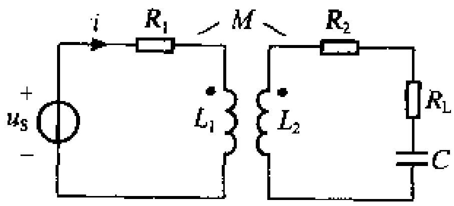


解图 8-17（1）



解图 8-17（2）

8-18　电路如题图 8-18 所示，已知 $R_1=R_2=5\Omega$，$R_L=1\mathrm{k}\Omega$，$C=0.25\mu\mathrm{F}$，$L_1=1\mathrm{H}$，$L_2=4\mathrm{H}$，$M=2\mathrm{H}$，$u_S=120\cos1000t\mathrm{V}$，求电流 i。



题图 8-18

解：因为 $M=\sqrt{L_1L_2}$ 是全耦合变压器，则可得等效电路为解图 8-18（1），其中

$$n=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}=\frac{1}{2}$$

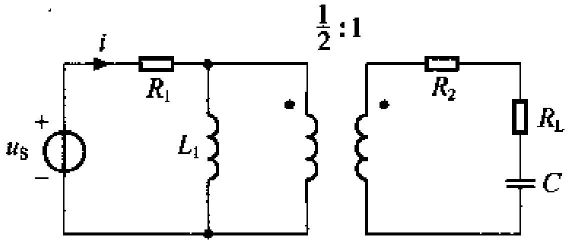
将变压器副边折合到原边，并做其向量模型如解图 8-18（2）所示，其中

$$\dot{U}_S=60\sqrt{2}\angle 0^\circ\mathrm{V},\ \frac{1}{j\omega C}=-j4\mathrm{k}\Omega,\ j\omega L_1=j1\mathrm{k}\Omega$$

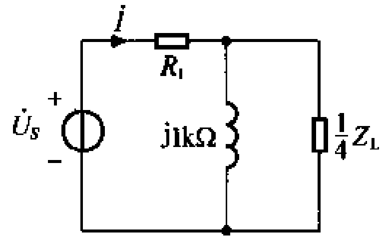
$$Z_L=R_2+R_L+\frac{1}{j\omega C}=5+1000-j4000\Omega$$

$$
\begin{aligned}
\dot{I} &= \frac{\dot{U}_S}{R_1 + \mathrm{j}1000 \,/\!/\, \left[\frac{1}{4}\times(1005-\mathrm{j}4000)\right]} \\
&= \frac{60\sqrt{2}}{5+\mathrm{j}1000 \,/\!/\, (251.25-\mathrm{j}1000)} \\
&= \frac{60\sqrt{2}}{5+3980+\mathrm{j}1000} \\
&\approx 20.6\angle -14^\circ \mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

$$
\therefore \quad
\begin{aligned}
i(t) &= 20.6\sqrt{2}\cos(1000t-14^\circ)\mathrm{mA} \\
&= 29\cos(1000t-14^\circ)\mathrm{mA}
\end{aligned}
$$

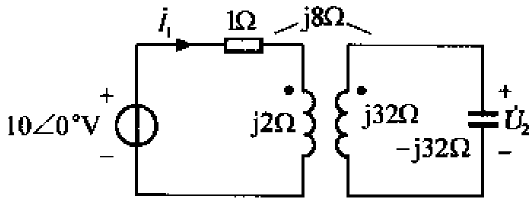


解图 8-18（1）



解图 8-18（2）

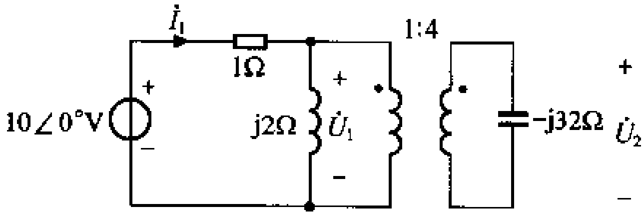
8-19 电路如题图 8-19 所示，试求电流向量 $\dot{I}_1$ 和电压向量 $\dot{U}_2$。



题图 8-19

解：因为 $(\mathrm{j}8)^2=\mathrm{j}2\times\mathrm{j}32$，所以是全耦合电压器电路，做其等效模型如解图 8-19（1）所示，其中

$$
n=\sqrt{\frac{\mathrm{j}2}{\mathrm{j}32}}=\frac{1}{4}
$$

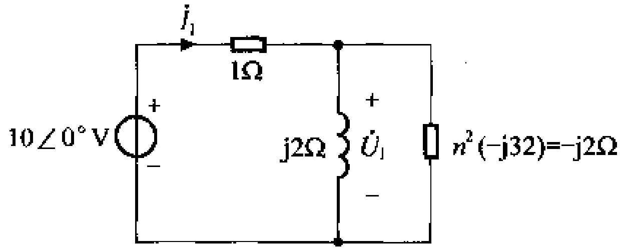


解图 8-19（1）

阻抗折合到原边，如解图 8-19（2）所示，由图可知

$$
\dot{I}_1=0\mathrm{A}
$$

$$
\dot{U}_1=10\angle 0^\circ \mathrm{V}
$$

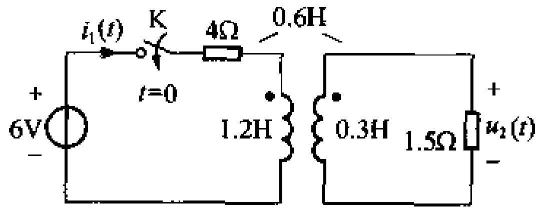


解图 8-19（2）

由解图 8-19（1）可知

$$\dot{U}_2 = 4\dot{U}_1 = 40\angle 0°\text{V}$$

8-20　题图 8-20 所示电路原已稳定，$t=0$ 时开关 K 闭合，求 $t>0$ 时电流 $i_1(t)$ 和电压 $u_2(t)$。

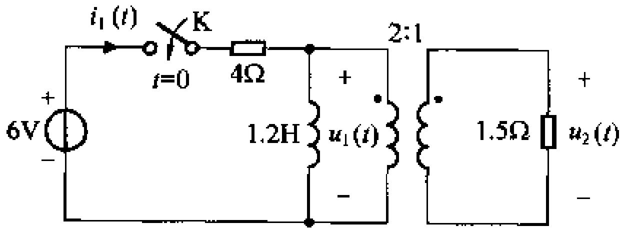


题图 8-20

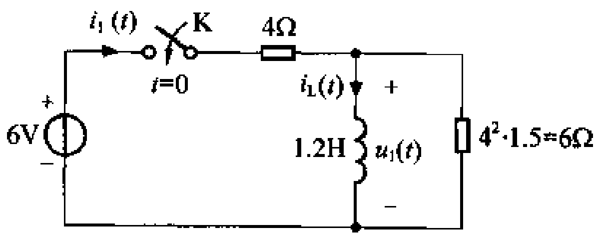
解：因为 $(0.6)^2 = 1.2\times 0.3$，所以是全耦合电压器，其等效模型如解图 8-20（1）所示，其中

$$n = \sqrt{\frac{1.2}{0.3}} = \frac{2}{1} = 2$$

副边阻抗折合到原边，如解图 8-20（2）所示。



解图 8-20（1）



解图 8-20（2）

利用三要素法求解。

(1) $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0\text{A}$

做 $t=0^+$ 电路如解图 8-20（3）所示，可得

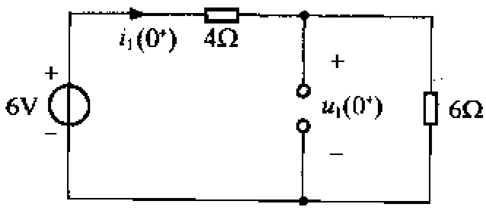
$$i_1(0^+) = 0.6\text{A}$$

$$u_1(0^+) = 3.6\text{V}$$

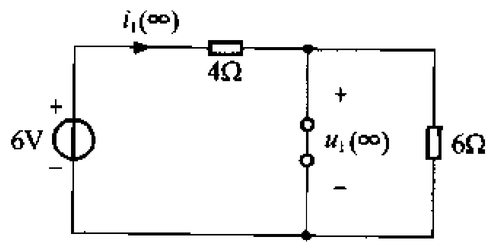
（2）做 $t\to\infty$ 电路如解图 8-20（4）所示，可得

$$i_1(\infty) = \frac{6}{4} = 1.5\text{A}$$

$$u_1(\infty) = 0\text{V}$$



解图 8-20（3）



解图 8-20（4）

(3) 求时间常数

$$R_{eq}=4 /\!/ 6=2.4\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{1.2}{2.4}=\frac{1}{2}\mathrm{s}$$

所以

$$i_1(t)=1.5+(0.6-1.5)e^{-2t}=1.5-0.9e^{-2t}\mathrm{A},\ t>0$$

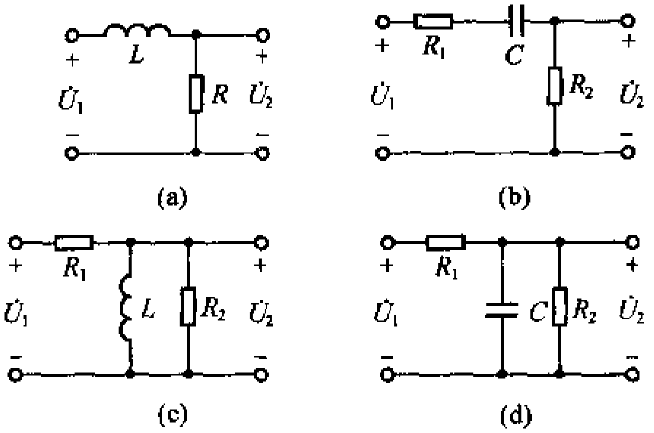
$$u_1(t)=3.6e^{-2t}\mathrm{V},\ t>0$$

由解图 8-20 (1) 可得

$$u_2(t)=\frac{1}{2}u_1(t)=1.8e^{-2t}\mathrm{V},\ t>0$$

第 9 章　电路的频率特性

9-1　试求题图 9-1 所示电路的转移电压比，并定性绘出其幅频特性曲线和相频特性曲线。



题图 9-1

解：(a) 电路的转移电压比

$$K_U(j\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{R}{R+j\omega L}=\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\frac{R}{L}}}$$

若令 $\omega_C=\frac{R}{L}$，则

$$K_U(j\omega)=\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_C}}$$

其幅频特性和相频特性分别为

$$|K_U(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

$$\theta(\omega)=-\arctan\frac{\omega}{\omega_C}$$

幅频特性曲线和相频特性曲线如解图 9-1 (a1)、(a2) 所示。

(b) 电路的转移电压比

$$K_U(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{R_2}{R_1+\frac{1}{j\omega_C}+R_2}=\frac{R_2/(R_1+R_2)}{1+\frac{1}{j\omega_C(R_1+R_2)}}$$

若令 $\omega_C=\frac{1}{(R_1+R_2)C}$，则

$$K_U(j\omega)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{1-j\frac{\omega_C}{\omega}}$$

其幅频特性和相频特性分别为

$$|K_U(j\omega)|=\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)^2}}$$

$$\theta(\omega)=\arctan\frac{\omega_C}{\omega}$$

幅频特性曲线和相频特性曲线如解图 9-1（b1）、（b2）所示。

（c）电路的转移电压比

$$K_U(j\omega)=\frac{R_2\ /\!/\ j\omega L}{R_1+R_2\ /\!/\ j\omega L}=\frac{\frac{j\omega LR_2}{R_2+j\omega L}}{R_1+\frac{j\omega LR_2}{R_2+j\omega L}}=\frac{j\omega LR_2}{R_1R_2+j\omega L(R_1+R_2)}=\frac{R_2/(R_1+R_2)}{1+\frac{R_1R_2}{j\omega L(R_1+R_2)}}$$

若令 $\omega_C=\frac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}$，则

$$K_U(j\omega)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\omega_C}{j\omega}}$$

