南京邮电大学 2016/2017 学年第 一 学期

《 离散数学 》期末试卷 （A 卷答案）

院(系)________________ 班级____________ 学号____________ 姓名_____________

题号	一	二	三	四	总 分
得分					

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

得 分

一、填空题（20 分，每空 2 分）

1、$A\times B$={<1, 1>, <2, 2>, <3, 1>, <3, 2>, <1, 2>, <2, 1>}，$P(B)$是 B 的幂集，则 $P(B)$=__{∅,{1},{2},{1, 2}}__，$|P(P(B))|$=__16__。

2、设集合 A={x|x 是 *book* 中的字母}，B={x|x 是 *black* 中的字母}，则 $A\cap B$=__{b, k}__，A-B=__{o}__。

3、设 P ：我今天进城，Q：今天下雨，则命题“我今天进城，除非下雨。”可符号化为__$\neg Q\to P$ 或 $P\lor Q$ 或$\neg P\to Q$__。

4、设 A={1,2,3}，$P(A)$是 A 的幂集，代数系统 $<P(A),\cup>$ 的幺元为__∅__，零元为__A 或{1, 2, 3}__。

5、无向图 G=<V, E>，如图 1 所示，则该无向图的点连通度 $k(G)$=__2__，边连通度 $\lambda(G)$=__2__，结点 v_1 到 v_1 的长度小于等于 3 的回路的数目=__7__。

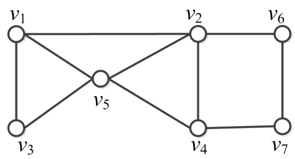


图1

得 分

二、判断题，正确的记“T”，错误的记“F”。（20 分，每题 2 分）

1、 $\neg Q\lor P\Leftrightarrow P\to Q$ （ F ）

2、 命题函数是命题。 （ F ）

3、 $\phi=\{x\mid P(x)\land\neg P(x)\}$，其中 $P(x)$ 是任意谓词。 （ T ）

4、 A 和 B 为两个不相等的非空集合，则一定有 $A\times B\neq B\times A$。 （ T ）

5、 若 R 为集合 A 上的关系，且 R 不是对称的，则 R 一定是反对称的。 （ F ）

6、无向完全图 $K_n(n>2)$一定是汉密尔顿图。 （ T ）

7、在代数系统中，若元素 a 既有左逆元，又有右逆元，则 a 一定有逆元。 （ F ）

8、存在不同构的 8 元布尔格。 （ F ）

9、有补格一定是有界格且每个元素都存在一个或多个补元。 （ T ）

10、结点的度全为偶数的无向简单图一定可以一笔画。（ F ）

得 分

三、解答题（40 分，每题 10 分）

1、已知命题公式A=$\neg(P \to Q) \vee (P \vee Q)$，

（1）请写出该命题公式的真值表。

（2）请求出该命题公式的主合取范式及主析取范式。

解：（1）

P	Q	A
T	T	T【2 分】
T	F	T【2 分】
F	T	T【2 分】
F	F	F【2 分】

（2）

主合取范式：$P \vee Q$ 【1 分】

主析取范式：$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ 【1 分】

2、 A={1,2,3,6,12}，R 是 A 上的整除关系。

（1）请写出关系 R。

（2）请画出关系 R 的哈斯图。

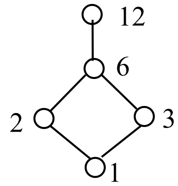
（3）请写出 B={2,3,6}的极大元、最小元、上确界、下界。

解：（1）【2 分】

R=

$$\{<1,2>, <1,3>, <1,6>, <1,12>, <2,6>, <2,12>, <3,6>, <3,12>, <6,12>\} \cup I_A$$

（2）【该小题 4 分。最终答案错误，视其结点、边、结点间位置情况酌情给分。】



（3）极大元： 6【1 分】 最小元：无【1 分】

上确界： 6【1 分】 下界：1【1 分】

3、集合 $A=\{\phi,\{a\},\{b\},\{a,b\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$ ， R 为 A 中包含关系，