其幅频特性和相频特性分别为

$$|K_U(j\omega)|=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)^2}}$$

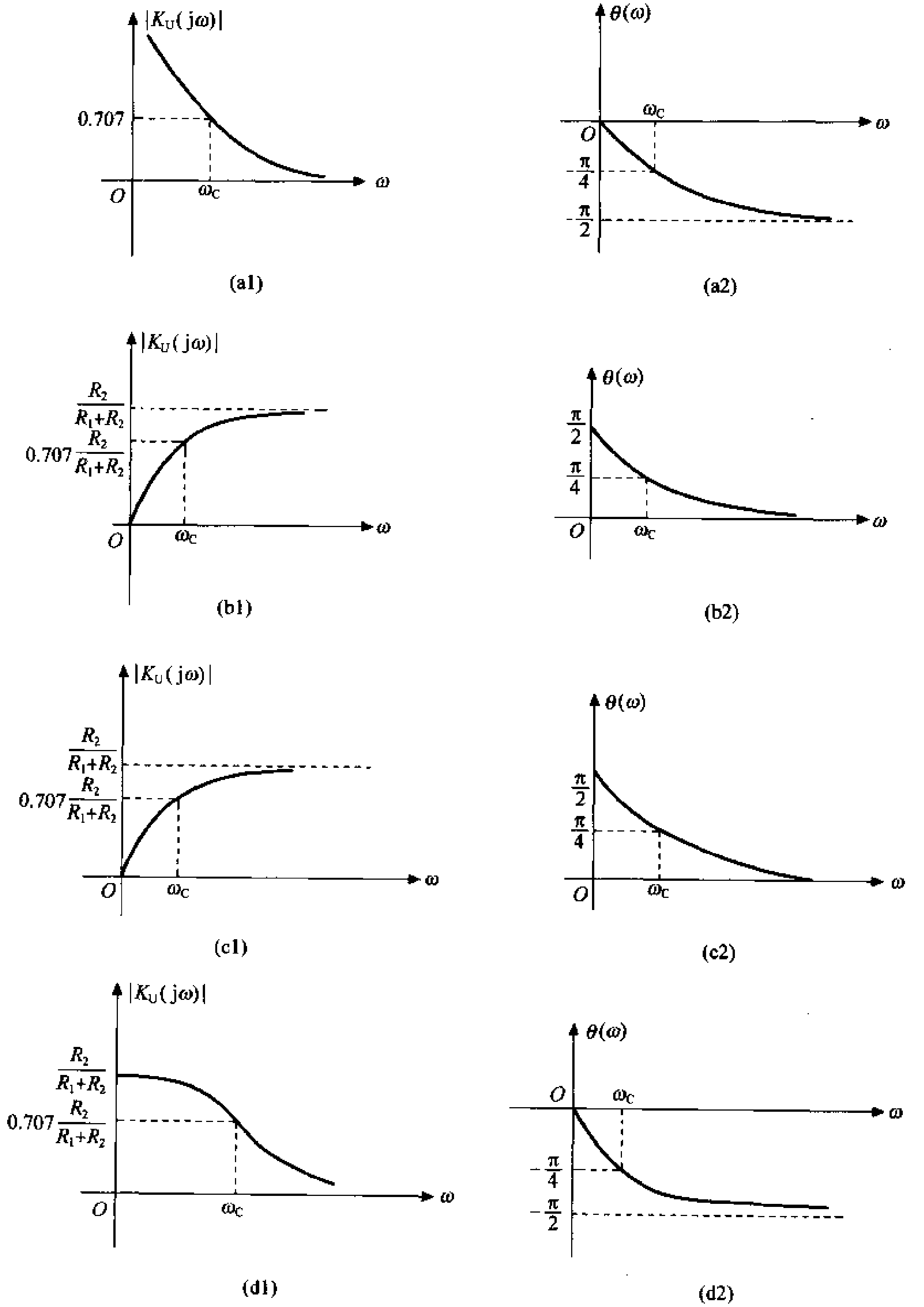
$$\theta(\omega)=\arctan\frac{\omega_C}{\omega}$$

幅频特性曲线和相频特性曲线如解图 9-1（c1）、（c2）所示。

（d）电路的转稳电压比

$$K_U(j\omega)=\frac{R_2\ /\!/\ \frac{1}{j\omega C}}{R_1+R_2\ /\!/\ \frac{1}{j\omega C}}=\frac{\frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{R_2+\frac{1}{j\omega C}}}{R_1+\frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{R_2+\frac{1}{j\omega C}}}=\frac{R_2}{R_1+R_2+j\omega CR_1R_2}$$

$$=\frac{R_2/(R_1+R_2)}{1+j\frac{\omega CR_1R_2}{R_1+R_2}}$$


$|K_U(j\omega)|$
0.707
ω_C
ω
O
(a1)
$\theta(\omega)$
ω_C
O
$-\frac{\pi}{4}$
$-\frac{\pi}{2}$
(a2)
$|K_U(j\omega)|$
$\frac{R_2}{R_1+R_2}$
$0.707\frac{R_2}{R_1+R_2}$
ω_C
(b1)
$\theta(\omega)$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{4}$
(b2)
$|K_U(j\omega)|$
$\frac{R_2}{R_1+R_2}$
$0.707\frac{R_2}{R_1+R_2}$
(c1)
$\theta(\omega)$
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{4}$
(c2)
$|K_U(j\omega)|$
$\frac{R_2}{R_1+R_2}$
$0.707\frac{R_2}{R_1+R_2}$
(d1)
$\theta(\omega)$
$-\frac{\pi}{4}$
$-\frac{\pi}{2}$
(d2)

解图 9-1

若令 $\omega_C=\dfrac{R_1+R_2}{CR_1R_2}$，则

$$K_U(j\omega)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_C}}$$

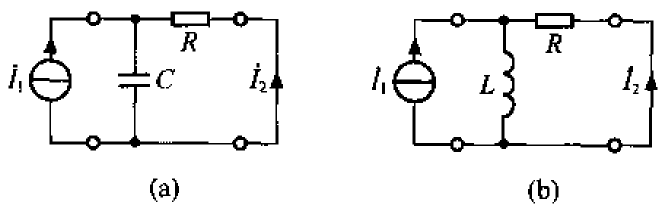
其幅频特性和相频特性分别为

$$|K_U(j\omega)|=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

$$\theta(\omega)=-\arctan\frac{\omega}{\omega_C}$$

幅频特性、相频特性曲线如解图 9-1（d1）、（d2）所示。

9-2 试求题图 9-2 所示电路的转移电流比、截止频率和通频带。



题图 9-2

解：（a）题图 9-2（a）所示电路的转移电流比为

$$K_I(j\omega)=\frac{\dot I_2}{\dot I_1}=-\frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}=-\frac{1}{1+j\omega CR}$$

截止角频率 $\omega_C=\dfrac{1}{RC}$rad/s

由图（a）电路的转移电流比可看出该 RC 电路为低通网络，故通频带为 $0\sim\dfrac{1}{RC}$。

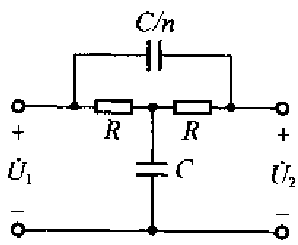
（b）题图 9-2（b）所示电路的转移电流比为

$$K_I(j\omega)=\frac{\dot I_2}{\dot I_1}=-\frac{j\omega L}{R+j\omega L}=-\frac{1}{1+\dfrac{R}{j\omega L}}$$

截止角频率 $\omega_C=\dfrac{R}{L}$rad/s

通频带为 $\omega_C\sim\infty$rad/s。

9-3 试求题图 9-3 所示电路的转移电压比，并找出输出、输入电压同相位的条件及相应的传输系数。



题图 9-3

解：题图 9-3 的转移电压比为

$$K_U(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{\dfrac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R\,/\!/\left(R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\dfrac{C}{n}}\right)+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}\cdot\dot U_1+\dot U_1\dfrac{R\,/\!/\left(R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\dfrac{C}{n}}\right)}{R\,/\!/\left(R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\dfrac{C}{n}}\right)+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}\cdot\dfrac{R}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\dfrac{C}{n}}}}{\dot U_1}$$

$$=\frac{1}{R\,/\!/\left(R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\dfrac{C}{n}}\right)+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}\left[\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+R\,/\!/\left(R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega\dfrac{C}{n}}\right)\cdot\frac{R}{R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\dfrac{C}{n}}}\right]$$

$$=\frac{2R+\dfrac{n}{\mathrm{j}\omega C}+\mathrm{j}\omega_C R^2}{2R+\dfrac{n}{\mathrm{j}\omega C}+\mathrm{j}\omega CR\left(R+\dfrac{n}{\mathrm{j}\omega C}\right)}=1-\frac{1}{\left(\dfrac{2}{n}+1\right)+\mathrm{j}\left(\dfrac{\omega CR}{n}-\dfrac{1}{\omega CR}\right)}$$

若 $\dot U_1$、$\dot U_2$ 同相，则

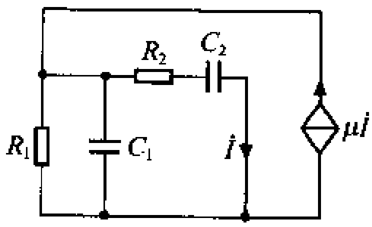
$$\frac{\omega CR}{n}=\frac{1}{\omega CR}$$

$$\omega=\frac{\sqrt{n}}{CR}$$

即当 $\omega=\dfrac{\sqrt{n}}{CR}$ 时 $\dot U_1$、$\dot U_2$ 同相，且此时

$$K_U(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=1-\frac{1}{\dfrac{2}{n}+1}=\frac{2}{n+2}$$

9-4　题图 9-4 为 RC 正弦振荡器的交流等效电路，其中 $C_2=kC_1$，$R_2=\dfrac{R_1}{k}$（k 为常数），当 $\dot I$ 与 $\mu\dot I$ 同相位时电路发生等幅正弦振荡，试求 μ 的值及振荡频率。



题图 9-4

解：由题图 9-4 得

$$\dot I=\mu\dot I\,\frac{\dfrac{1}{R_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}}}{\dfrac{1}{R_1}+\mathrm{j}\omega C_1+\dfrac{1}{R_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}}}$$

$$=\mu\dot I\,\frac{\mathrm{j}\omega C_2R_1}{1+\mathrm{j}\omega C_2R_2+\mathrm{j}\omega C_1(R_1+\mathrm{j}\omega C_2R_1R_2)+\mathrm{j}\omega C_2R_1)}$$

$$=\mu\dot I\,\frac{\mathrm{j}\omega C_2R_1}{1-\omega^2C_1C_2R_1R_2+\mathrm{j}\omega(C_2R_2+C_1R_1+R_1C_2)}$$

将已知条件 $C_2=RC_1$，$R_1=kR_2$ 代入上式得

$$\dot{I} = \mu\dot{I}\,\frac{j\omega k^2 C_1 R_2}{1-\omega^2 k^2 C_1^2 R_2^2 + j\omega C_1 R_1(k^2+2k)}$$

$$= \mu\dot{I}\,\frac{\omega^2 k^2 C_1^2 R_2^2(k^2+2k) + j\omega k^2 C_1 R_2(1-\omega^2 k^2 C_1^2 R_2^2)}{(1-\omega^2 k^2 C_1^2 R_2^2)^2 + [\omega C_1 R_1(k^2+2k)]^2}$$

又已知 $\dot{I}$ 与 $\mu\dot{I}$ 同相位，且电路发生等幅振荡，故有

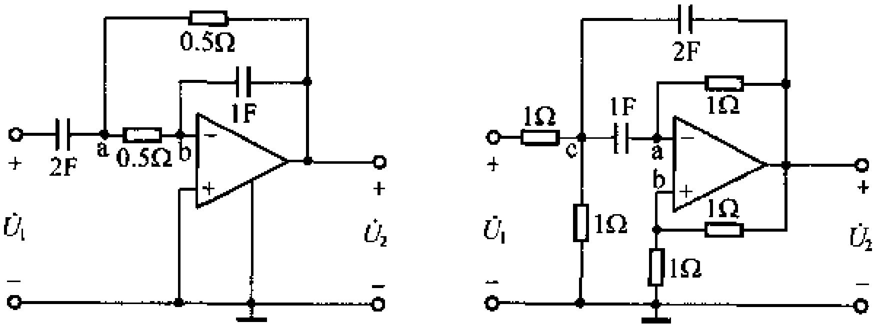
$$1-\omega^2 k^2 C_1^2 R_2^2 = 0$$

$$\omega = \frac{1}{RC_1R_2} = \frac{1}{C_1R_1}$$

$$\mu \cdot \frac{\omega^2 k^2 C_1^2 R_2^2(k^2+2k)}{[\omega C_1 R_1(k^2+2k)]^2} = 1$$

所以 $\mu = 1+\frac{2}{k}$

9-5 试求题图 9-5 电路的转移电压比。



(a)　　　　(b)

题图 9-5

解：(a) 对于题图 9-5 (a) 所示电路，由于电路中含有理想运算放大器，设 a、b 点电位为 $\dot{U}_a$、$\dot{U}_b$，则有

$$\dot{U}_b = 0$$

又对 a 点有 KCL 得 $\dfrac{\dot{U}_1-\dot{U}_a}{\frac{1}{j2\omega}} = \dfrac{\dot{U}_a-\dot{U}_b}{0.5} + \dfrac{\dot{U}_a-\dot{U}_2}{0.5}$ ①

对 b 点有 KCL 得 $\dfrac{\dot{U}_a-\dot{U}_b}{0.5} = \dfrac{\dot{U}_b-\dot{U}_2}{\frac{1}{j\omega}}$ ②

将①、②式联立求解得：$j2\omega\dot{U}_1 = (\omega^2-2j\omega-2)\dot{U}_2$

所以其转移电压比为

$$K_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{j2\omega}{\omega^2-2-j2\omega}$$

(b) 对于题图 9-5 (b) 所示电路，由于电路中含有理想运算放大器，设 a、b、c 点电位分别为 $\dot{U}_a$、$\dot{U}_b$、$\dot{U}_c$，则有

$$\dot{U}_b = \frac{1}{2}\dot{U}_2 \qquad \dot{U}_a = \dot{U}_b = \frac{1}{2}\dot{U}_2$$

对 a、c 两点分别列 KCL 方程，有

$$\begin{cases} \dot{U}_1 - \dot{U}_c = \mathrm{j}2\omega(\dot{U}_c - \dot{U}_2) + \dot{U}_c + \mathrm{j}\omega(\dot{U}_c - \dot{U}_a) \\ \mathrm{j}\omega(\dot{U}_c - \dot{U}_a) = \dot{U}_a - \dot{U}_2 \\ \dot{U}_a = \frac{1}{2}\dot{U}_2 \end{cases}$$

联立求解得

$$\dot{U}_1 = \left(-\mathrm{j}\omega - \frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{j}\omega}\right)\dot{U}_2$$

故其转移电压比为

$$K_U(\mathrm{j}\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{-\mathrm{j}\omega - \frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{j}\omega}} = \frac{\mathrm{j}\omega}{\omega^2 - \mathrm{j}0.5\omega - 1}$$

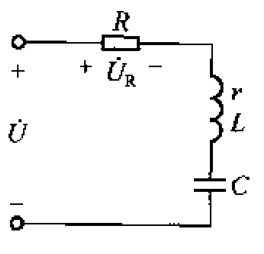
9-6　题图 9-6 是应用串联谐振原理测量线圈电阻 r 和电感 L 的电路。已知 $R=10\Omega$，$C=0.1\mu F$，保持外加电压 U 有效值为 1V 不变，而改变频率 f，同时用电压表测量电阻 R 的电压 U_R，当 $f=800Hz$ 时，$U_{Rmax}=0.8V$，试求电阻 r 和电感 L。

解：题图 9-6 所示电路可等效为解图 9-6 所示电路。设各元件端子上电压的参考方向如解图 9-6 所示，则由题意知当外加电压频率 $f=800Hz$ 时，$U_{Rmax}=0.8V$，由串联谐振电路谐振时特点知此时电路发生串联谐振，故有

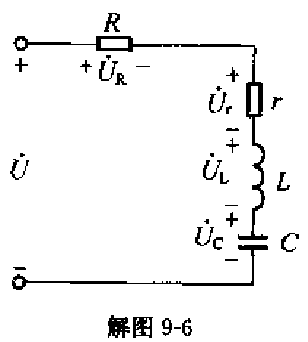
$$U_{r0} = U - U_{Rmax} = 1 - 0.8 = 0.2V$$

$$\frac{U_{r0}}{r} = \frac{U_{Rmax}}{R} \Rightarrow r = \frac{U_{r0}}{U_{Rmax}} \cdot R = \frac{0.2}{0.8} \times 10 = 2.5\Omega$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



题图 9-6

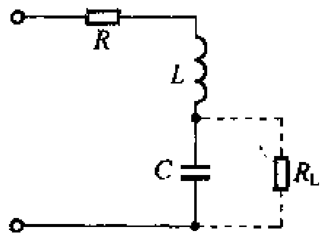


解图 9-6

所以　$L = \frac{1}{(2\pi f)^2 C} = \frac{1}{(2 \times 3.14 \times 800)^2 \times 0.1 \times 10^{-6}} \approx 0.4H$

9-7　已知 RLC 串联电路的谐振频率为 3.5MHz，特性阻抗为 1kΩ，试求 C 和 L 的数值；若已知电路品质因素为 50，输入电压为 $\dot{U}_S$ 时，电容的输出电压 $\dot{U}_C$ 为多少？回路的通频带为多少？若电容两端接上数值等于特性阻抗 10 倍的负载电阻 R_L 时，谐振频率和有载品质因数各为多少？

解：作 RLC 串联谐振电路如解图 9-7 所示。对于 RLC 串联谐振电路，有



解图 9-7

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 3.5 \times 10^6\,\text{Hz}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = 10^3\,\Omega$$

联立求解得　$L = 45.5\mu\text{H}$，$C = 45.5\text{pF}$

当电路品质因数为 50，输入电压为 $\dot{U}_S$ 时，电容的输出电压

$$\dot{U}_C = -\text{j}Q\dot{U}_S = -\text{j}50\dot{U}_S$$

电路通频带　$BW = \dfrac{f_0}{Q} = \dfrac{3.5 \times 10^6}{50} = 70\text{kHz}$

电路串联电阻 $R = \dfrac{\omega_0 L}{Q} = \dfrac{2\pi f_0 L}{Q} = \dfrac{6.28 \times 3.5 \times 10^6 \times 45.5 \times 10^{-6}}{50} = 20\Omega$

如电容两端接上数值等于特性阻抗 10 倍的负载电阻 R_L 时，如解图虚线所示。
则得电容与 R_L 并联电路的等效阻抗为：

$$Z' = \frac{-\text{j}\,\dfrac{R_L}{\omega' C}}{R_L - \text{j}\,\dfrac{1}{\omega' C}} = \frac{-\text{j}\,\dfrac{10^4}{\omega' C}}{10^4 - \text{j}\,\dfrac{1}{\omega' C}} = \frac{-\text{j}\,\dfrac{10^8}{\omega' C}}{10^8 + \left(\dfrac{1}{\omega' C}\right)^2} + \frac{\dfrac{10^4}{(\omega' C)^2}}{10^8 + \left(\dfrac{1}{\omega' C}\right)^2} = -\text{j}x_C + R_L'$$

当电路发生串联谐振时有：

$$\omega' L = \frac{\dfrac{10^8}{\omega' C}}{10^8 + \left(\dfrac{1}{\omega' C}\right)^2}$$

将 L、C 数值代入得

谐振频率　　$\omega' = \dfrac{10^9}{45.5}\text{rad/s} \Rightarrow f_o' = \dfrac{\omega'}{2\pi} \doteq 3.5 \times 10^6\,\text{Hz}$

故　　$R_L' = 100\Omega$

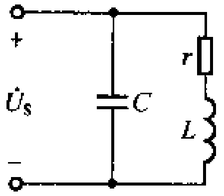
有载品质因数

$$Q' = \frac{\omega' L}{R + R_L'} = \frac{2\pi \times 3.5 \times 10^6 \times 45.5 \times 10^{-6}}{20 + 100} \doteq 8.33$$

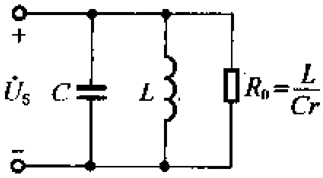
9-8　已知题图 9-8 并联谐振电路的谐振频率 $f_0 = 1\text{MHz}$，通频带 $BW = 20\text{kHz}$，谐振阻抗 $Z_0 = 8\text{k}\Omega$，求参数 r、L 和 C 值。

解：首先将题图 9-8 所示实际 rL-C 并联谐振电路等效为解图 9-8 所示 R_0LC 并联谐振电路，其中 $R_0 = \dfrac{L}{Cr}$。对于解图 9-8，由题意可得

$$\begin{cases} f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 10^6\,\text{Hz} \\ Z_0 = R_0 = \dfrac{L}{Cr} = 8 \times 10^3\,\Omega \\ BW = \dfrac{G_0}{2\pi C} = \dfrac{Cr}{2\pi CL} = \dfrac{r}{2\pi L} = 20 \times 10^3\,\text{Hz} \end{cases}$$



题图 9-8



解图 9-8

联立求解得

$$\begin{cases} C = 995\text{pF} \\ L = 25.5\mu\text{H} \\ r = 3.2\Omega \end{cases}$$

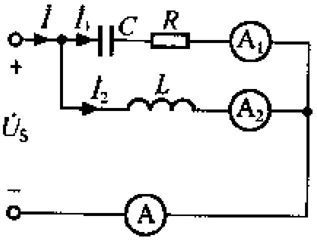
9-9　题图 9-9 电路发生并联谐振，已知理想电流表 A_1 读数 10A，电流表 A 读数 8A，求理想电流表 A_2 的读数。

解：首先将 RC 串联支路等效为 R′C′并联电路，得到题图 9-9 的等效电路如解图 9-9 所示。对于解图 9-9 所示并联谐振电路，由 RLC 并联谐振电路谐振时特点可知，电阻上电流等于电路端子上电流，故有

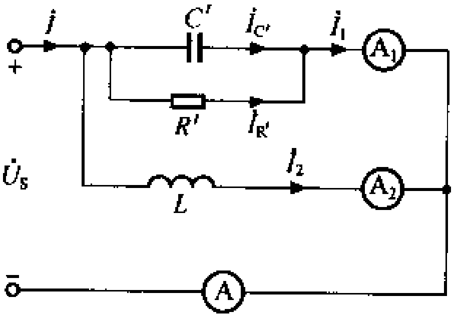
$$\dot{I}_{R'} = \dot{I}$$

又因为 $$I = 8\text{A}$$

所以 $$I_{R'} = 8\text{A}$$



题图 9-9



解图 9-9

对于 R′C′电路，根据 RC 并联电路的电流三角形关系，得

$$I_1 = \sqrt{I_{C'}^2 + I_{R'}^2}$$

故 $$I_{C'} = \sqrt{I_1^2 - I_{R'}^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6\text{A}$$

又由于 RLC 并联电路发生谐振时，电容电流和电感电流大小相等，相位相反，故有

$$I_2 = I_{C'} = 6\text{A}$$

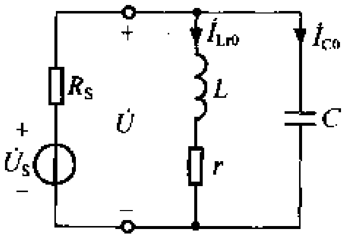
即理想电流表 A_2 的读数为 6A。

9-10　题图 9-10 所示并联谐振电路，$L=0.1\text{mH}$，$C=100\text{pF}$，$r=10\Omega$，$R_S=100\text{k}\Omega$，$\dot{U}_S=2\angle 0°\text{V}$，试求（1）谐振角频率 ω_0；（2）端电压 $\dot{U}$；（3）整个电路的品质因数 Q'；（4）

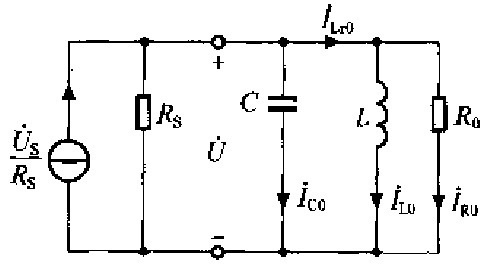
谐振时电容支路电流 $\dot{I}_{C0}$ 及电感支路电流 $\dot{I}_{Lr0}$。

解：将题图 9-10 所示并联谐振电路等效为解图 9-10 所示并联谐振电路。其中

$$R_0=\frac{L}{Cr}=\frac{0.1\times10^{-3}}{100\times10^{-12}\times10}=100\text{k}\Omega$$



题图 9-10



解图 9-10

由解图 9-10 得

(1) 谐振角频率：$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{\sqrt{0.1\times10^{-3}\times100\times10^{-12}}}=10^7\text{rad/s}$

(2) 端电压：$\dot{U}=\dfrac{\dot{U}_S}{R_S}\times(R_S\ /\!/\ R_0)=\dfrac{2\angle0^\circ}{100\times10^3}\times\dfrac{100\times10^3\times100\times10^3}{100\times10^3+100\times10^3}=1\angle0^\circ\text{V}$

(3) 整个电路的品质因数：$Q'=\dfrac{\omega_0C}{G_{总}}=\dfrac{\omega_0C}{\dfrac{1}{R_S}+\dfrac{1}{R_0}}=\dfrac{10^7\times100\times10^{-12}}{\dfrac{1}{10^5}+\dfrac{1}{10^5}}=50$

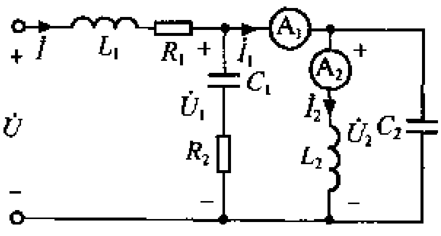
(4) 谐振时电容支路电流：$\dot{I}_{C0}=\text{j}Q'\dfrac{\dot{U}_S}{R_S}=\text{j}50\times\dfrac{2\angle0^\circ}{100\times10^3}=1\angle90^\circ\text{mA}$

谐振时电感电流：$\dot{I}_{L0}=-\text{j}Q'\dfrac{\dot{U}_S}{R_S}=\text{j}50\times\dfrac{2\angle0^\circ}{100\times10^3}=1\angle-90^\circ\text{mA}$

谐振时流过 R_0 的电流：$\dot{I}_{R0}=\dfrac{\dot{U}_S}{R_S}\dfrac{R_0}{R_S+R_0}=\dfrac{2\angle0^\circ}{100\times10^3}\times\dfrac{100\times10^3}{100\times10^3+100\times10^3}=0.01\text{mA}$

故由 KCL 得 $\dot{I}_{Lr0}=\dot{I}_{R0}+\dot{I}_{L0}=0.01+1\angle-90^\circ=0.01-\text{j}1\text{mA}$

9-11 题图 9-11 所示电路中，已知 $U=220\text{V}$，$R_1=R_2=50\Omega$，$L_1=0.2\text{H}$，$L_2=0.1\text{H}$，$C_1=5\mu\text{F}$，$C_2=10\mu\text{F}$，理想电流表 A_1 的读数为零，试求理想电流表 A_2 的读数。



题图 9-11

解：设电路中各电压、电流的参考方向如题图 9-11 所示。由于 A_1 表读数为零，即 $\dot{I}_1=0$，故知 L_2、C_2 发生并联谐振，且

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}=\frac{1}{\sqrt{0.1\times10\times10^{-6}}}=10^3\text{rad/s}$$

因为 $\dot{I}_1=0$，所以 L_1、R_1、C_1 及 R_2 构成一串联支路，且此时

$$X_{L1}=\omega_0L_1=10^3\times0.2=200\Omega$$

$$X_{C1}=\frac{1}{\omega_0 C_1}=\frac{1}{10^3\times 5\times 10^{-6}}=200\Omega$$

即 $X_{L1}=X_{C1}$，故 L_1、C_1 也同时发生串联谐振。

设　　$\dot{U}=220\angle 0°\text{V}$

则　　$\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{R_1+R_2}=\dfrac{220\angle 0°}{50+50}=2.2\angle 0°\text{A}$

$$\dot{U}_2=\dot{U}_1=(R_2-\text{j}X_{C1})\dot{I}=(50-\text{j}200)\times 2.2=450\angle -76°\text{V}$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_2}{\text{j}\omega_0 L_2}=\frac{450\angle -76°}{\text{j}10^3\times 0.1}=4.5\angle -166°\text{A}$$

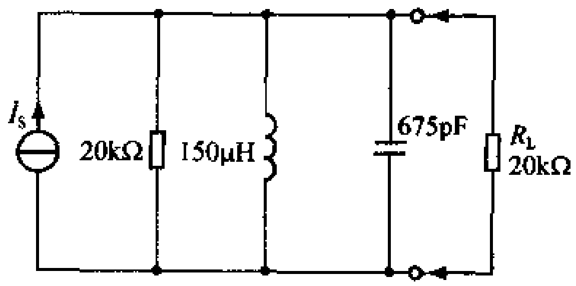
所以理想电流表 A_2 的读数为 4.5A。

9-12　并联谐振电路如题图 9-12 所示。

(1) 试求电路无载时的谐振频率 f_0、品质因数 Q 及通频带 BW；

(2) 若终接 20kΩ 的负载，重新计算整个电路的谐振频率、品质因数及通频数；

(3) 在终接 20kΩ 负载后，要求电路品质因数为 25，而不改变谐振频率值，如何选择 L 和 C 值?



题图 9-12

解：(1) 电路无载时

谐振频率：$f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{2\times 3.14\sqrt{150\times 10^{-6}\times 675\times 10^{-12}}}=500\text{kHz}$

品质因数：$Q=\dfrac{1}{G_0}\sqrt{\dfrac{C}{L}}=20\times 10^3\cdot\sqrt{\dfrac{675\times 10^{-12}}{150\times 10^{-6}}}=42.4$

通频带：$BW=\dfrac{f_0}{Q}=\dfrac{500\times 10^3}{42.4}=11.79\text{kHz}$

(2) 接 20kΩ 负载后

谐振频带：$f_0'=f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=500\text{kHz}$

品质因数：$Q'=\dfrac{1}{G_0'}\sqrt{\dfrac{C}{L}}=(20\,/\!/\,20)\times 10^3\times\sqrt{\dfrac{675\times 10^{-12}}{150\times 10^{-6}}}=21.2$

通频带：$BW'=\dfrac{f_0'}{Q'}=\dfrac{500\times 10^3}{21.2}=23.58\text{kHz}$

(3) 由题意知，接 20kΩ 负载后若电路谐振频率不变，品质因数为 25，则有

谐振频率：$f_0''=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{L'C'}}=500\text{kHz}$

品质因数：$Q''=\dfrac{1}{G'_0}\sqrt{\dfrac{C'}{L'}}=25$

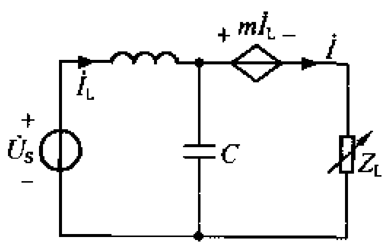
将数据代入并联立求解得

$$\begin{cases}\dfrac{1}{2\times 3.14\sqrt{L'C'}}=500\times 10^3\\(20 /\!/ 20)\times 10^3\sqrt{\dfrac{C'}{L'}}=25\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}L'=127\mu\text{H}\\C'=7.96\text{pF}\end{cases}$$

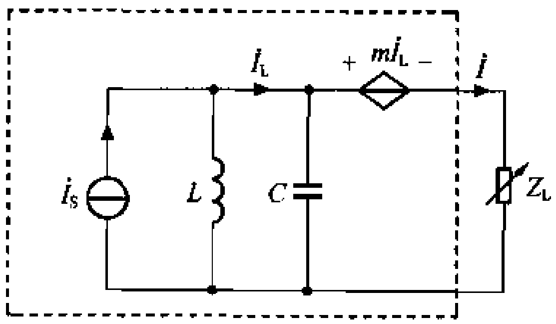
即接负载后若电路要满足（3）的条件，L 的值应为 127μH，C 的值应有 7.96pF。

9-13 题图 9-13 中，$\dot{U}_S=220\angle-45^\circ$V，电源频率 $f=50$Hz，要使 Z_L 可变而 $\dot{I}$ 保持不变，且 $\dot{I}=1.4L-135^\circ$A，求 m、L 和 C 的值。

解：首先将题图 9-13 等效为解图 9-13 所示电路，其中 $\dot{I}_S=\dot{U}_S/\text{j}\omega L$。由题意知 Z_L 可变而 $\dot{I}$ 保持不变，则根据理想电流源的特点知，若解图 9-13 虚线框内电路能等效成电流源，则可满足题目要求。



题图 9-13



解图 9-13

当解图 9-13 中 $\text{j}\omega C-\dfrac{1}{\text{j}\omega L}=0$ 时，电路出现并联谐振，此时电感电流和电容电流大小相等，相位相反，电感与电容组成的并联支路对外相当于开路，解图 9-13 虚线框内电路等效为一电流源，且由题意得

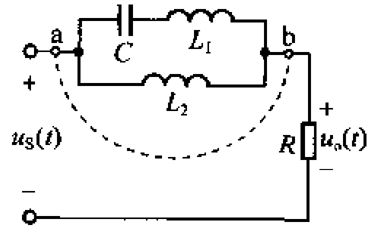
$$\begin{cases}\dot{I}_S=\dfrac{\dot{U}_S}{\text{j}\omega L}=\dfrac{\dot{U}_S}{\text{j}2\pi fL}\\2\pi f=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}\\\dot{I}=1.4\angle-135^\circ\text{A}\\\dot{U}_S=220\angle-45^\circ\text{V}\end{cases}$$

联立求解得

$$\begin{cases}L=0.5\text{H}\\C=2.03\mu\text{F}\end{cases}$$

m 可为任意值。

9-14 题图 9-14 所示电路中，已知 $u_S(t)=10\cos 314t+2\cos 3\times 314t$V，$u_o(t)=2\cos 3\times 314t$V，$C=9.4\mu$F，试求 L_1 和 L_2 的值。



题图 9-14

解：由题意可知，当 $u_S(t)=10\cos 314t$V 电压单独作用于电路时，电路发生并联谐振，从结构上看，a、b 端对外相当于开路，L_1、L_2、C 构成一闭合回路，故得电路的并联谐振频率

$$\omega_{并}=314\text{rad/s}=\frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)C}} \quad ①$$

当 $u_S(t)=2\cos 3\times 314t$V 电压单独作用于电路时，电路发生串联谐振，从结构上看，此时 a、b 端对外相当于短路，如题图 9-14 虚线所示，故得电路的串联谐振频率

$$\omega_{串}=3\times 314\text{rad/s}=\frac{1}{\sqrt{L_1C}} \quad ②$$

联立求解①、②式，并将已知条件 $C=9.4\mu$F 代入得：

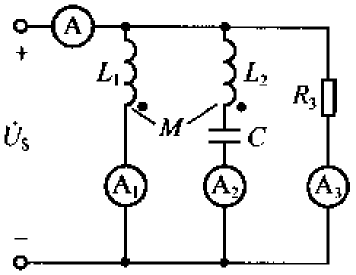
$$\begin{cases}L_1=0.12\text{H}\\L_2=0.96\text{H}\end{cases}$$

9-15　题图 9-15 所示电路中，$L_1=40$mH，$L_2=10$mH，$M=10$mH，$R_3=500\Omega$，$u_S=500$V，$\omega=10^4$rad/s，且 C 的大小恰好使电路发生电流谐振，求各理想电流表的读数。

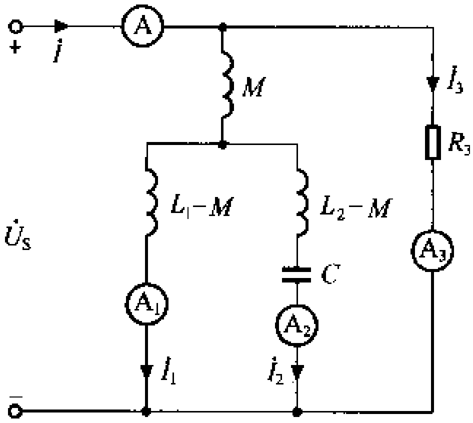
解：对题图 9-15 所示电路进行去耦等效，得等效电路如解图 9-15 所示，并设各支路电流的参考方向如解图 9-15 所示。

由题意知电路发生并联谐振，故推得 L_1-M 与 L_2-M 及 C 的串联支路发生并联谐振，该部分电路对外相当于开路，所以有

$$I=I_3=\frac{U_S}{R_3}=\frac{500}{500}=1\text{A}$$



题图 9-15



解图 9-15

由于流过解图 9-15 中 M 支路的电流为零，故推得 L_1-M 支路、L_2-M 与 C 串联支路的电压均为 $\dot{U}_S$，又 L_1-M 支路和 L_2-M 与 C 串联后的支路发生并联谐振，所以有

$$I_2=I_1=\frac{U_S}{\omega(L_1-M)}=\frac{500}{10^4\times(40-10)\times 10^{-3}}=1.67\text{A}$$

故理想电流表 A 与 A_3 的读数为 1A，A_2 与 A_1 的读数为 1.67A。

9-16　题图 9-16 中，$L_1=L_2=50\mu$H，且 L_1 和 L_2 全耦合（$k=1$），$R=10\Omega$，$C=200$pF，试求（1）开关 K 在位置 1 时，回路的谐振频率 ω_{01} 和谐振阻抗 Z_{01}；（2）开关 K 在位置 2 时，回路的谐振频率 ω_{02} 和谐振阻抗 Z_{02}。

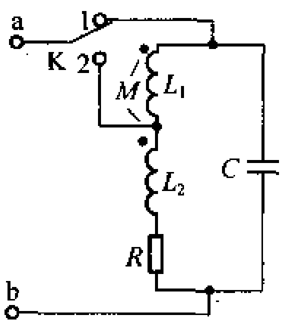
解： 由于电路中含有全耦合电感，故先对电路进行去耦等效。开关 K 在位置 1 时的去耦等效电路如解图 9-16（a）所示，开关 K 在位置 2 时的去耦等效电路如解图 9-16（b）所示，且 $M=\sqrt{L_1L_2}=50\mu\text{H}$。

（1）当开关 K 在位置 1 时，如解图 9-16（a）所示，设

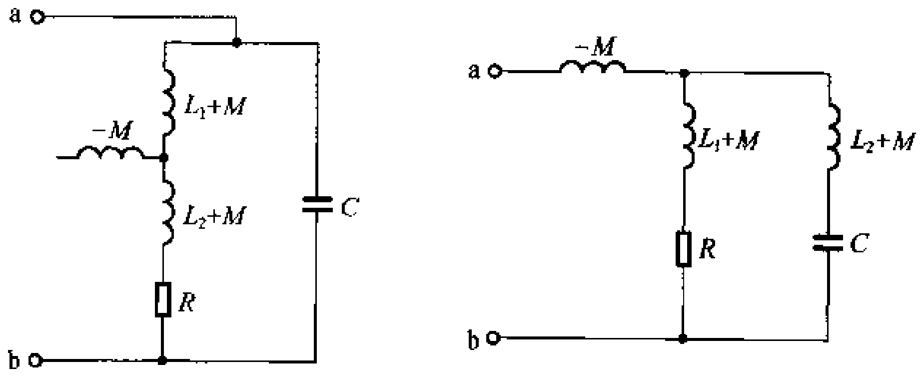
$$L_1'=L_1+M=100\mu\text{H}$$
$$L_2'=L_2+M=100\mu\text{H}$$

则电路的等效导纳

$$Y=\frac{1}{R+\text{j}\omega L_1'+\text{j}\omega L_2'}+\text{j}\omega C$$
$$=\frac{R-\text{j}(\omega L_1'+\omega L_2')}{R^2+(\omega L_1'+\omega L_2')^2}+\text{j}\omega C$$



题图 9-16



(a) (b)

解图 9-16

令 Y 的虚部为零，得

$$\frac{\omega L_1'+\omega L_2'}{R^2+(\omega L_1'+\omega L_2')^2}=\omega C$$
$$L_1'+L_2'=CR^2+\omega^2(L_1'+L_2')^2$$
$$\omega=\sqrt{\frac{L_1'+L_2'-CR^2}{(L_1'+L_2')^2}}$$
$$=\sqrt{\frac{(100+100)\times10^{-6}-200\times10^{-12}\times10}{[(100+100)\times10^{-6}]^2}}$$
$$\approx5\times10^6\,\text{rad/s}$$

故回路的谐振频率 $\omega_{01}=5\times10^6\,\text{rad/s}$。

此时回路的谐振阻抗

$$Z_{01}=\frac{R^2+(\omega_{01}L_1'+\omega_{01}L_2')^2}{R}$$
$$=\frac{10^2+[5\times10^6\times(100\times10^{-6}+100\times10^{-6})]^2}{10}$$
$$=100\text{k}\Omega$$

（2）开关 K 在位置 2 时，如解图 9-16（b）所示，设

$$L_1''=L_1+M=100\mu\text{H}$$

$$L''_2 = L_2 + M = 100\mu\text{H}$$

则并联回路的等效导纳

$$Y = \frac{1}{R + \text{j}\omega L''_1} + \frac{1}{\text{j}\omega L''_2 + \dfrac{1}{\text{j}\omega C}}$$

$$= \frac{R - \text{j}\omega L''_1}{R^2 + (\omega L''_1)^2} - \text{j}\frac{1}{\omega L''_2 - \dfrac{1}{\omega C}}$$

令 Y 的虚部为零，得

$$\frac{\omega L''_1}{R^2 + (\omega L''_1)^2} = \frac{1}{\dfrac{1}{\omega C} - \omega L''_2}$$

$$\frac{L''_1}{C} - \omega^2 L''_1 L''_2 = R^2 + (\omega L''_1)^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\dfrac{L''_1}{C} - R^2}{(L''_1)^2 + L''_1 L''_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\dfrac{100 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-12}} - 10^2}{(100 \times 10^{-6})^2 + (100 \times 10^{-6})^2}}$$

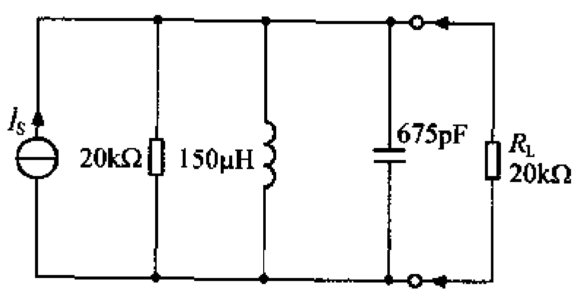
$$\approx \frac{1}{2 \times 10^{-7}} = 5 \times 10^6 \text{rad/s}$$

即回路的谐振频率 $\omega_{02} = 5 \times 10^6 \text{rad/s}$。

此时并联回路的谐振阻抗

$$Z_{02} = \frac{R^2 + (\omega L''_1)^2}{R} = \frac{10^2 + (5 \times 10^6 \times 100 \times 10^{-6})^2}{10} \approx 25\text{k}\Omega$$

9-17　在题图 9-17 中，如以 $R_L = 500\Omega$ 接入，则将丧失良好的选择性，因此需采用阻抗变换电路，如果要求达到匹配，(1) 作出负载通过全耦合变压器接入的电路；(2) 作出负载通过电容分接法接入的电路。



题图 9-17

解：(1) 作负载通过全耦合变压器接入的电路，如解图 9-17 (a) 所示。

由于电路要求达到匹配，即

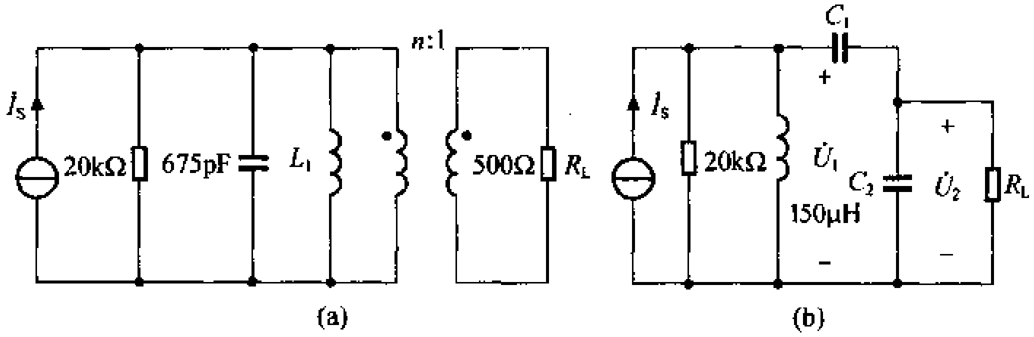
$$\frac{1}{20 \times 10^3} + \text{j}\omega C = \frac{1}{n^2 R_L} + \text{j}\frac{1}{\omega L_1}$$

故

$$20 \times 10^3 = n^2 R_L$$

$$n = \sqrt{\frac{20 \times 10^3}{500}} = \sqrt{40} = 6.32$$

又根据题意可知题图 9-17 与解图 9-17 (a) 的并联谐振频率不变，即有



解图 9-17

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{150 \times 10^{-6} \times 675 \times 10^{-12}}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 \times 675 \times 10^{-12}}}$$

所以 $L_1 = 150\mu H$

(2) 作出负载通过电容分接法接入的电路，如解图 9-17 (b) 所示。

设在谐振频率附近

$$R_L \gg \frac{1}{\omega_0 C_2}$$

$$n = \frac{C_1 + C_2}{C_1} = \frac{U_1}{U_2} \qquad ①$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

则根据题意可得

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{150 \times 10^{-6} \times 675 \times 10^{-12}}} = \frac{1}{\sqrt{150 \times 10^{-6} \times C}} \qquad ②$$

$$n^2 \times R_L = 20 \times 10^3 \qquad ③$$

由①、②、③式联立求解得

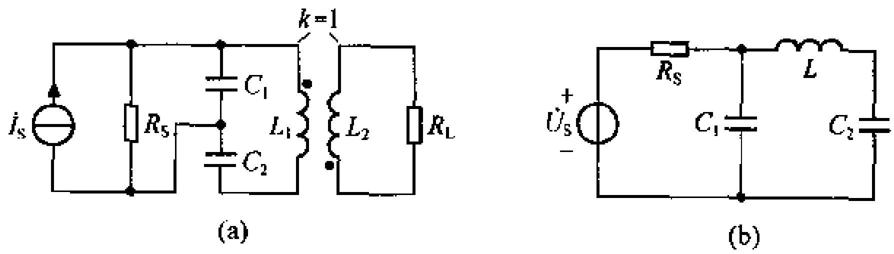
$$n = 6.32$$

$$C = 675 \times 10^{-12}$$

$$C_1 = 802\text{pF}$$

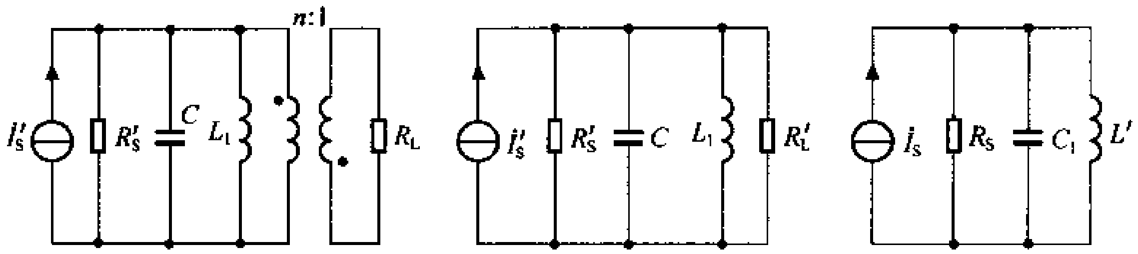
$$C_2 = 4266\text{pF}$$

9-18 将题图 9-18 电路化成简单并联谐振电路。



题图 9-18

解：(1) 题图 9-18 (a) 所示谐振电路中电源和负载分别采用电容分接和全耦合变压器分接法，在谐振频率附近的等效电路如解图 9-18 (a) 所示。



(a)　　(b)　　(c)

解图 9-18

其中　$R'_S = n^2R_S = \left(\frac{C_1+C_2}{C_2}\right)^2 R_S$，$C = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

又由于 $\dot{I}_S R_S = \frac{C_2}{C_1+C_2}\quad \dot{I}'_S R'_S = \frac{C_2}{C_1+C_2} \cdot \dot{I}'_S \left(\frac{C_1+C_2}{C_2}\right)^2 R_S$

故　$\dot{I}'_S = \frac{C_2}{C_1+C_2}\dot{I}_S$

将解图 9-18（a）进一步等效得如解图 9-18（b）电路所示的简单并联谐振电路，其中 $R'_L = n^2R_L$。

（2）题图 9-18（b）所示电路的简单并联谐振电路如解图（c）所示，其中 $\dot{I}_S = \frac{\dot{U}_S}{R_S}$，$L' = L - \frac{LC_1}{C_1+C_2}$。

9-19　有一耦合回路如题图 9-19 所示，已知 $f_{01} = f_{02} = 1\text{MHz}$，$\rho_1 = \rho_2 = 1\text{k}\Omega$，$R_1 = R_2 = 20\Omega$，$\eta = 1$，试求：（1）回路 L_1、L_2、C_1、C_2 和 M；（2）求初级回路 ab 端等效谐振阻抗 Z_0；（3）回路的通频带 BW。

解：（1）由题意可得

$$f_{01} = f_{02} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}} = 1\text{MHz}$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = 10^3\Omega$$

联立求解得

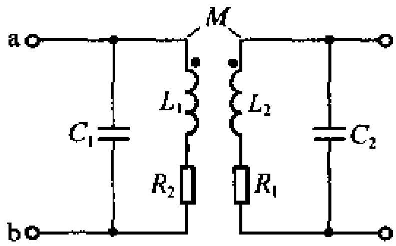
$$L_1 = L_2 = 159\mu\text{H}$$
$$C_1 = C_2 = 159\text{pF}$$

又因为　$\eta = \frac{\omega M}{R}$，$R_1 = R_2 = R = 20\Omega$

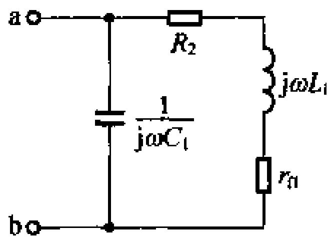
故　$M = \frac{\eta R_1}{2\pi f_{01}} = \frac{20}{2\times 3.14\times 10^6} = 3.18\mu\text{H}$

（2）由题意知电路处于全谐振状态，所以初级等效电路中只有反射电阻，如解图 9-19 所示，其中

$$r_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{R_1} = 20\Omega$$



题图 9-19



解图 9-19

故初级回路 ab 端等效谐振阻抗

$$Z_0=\frac{1}{j\omega C_1+\frac{1}{R_2+r_{l_1}+j\omega L_1}}=\frac{1}{j10^{-3}+\frac{1}{40+j10^3}}\approx 25\text{k}\Omega$$

(3) 因为 $\eta=1$，故回路通频带为

$$BW=\sqrt{2}\,\frac{f_{01}}{Q_1}=\sqrt{2}\cdot\frac{R_2}{\omega L_1}\cdot f_{01}=\sqrt{2}\times\frac{20}{2\pi f_{01}\times 159\times 10^{-6}}\times f_{01}=28.28\text{kHz}$$

9-20 有一双参差调谐放大器，要求中心频率为 10.7MHz，带宽为 240kHz 的最平坦通带响应，试计算每级的谐振频率和带宽。

解：由题意得每级的带宽为

$$BW_1=BW_2=\frac{1}{\sqrt{2}}BW=\frac{1}{\sqrt{2}}\times 240\times 10^3=170\text{kHz}$$

每级的谐振频率分别为

$$f_1=f_0+0.35BW=10.7\times 10^6+0.35\times 84\times 10^3=10.78\text{MHz}$$

$$f_2=f_0-0.35BW=10.7\times 10^6-0.35\times 84\times 10^3=10.62\text{MHz}$$

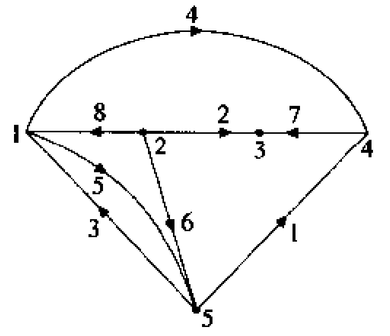
第 10 章　大规模线性网络的分析方法

10-1　已知一个具有 5 个节点、8 条支路的连通图，它的关联矩阵 A 为：

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

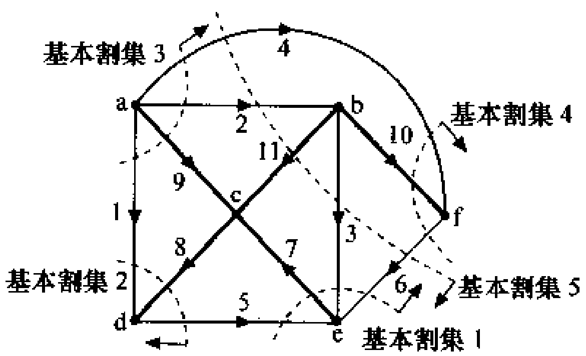
试画出对应连通图。

解： 根据关联矩阵 A 与其对应的连通图的关系得，该关联矩阵 A 对应连通图如解图 10-1所示。



解图 10-1

10-2　有向图如题图 10-2 所示，如果选图中粗线为树，试写出其基本回路矩阵 B_f 和基本割集矩阵 Q_f。



题图 10-2

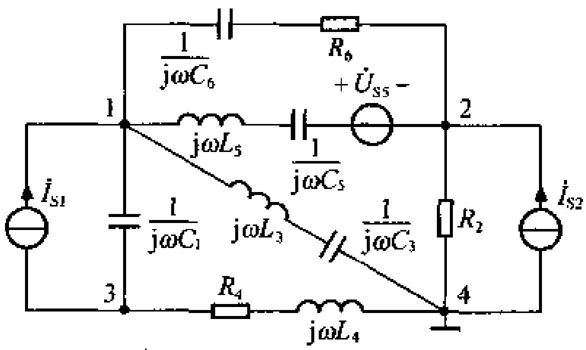
解：对题图 10-2 所示有向图，若选树如图中粗线所示，则基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{f}}$ 为

$$
\boldsymbol{B}_{\mathrm{f}} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccc:ccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1
\end{array}\right]
\end{array}
$$

对于图中所选树，其相应的基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{f}}$ 为

$$
\boldsymbol{Q}_{\mathrm{f}} = \begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccc:ccccc}
0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
$$

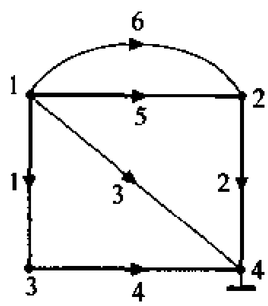
10-3 试列写题图 10-3 所示电路的节点方程。



题图 10-3

解：作题图 10-3 对应的有向图，如解图 10-3 所示。若取节点 4 为参考节点，则其基本关联矩阵为

$$
\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
$$



解图 10-3

支路电流源向量 $\dot{\boldsymbol{I}}_S = [\dot{I}_{S1} \quad \dot{I}_{S2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$

支路电压源向量 $\dot{\boldsymbol{U}}_S = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\dot{U}_{S5} \quad 0]^T$

支路导纳矩阵

$$Y = \begin{bmatrix} j\omega C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{j\omega L_3 + \dfrac{1}{j\omega C_3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{R_4 + j\omega L_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{j\omega L_5 + \dfrac{1}{j\omega C_5}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega C_6 \end{bmatrix}$$

故得节点方程

$$\boldsymbol{Y}_n \dot{\boldsymbol{U}}_n = \dot{\boldsymbol{J}}_n$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y}_n &= \boldsymbol{AYA}^T \\ &= \begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_6 & -Y_5 - Y_6 & -Y_1 \\ -Y_5 - Y_6 & Y_2 + Y_5 + Y_6 & 0 \\ -Y_1 & 0 & Y_1 + Y_4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中 $Y_1 = j\omega C_1, Y_2 = G_2, Y_3 = \dfrac{1}{j\omega L_3 + \dfrac{1}{j\omega C_3}}, Y_4 = \dfrac{1}{R_4 + j\omega L_4}, Y_5 = \dfrac{1}{j\omega L_5 + \dfrac{1}{j\omega C_5}}$, $Y_6 = j\omega C_6$。

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{J}}_n &= \boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{I}}_S - \boldsymbol{AY}\dot{\boldsymbol{U}}_S \\ &= \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} \\ \dot{I}_{S2} \\ -\dot{I}_{S1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -Y_5\dot{U}_{S5} \\ Y_5\dot{U}_{S5} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} + Y_5\dot{U}_{S5} \\ \dot{I}_{S2} - Y_5\dot{U}_{S5} \\ -\dot{I}_{S1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

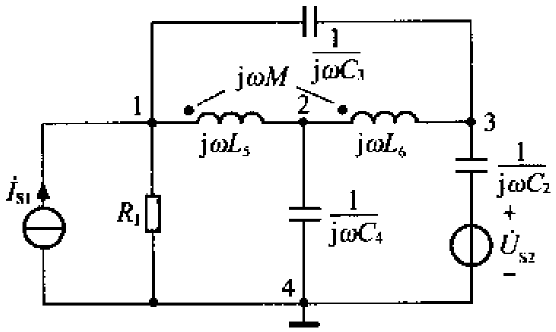
整理得节点方程为

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_6 & -Y_5 - Y_6 & -Y_1 \\ -Y_5 - Y_6 & Y_2 + Y_5 + Y_6 & 0 \\ -Y_1 & 0 & Y_1 + Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{1n} \\ \dot{U}_{2n} \\ \dot{U}_{3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} + Y_5\dot{U}_{S5} \\ \dot{I}_{S2} - Y_5\dot{U}_{S5} \\ -\dot{I}_{S1} \end{bmatrix}$$

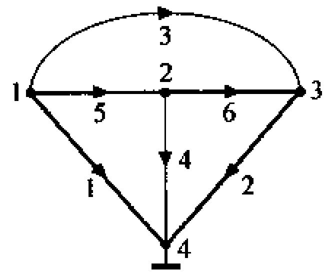
10-4　试列出题图 10-4 所示电路的节点方程。

解：题图 10-4 所示电路对应的有向图如解图 10-4 所示，取节点 4 为参考节点，则关联矩阵为

$$
\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1\end{bmatrix}
$$



题图 10-4



解图 10-4

支路电流源向量 $\dot{\boldsymbol{I}}_S=[\dot{I}_{S1}\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0]^T$

支路电压源向量 $\dot{\boldsymbol{U}}_S=[0\quad -\dot{U}_{S2}\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0]^T$

支路阻抗矩阵

$$
\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{j\omega C_2} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_3} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_4} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega L_5 & j\omega M\\ 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega M & j\omega L_6\end{bmatrix}
$$

因此，支路导纳矩阵为：

$$
\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Z}^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & j\omega C_2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & j\omega C_3 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & j\omega C_4 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{jL_6}{\omega M^2-\omega L_5L_6} & \frac{+jM}{\omega L_5L_6-\omega M^2}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{+jM}{\omega L_5L_6-\omega M^2} & \frac{+jL_5}{\omega M^2-\omega L_5L_6}\end{bmatrix}
$$

$$
\dot{\boldsymbol{J}}_n=\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{I}}_S-\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}\dot{\boldsymbol{U}}_S
$$

$$
=\begin{bmatrix}\dot{I}_{S1}\\ 0\\ j\omega C_2\dot{U}_{S2}\end{bmatrix}
$$

$$Y_n = AYA^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + j\omega C_3 + \frac{jL_6}{\omega(M^2 - L_5L_6)} & \frac{j(M+L_6)}{\omega(L_5L_6 - M^2)} & -j\omega C_3 + \frac{jM}{\omega(M^2 - L_5L_6)} \\ \frac{j(L_6+M)}{\omega(L_5L_6 - M^2)} & j\omega C_4 + \frac{j(L_5+L_6+2M)}{\omega(M^2 - L_5L_6)} & \frac{j(L_5+M)}{\omega(M^2 - L_5L_6)} \\ -j\omega C_3 + \frac{jM}{\omega(M^2 - L_5L_6)} & \frac{j(M+L_5)}{\omega(L_5L_6 - M^2)} & j\omega C_2 + j\omega C_3 + \frac{-jL_5}{\omega(L_5L_6 - M^2)} \end{bmatrix}$$

故得节点方程为　　　　　$Y_n\dot{U}_n = \dot{J}_n$

即：

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + j\omega C_3 + \frac{jL_6}{\omega(M^2 - L_5L_6)} & \frac{j(M+L_6)}{\omega(L_5L_6 - M^2)} & -j\omega C_3 + \frac{jM}{\omega(M^2 - L_5L_6)} \\ \frac{j(L_6+M)}{\omega(L_5L_6 - M^2)} & j\omega C_4 + \frac{j(L_5+L_6+2M)}{\omega(M^2 - L_5L_6)} & \frac{j(L_5+M)}{\omega(M^2 - L_5L_6)} \\ -j\omega C_3 + \frac{jM}{\omega(M^2 - L_5L_6)} & \frac{j(M+L_5)}{\omega(L_5L_6 - M^2)} & j\omega C_2 + j\omega C_3 + \frac{-jL_5}{\omega(L_5L_6 - M^2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{I}_{S1} \\ 0 \\ j\omega C_2 \dot{U}_{S2} \end{bmatrix}$$

10-5　试列出题图 10-5 所示电路的回路方程和割集方程（选支路 3、4、5 和 6 为树支）。

解：(1) 列写回路方程

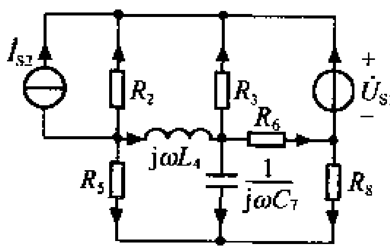
作题图 10-5 所示电路的有向图如解图 10-5（a）所示，选树如图中粗线所示。

基本回路矩阵 B_f 为

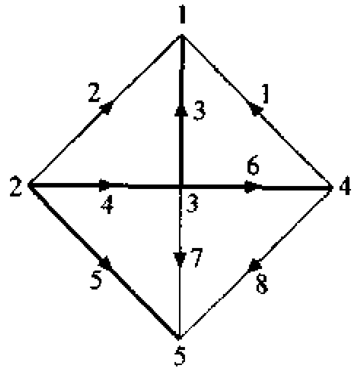
$$B_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

支路电压源向量 $\dot{U}_S = [\dot{U}_{S1}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^T$

支路电流源向量 $\dot{I}_S = [0\ \ \dot{I}_{S2}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^T$



题图 10-5



(a)

解图 10-5

支路阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}=\mathrm{diag}\left[0\quad R_2\quad R_3\quad \mathrm{j}\omega L_4\quad R_5\quad R_6\quad \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_7}\quad R_8\right]$

故有

$$
\boldsymbol{Z}_1=\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{Z}\boldsymbol{B}_f^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} R_3+R_6 & R_3 & 0 & R_6 \\ R_3 & R_2+R_3+\mathrm{j}\omega L_4 & -\mathrm{j}\omega L_4 & -\mathrm{j}\omega L_4 \\ 0 & -\mathrm{j}\omega L_4 & \mathrm{j}\omega L_4+R_5+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_7} & \mathrm{j}\omega L_4+R_5 \\ R_6 & -\mathrm{j}\omega L_4 & \mathrm{j}\omega L_4+R_5 & \mathrm{j}\omega L_4+R_5+R_6+R_8 \end{bmatrix}
$$

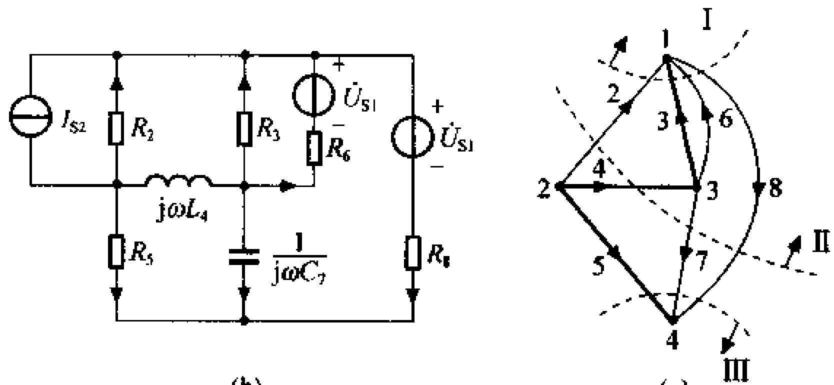
$$
\dot{\boldsymbol{U}}_1=\boldsymbol{B}_f\dot{\boldsymbol{U}}_{\mathrm{S}}-\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{Z}\dot{\boldsymbol{I}}_{\mathrm{S}}=[\dot{U}_{\mathrm{S1}}\quad R_2\dot{I}_{\mathrm{S2}}\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}
$$

故得回路方程为 $\quad Z_1\dot{\boldsymbol{I}}_1=\dot{\boldsymbol{U}}_1$

其中 $\quad \dot{\boldsymbol{I}}_1=[\dot{I}_1\quad \dot{I}_2\quad \dot{I}_7\quad \dot{I}_8]^{\mathrm{T}}$

（2）列割集方程

首先将题图 10-5 所示电路中的无伴电压源进行有伴等效转移，其等效电路如解图 10-5（b）所示。然后作解图 10-5（b）的有向图，如解图（c）所示，选树如图中粗线所示。



(b) (c)

解图 10-5

基本割集矩阵 $\quad \boldsymbol{Q}_f=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

支路电压源向量 $\quad \dot{\boldsymbol{U}}_{\mathrm{S}}=[0\quad 0\quad 0\quad 0\quad \dot{U}_{\mathrm{S1}}\quad 0\quad \dot{U}_{\mathrm{S1}}]^{\mathrm{T}}$

支路电流源向量 $\quad \dot{\boldsymbol{I}}_{\mathrm{S}}=[-\dot{I}_{\mathrm{S2}}\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$

支路导纳 $\quad \boldsymbol{Y}=\mathrm{diag}\left[\frac{1}{R_2}\quad \frac{1}{R_3}\quad \frac{1}{\mathrm{j}\omega L_4}\quad \frac{1}{R_5}\quad \frac{1}{R_6}\quad \mathrm{j}\omega C_7\quad \frac{1}{R_8}\right]$

故有

$$
\boldsymbol{Y}_t=\boldsymbol{Q}_f\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Q}_f^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_8} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_8} \\ \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_8} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L_4}+\mathrm{j}\omega C_7+\frac{1}{R_8} & -\mathrm{j}\omega C_7-\frac{1}{R_8} \\ -\frac{1}{R_8} & -\mathrm{j}\omega C_7-\frac{1}{R_8} & \frac{1}{R_5}+\mathrm{j}\omega C_7+\frac{1}{R_8} \end{bmatrix}
$$

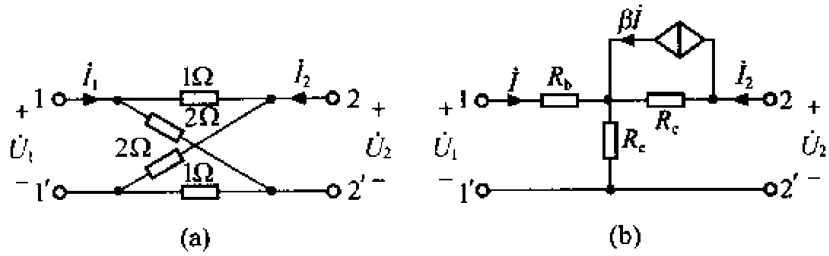
$$\dot{I}_t = Q_f\dot{I}_S - Q_fY\dot{U}_S = \begin{bmatrix} -\dot{I}_{S2} + \dfrac{\dot{U}_{S1}}{R_6} + \dfrac{\dot{U}_{S1}}{R_8} \\ -\dot{I}_{S2} + \dfrac{\dot{U}_{S1}}{R_8} \\ -\dfrac{\dot{U}_{S1}}{R_8} \end{bmatrix}$$

故得割集方程

$$Y_t\dot{U}_t = \dot{I}_t$$

第 11 章　二端口网络

11-1　求题图 11-1 所示二端口网络的 Z 参数。



题图 11-1

解：(a) 利用 Z 参数的物理意义求解。

设图 (a) 所示二端口网络端子上电压、电流参考方向如题图 11-1 (a) 所示，则根据二端口网络 Z 参数的物理含义，可得

$$Z_{11}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}=(1+2)\ /\!/\ (1+2)=\frac{3}{2}\Omega$$

$$Z_{12}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}=\frac{\frac{\dot{I}_2}{2}\times 2-\frac{\dot{I}_2}{2}\times 1}{\dot{I}_2}=\frac{1}{2}\Omega$$

由于该网络为线性无源二端口网络，因此

$$Z_{21}=Z_{12}=\frac{1}{2}\Omega$$

$$Z_{22}=\left.\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}=\frac{3}{2}\Omega$$

所以，Z 参数为

$$Z=\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2}\end{bmatrix}\Omega$$

(b) 利用 Z 参数方程求 Z 参数。

设题图 11-1 (b) 所示二端口网络端子上电压、电流参考方向如题图 11-1 (b) 所示，

则由 KVL 及元件 VCR 得

$$\begin{cases}\dot{U}_1 = R_b\dot{I} + R_e(\dot{I} + \dot{I}_2) \\ \dot{U}_2 = (\dot{I}_2 - \beta\dot{I})R_c + (\dot{I} + \dot{I}_2)R_e\end{cases}$$

整理得 Z 参数方程

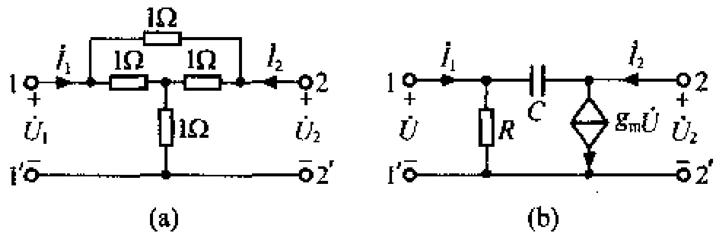
$$\dot{U}_1 = (R_b + R_e)\dot{I} + R_e\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = (R_e - \beta R_c)\dot{I} + (R_e + R_c)\dot{I}_2$$

故

$$Z = \begin{bmatrix} R_b + R_e & R_e \\ R_e - \beta R_c & R_e + R_c \end{bmatrix}\Omega$$

11-2　求题图 11-2 所示二端口网络的 Y 参数。



题图 11-2

解：（a）利用 Y 参数物理意义求 Y 参数。

设二端口网络端子上电压、电流参考方向如题图 11-2（a）所示，则有

$$Y_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} = 1 + \frac{1}{1 + 1 /\!/ 1} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}\text{S}$$

$$Y_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0} = \left.\frac{-\dot{U}_2 - \frac{1}{2}\dfrac{\dot{U}_2}{\frac{3}{2}}}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0} = -1 - \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}\text{S}$$

由于该网络为线性无源二端口网络，因此

$$Y_{21} = Y_{12} = -\frac{4}{3}\text{S}$$

$$Y_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0} = \frac{5}{3}\text{S}$$

所以，Y 参数为 $Y = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}\text{S}$

（b）利用 Y 参数方程求 Y 参数。

设二端口网络端子上电压、电流的参考方向如题图 11-2（b）所示，则由 KCL 及 VCR 得

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}}{R}+(\dot{U}-\dot{U}_2)\mathrm{j}\omega C$$

$$\dot{I}_2=g_m\dot{U}+(\dot{U}_2-\dot{U})\mathrm{j}\omega C$$

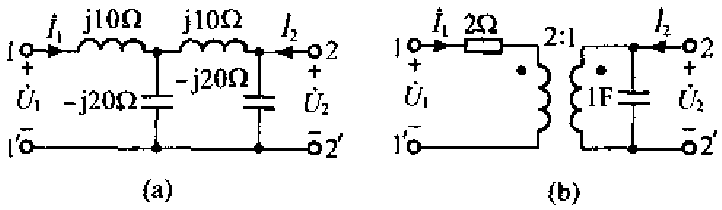
整理得 Y 参数方程

$$\dot{I}_1=\left(\frac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}+(-\mathrm{j}\omega C)\dot{U}_2$$

$$\dot{I}_2=(g_m-\mathrm{j}\omega C)\dot{U}+\mathrm{j}\omega C\dot{U}_2$$

故
$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}\frac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C & -\mathrm{j}\omega C\\ g_m-\mathrm{j}\omega C & \mathrm{j}\omega C\end{bmatrix}$$

11-3 求题图 11-3 所示二端口网络的 A 参数和 H 参数。



题图 11-3

解：(a) 利用 A 参数的物理含义求。

设二端口网络端子上电压、电流参考方向如题图 11-3 (a) 所示，则根据 H 参数的物理含义有

$$A=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_1\cdot\frac{(-\mathrm{j}20)\ //\ (\mathrm{j}10-\mathrm{j}20)}{\mathrm{j}10+(-\mathrm{j}20)\ //\ (\mathrm{j}10-\mathrm{j}20)}\cdot\frac{-\mathrm{j}20}{\mathrm{j}10-\mathrm{j}20}}=-0.25$$

$$B=\left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=\frac{\dot{U}_1}{\frac{\dot{U}_1}{\mathrm{j}10+(-\mathrm{j}20)\ //\ \mathrm{j}10}\cdot\frac{-\mathrm{j}20}{\mathrm{j}10-\mathrm{j}20}}=\mathrm{j}15\Omega$$

$$C=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}=\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1\cdot\frac{-\mathrm{j}20}{-\mathrm{j}20-\mathrm{j}20+\mathrm{j}10}\cdot(-\mathrm{j}20)}=\mathrm{j}0.075\mathrm{S}$$

$$D=\left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1\frac{-\mathrm{j}20}{-\mathrm{j}20+\mathrm{j}10}}=0.5$$

故图 (a) 的 A 参数为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-0.25 & \mathrm{j}15\Omega\\ \mathrm{j}0.075\mathrm{S} & 0.5\end{bmatrix}$$

(b) 利用 H 参数方程求 H 参数。

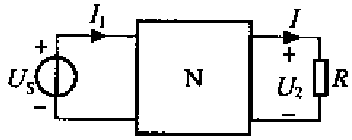
设二端口网络端子上电压、电流参考方向如题图 11-3 (b) 所示，则有该网络 H 参数方

程为

$$\begin{cases}\dot{U}_1 = 2\dot{I}_1 + 2\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -2\dot{I}_1 + j\omega\dot{U}_2\end{cases}$$

故

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 2\Omega & 2 \\ -2 & j\omega S \end{bmatrix}$$



题图 11-4

11-4　在题图 11-4 所示电路中已知 IV 为线性电阻网络，且当 $U_S = 8V$、$R = 3\Omega$ 时，$I = 0.5A$；$U_S = 18V$、$R = 4\Omega$ 时，$I = 1A$。试求当 $U_S = 25V$、$R = 6\Omega$ 时：$I = ?$

解：本题利用 Y 参数方程求解。

设二端口网络 N 端子上电压、电流参考方向如题图 11-4 所示，则得其 Y 参数方程为

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}U_S + Y_{12}U_2 & ① \\ -I = Y_{21}U_S + Y_{22}U_2 & ② \end{cases}$$

将已知条件代入②式得

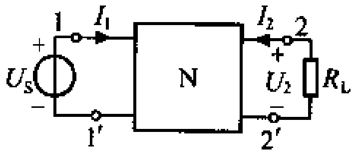
$$\begin{cases} -0.5 = Y_{21} \times 8 + Y_{22} \times 0.5 \times 3 \\ -1 = Y_{21} \times 18 + Y_{22} \times 1 \times 4 \end{cases}$$

联立求解得 $Y_{21} = -\dfrac{1}{10}S \quad Y_{22} = \dfrac{1}{5}S$

故当 $U_S = 25V$，$R = 6\Omega$ 时

$$-I = -\frac{1}{10} \times 25 + \frac{1}{5} \times 6 \times (-I)$$

$$I = \frac{25}{22} = 1.136A$$



题图 11-5

11-5　已知二端口网络 N 的 A 参数为 $A = 2.5$，$B = 6\Omega$，$C = 0.5S$，$D = 1.6$。试求

(1) $R_L = ?$ 时，R_L 吸收功率最大。

(2) 若 $U_S = 9V$，求 R_L 所吸收的最大功率 P_{Lmax} 以及此时 U_S 输出功率 P_{U_S}。

解：设二端口网络端子上电压、电流的参考方向如题图 11-5 所示。

(1) 由题意得二端口网络 N 的 A 参数方程为

$$\begin{cases} U_S = 2.5U_2 - 6I_2 & ① \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.6I_2 & ② \end{cases}$$

则由①式得二端口网络 N 从 22′端看进去等效电阻

$$R_i = \frac{U_2}{I_2}\bigg|_{U_S=0} = \frac{6}{2.5} = 2.4\Omega$$

故当 $R_L = 2.4\Omega$ 时，R_L 吸收功率最大。

（2）将 $R_L=2.4\Omega$，$U_S=9\text{V}$ 及 $U_2=-R_LI_2=-2.4I_2$ 代入二端口网络的 A 参数方程，得

$$\begin{cases} 9=2.5\times(-I_2)\times2.4-6I_2 \\ I_1=0.5\times(-I_2)\times2.4-1.6I_2 \end{cases}$$

联立求解得

$$I_2=-\frac{3}{4}\text{A},\ I_1=2.1\text{A}$$

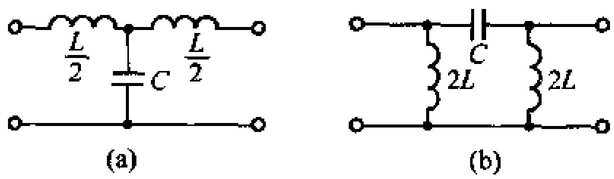
故此时 R_L 所吸收的最大功率

$$P_{L\max}=(-I_2)^2\times R_L=\left(\frac{3}{4}\right)^2\times2.4=1.35\text{W}$$

U_S 的输出功率

$$P_{U_S}=U_SI_1=9\times2.1=18.9\text{W}$$

11-6 试求题图 11-6 所示二端口网络的特性阻抗。



题图 11-6

解：对于题图 11-6（a）所示二端口网络，由于其输入端口的开路、短路阻抗分别为

$$Z_{\text{in}\infty}=\text{j}\,\frac{\omega L}{2}-\text{j}\,\frac{1}{\omega C}=\text{j}\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$Z_{\text{in}0}=\text{j}\,\frac{\omega L}{2}+\frac{\frac{L}{2C}}{\text{j}\,\frac{\omega L}{2}-\text{j}\,\frac{1}{\omega C}}=\text{j}\left[\frac{\omega L}{2}-\frac{\frac{L}{2C}}{\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}}\right]$$

故输入端口特性阻抗

$$Z_{C1}=\sqrt{Z_{\text{in}\infty}Z_{\text{in}0}}=\sqrt{\text{j}\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right)\times\text{j}\left[\frac{\omega L}{2}-\frac{\frac{L}{2C}}{\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}}\right]}$$

$$=\sqrt{\frac{L}{C}-\frac{(\omega L)^2}{4}}$$

又由于该二端口网络为对称网络，故有

$$Z_{C2}=Z_{C1}=\sqrt{\frac{L}{C}-\frac{(\omega L)^2}{4}}$$

（b）对于题图 11-6（b）所示二端口网络，由于其输入端口的开路、短路阻抗分别为

$$Z_{\text{in}\infty}=\frac{\text{j}2\omega L\left(\text{j}2\omega L-\text{j}\,\frac{1}{\omega C}\right)}{\text{j}2\omega L+\text{j}2\omega L-\text{j}\,\frac{1}{\omega C}}=\frac{\text{j}2\omega L\left(2\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}{4\omega L-\frac{1}{\omega C}}$$

$$Z_{\text{in0}}=\frac{\text{j}2\omega L\cdot\left(-\text{j}\,\dfrac{1}{\omega C}\right)}{\text{j}\left(2\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}=\frac{\dfrac{2L}{C}}{\text{j}\left(2\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

故输入端口特性阻抗

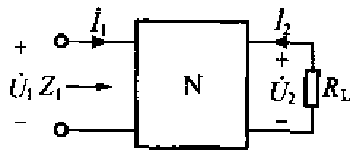
$$Z_{\text{C1}}=\sqrt{Z_{\text{in}\infty}Z_{\text{in0}}}=\sqrt{\frac{\text{j}2\omega L\left(2\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}{4\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}\cdot\frac{\dfrac{2L}{C}}{\text{j}\left(2\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}}$$

$$=\sqrt{\frac{4(\omega L)^2}{4\omega^2LC-1}}$$

由于该二端口网络为对称网络，故有

$$Z_{\text{C2}}=Z_{\text{C1}}=\sqrt{\frac{4(\omega L)^2}{4\omega^2LC-1}}$$

11-7　已知题图 11-7 所示电路中二端口网络的 A 参数为 $A=5\times10^{-4}$，$B=-10\Omega$，$C=-10^{-6}\text{S}$，$D=-10^{-2}$。试求当 $R_{\text{L}}=40\text{k}\Omega$ 时，$Z_{\text{i}}=?$



题图 11-7

解： 设二端口网络 N 端上电压、电流的参考方向如题图 11-7 所示，则由题意得二端口网络 N 的 A 参数方程为

$$\dot{U}_1=5\times10^{-4}\dot{U}_2-10(-\dot{I}_2)$$

$$\dot{I}_1=-10^{-6}\dot{U}_2-10^{-2}(-\dot{I}_2)$$

又

$$\dot{U}_2=-R_{\text{L}}\dot{I}_2$$

故有

$$Z_{\text{i}}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=\frac{5\times10^{-4}\dot{U}_2+10\dot{I}_2}{-10^{-6}\dot{U}_2+10^{-2}\dot{I}_2}$$

$$=\frac{5\times10^{-4}\times(-40\times10^3)\dot{I}_2+10\dot{I}_2}{-10^{-6}\times(-40\times10^3)\dot{I}_2+10^{-2}\dot{I}_2}=-200\Omega$$

11-8　已知一个二端口网络的 Y 参数为：$Y_{11}=\dfrac{1}{15}\text{S}$，$Y_{21}=-\dfrac{1}{30}\text{S}$，$Y_{12}=-\dfrac{1}{30}\text{S}$，$Y_{22}=\dfrac{1}{15}\text{S}$。有一电阻 R，当其并联在二端口网络输出端时，其输入电阻等于该电阻并联在其输入端时输入电阻的 6 倍，试求该电阻值。

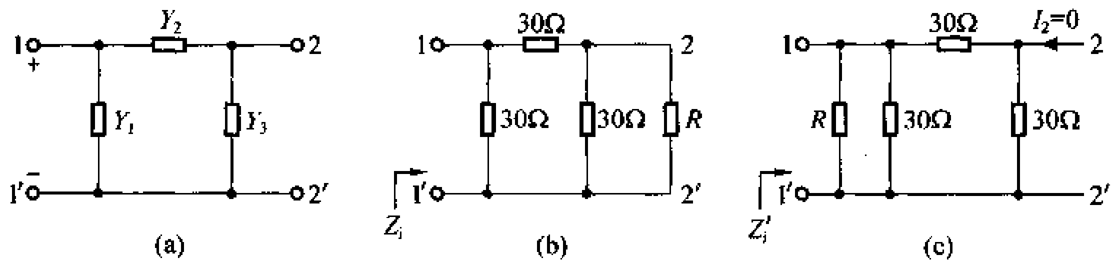
解： 由题意可作二端口网络的 π 形等效电路如解图 11-8（a）所示。

其中

$$Y_2=-Y_{12}=+\frac{1}{30}\text{S}$$

$$Y_1=Y_{11}+Y_{12}=\frac{1}{15}-\frac{1}{30}=\frac{1}{30}\text{S}$$

$$Y_2=Y_{22}+Y_{21}=\frac{1}{15}-\frac{1}{30}=\frac{1}{30}\text{S}$$



解图 11-8

当 R 并联在二端口网络输出端时，电路如解图 11-8（b）所示，则输入电阻为

$$Z_i=\frac{30\times\left(30+\dfrac{30R}{30+R}\right)}{30+30+\dfrac{30R}{30+R}}=\frac{300+20R}{20+R}$$

当 R 并联在二端口网络输入端时，电路如解图 11-8（c）所示，则输入电阻为

$$Z'_i=\frac{(30+30)\times\dfrac{30R}{30+R}}{30+30+\dfrac{30R}{30+R}}=\frac{60R}{60+3R}$$

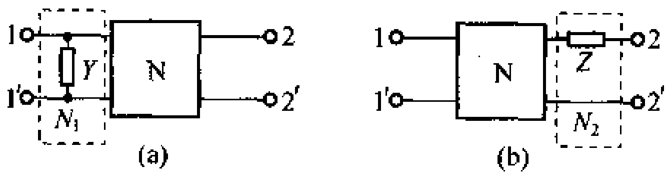
又由题意知

$$6Z'_i=Z_i$$

$$\frac{360R}{60+3R}=\frac{300+20R}{20+R}$$

故 $$R=3\Omega$$

11-9 求题图 11-9 所示二端口网络的 A 参数，已知二端口网络 N 的 A 参数矩阵为：$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}$。



题图 11-9

解：（a）题图 11-9（a）所示二端口网络可看成 2 个二端口网络 N_1 和 N 的级联。由二端口网络 A 参数的物理含义可得 N_1 的 A 参数为

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y & 1\end{bmatrix}$$

由 $\boldsymbol{A}_{总}=\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{A}$，可得

$$\boldsymbol{A}_{总}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ Y & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ AY+C & BY+D\end{bmatrix}$$

（b）题图 11-9（b）所示二端口网络可看成 2 个二端口网络 N 和 N_2 的级联。由二端口

网络 A 参数的物理含义可得 N_2 的 A 参数为

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}1 & Z\\0 & 1\end{bmatrix}$$

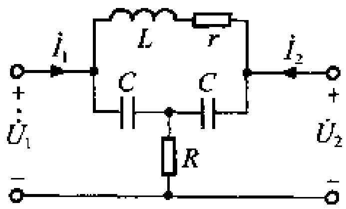
由 $\boldsymbol{A}_{总}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}_2$，可得

$$\boldsymbol{A}_{总}=\begin{bmatrix}A & B\\C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & Z\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & AZ+B\\C & CZ+D\end{bmatrix}$$

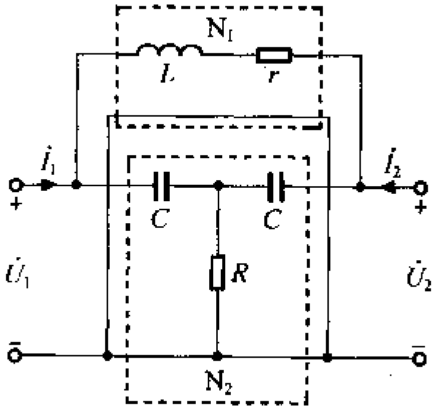
11-10　二端口网络如题图 11-10 所示，试求

(1) 此二端口网络的 Y 参数；(2) 使 $\dot{U}_2=0$ 的条件（指 R、L、C、r 之间的关系，以及 ω 与这些参数的关系）。

解： 题图 11-10 所示二端口网络可看成解图 11-10 所示两个二端口网络 N_1、N_2 并联得到的复合二端口网络。



题图 11-10



解图 11-10

利用 Y 参数的物理含义可得 N_1 的 Y 参数为

$$\boldsymbol{Y}_1=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{j\omega L+r} & -\dfrac{1}{j\omega L+r}\\ -\dfrac{1}{j\omega L+r} & \dfrac{1}{j\omega L+r}\end{bmatrix}$$

N_2 的 Y 参数为

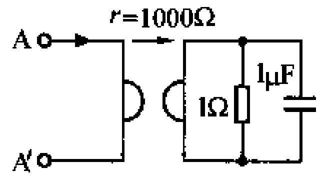
$$\boldsymbol{Y}_2=\begin{bmatrix}\dfrac{-\omega^2C^2\left(R+\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{1+j2\omega RC} & \dfrac{\omega^2C^2R}{1+j2\omega RC}\\ \dfrac{\omega^2C^2R}{1+j2\omega CR} & \dfrac{-\omega^2C^2R\left(R+\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{1+j2\omega CR}\end{bmatrix}$$

故由 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}_1+\boldsymbol{Y}_2$，得

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{j\omega L+r} & -\dfrac{1}{j\omega L+r}\\ -\dfrac{1}{j\omega L+r} & \dfrac{1}{j\omega L+r}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{-\omega^2C^2\left(R+\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{1+j2\omega CR} & \dfrac{\omega^2C^2R}{1+j2\omega CR}\\ \dfrac{\omega^2C^2R}{1+j2\omega CR} & \dfrac{-\omega^2C^2\left(R+\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{1+j2\omega CR}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L+r}-\dfrac{\omega^2C^2\left(R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)}{1+\mathrm{j}2\omega CR} & \dfrac{\omega^2C^2R}{1+\mathrm{j}2\omega CR}-\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L+r} \\ \dfrac{\omega^2C^2R}{1+\mathrm{j}2\omega CR}-\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L+r} & \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L+r}-\dfrac{\omega^2C^2\left(R+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)}{1+\mathrm{j}2\omega CR} \end{bmatrix}$$

11-11 电路如题图 11-11 所示，试求 AA′端口的等效元件参数。



题图 11-11

解：由题意知回转器输出端口接负载为

$$Z_L=1\ /\!/\ \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}=\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\times10^{-6}}}{1+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\times10^{-6}}}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega\times10^{-6}+1}$$

又因为回转器的回转电阻 $r=1000\Omega$，

故回转器输入端口阻抗为：

$$Z_{AA'}=r^2\cdot\frac{1}{Z_L}=(1000)^2\times(\mathrm{j}\omega\times10^{-6}+1)=\mathrm{j}\omega+10^6\Omega$$

即回转器输入端可等效为一个 $R_{eq}=10^6\Omega$ 的电阻与一个 $L_{eq}=\frac{\omega}{\omega}=1\mathrm{H}$ 的电感的串联。

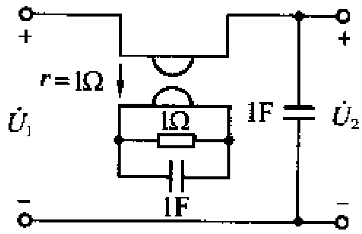
11-12 试求题图 11-12 中的 $\dot{U}_2/\dot{U}_1=?$

解：由题图 11-12 可得回转器输入端口阻抗为

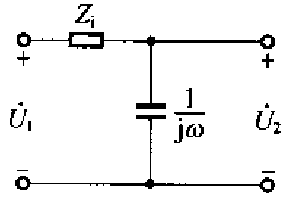
$$Z_i=r^2\times\frac{1}{\dfrac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}}{1+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}}}=1+\mathrm{j}\omega\Omega$$

故题图 11-12 可等效为解图 11-12 所示电路，由解图 11-12 可得

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}}{Z_i+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}}=\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}}{1+\mathrm{j}\omega+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega}}=\frac{1}{1-\omega^2+\mathrm{j}\omega}$$



题图 11-12



解图 11-12