（1）求 $\{a\}$ 的补元。

（2）求 $(\{a\}\vee\{b\})\wedge\{b,c\}$ 。

（3）求 $(\{a\}\wedge\{b,c\})\vee(\{b\}\wedge\{b,c\})$ 。

（4）该有界格是否为分配格？是否为有补格。

解：（1）$\{a\}$ 的补元是 $\underline{\qquad \{b,c\} \qquad}$ 【2 分】

（2）$(\{a\}\vee\{b\})\wedge\{b,c\}=\{a,b\}\wedge\{b,c\}=\{b\}$ 【3 分，最终答案错误，中间步骤正确可得 1 分；最终答案正确，中间步骤有错扣 1 分】

（3）$(\{a\}\wedge\{b,c\})\vee(\{b\}\wedge\{b,c\})=\phi\vee\{b\}=\{b\}$ 【3 分，最终答案错误，中间步骤完全正确可得 2 分，$(\{a\}\wedge\{b,c\})=\phi$ 或 $(\{b\}\wedge\{b,c\})=\{b\}$ 计算正确一项得一分；最终答案正确，中间步骤有错扣 1 分】

（4）是否为分配格：是【1 分】　　　　　　　　是否为有补格：不是【1 分】

4、有向图 $G=<V,E>$，如图 2 所示，请给出下列问题的答案：

（1）写出图 G 的邻接矩阵 A 。

（2）通过矩阵运算求出图 G 对应的可达性矩阵 P 。

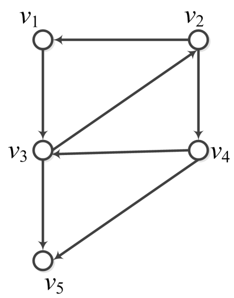


图2

解：（1）邻接矩阵 $A=\begin{bmatrix}0&0&1&0&0\\1&0&0&1&0\\0&1&0&0&1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$ 【4 分】

（2） $A^2=\begin{bmatrix}0&1&0&0&1\\0&0&2&0&1\\1&0&0&1&0\\0&1&0&0&1\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$ ， $A^3=\begin{bmatrix}1&0&0&1&0\\0&2&0&0&2\\0&0&2&0&1\\1&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$ ， $A^4=\begin{bmatrix}0&0&2&0&1\\2&0&0&2&0\\0&2&0&0&2\\0&0&2&0&1\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$ ，

$A^5=\begin{bmatrix}0&2&0&0&2\\0&0&4&0&2\\2&0&0&2&0\\0&2&0&0&2\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$ ， $\therefore B=A+A^2+A^3+A^4+A^5=\begin{bmatrix}1&3&3&1&4\\3&2&6&3&5\\3&3&2&3&4\\1&3&3&1&5\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$,$\therefore P=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$

【6 分，若只写出可达性矩阵，没有中间过程，得 2 分；有中间过程，但计算错误，扣 1 分，可达性矩阵没有归一化，扣 1 分】

得 分

四、证明题：（20 分，每题 10 分）

1、 请根据给定原子命题翻译下列前提和结论，并运用命题逻辑推理理论证明结论。

P：小张努力工作。Q：小李高兴。R：小陈高兴。S：小赵高兴。

前提：如果小张努力工作，那么小李或小陈高兴。译为 $P \to Q \vee R$ 【1 分】

如果小陈高兴，那么小赵高兴。译为 $R \to S$ 【1 分】

如果小赵高兴，那么小张不努力工作。译为 $S \to \neg P$ 【1 分】

结论：如果小张努力工作，则小李高兴。译为 $P \to Q$ 【1 分】

证明：

(1)	P	P（附加前提）
(2)	$P \to Q \vee R$	P
(3)	$Q \vee R$	T(1)(2)I
(4)	$S \to \neg P$	P
(5)	$\neg S$	T(1)(4)I
(6)	$R \to S$	P
(7)	$\neg R$	T(5)(6)I
(8)	Q	T(3)(7)I
(9)	$P \to Q$	CP

【6 分，逻辑正确得满分，中间过程每错一步扣一分，扣完为止】

2、已知集合 $A \neq \phi$，$P(A)$ 是 A 的幂集，试证明代数系统 $<P(A), \oplus>$ 是阿贝尔群。

证明：(1)封闭性【1 分】:

任意集合 $B, C \in P(A), B \subseteq A$ 且 $C \subseteq A, \therefore B \oplus C \subseteq A, \therefore B \oplus C \in P(A)$ 【1 分】。

(2)可结合性【1 分】。

(3)幺元【1 分】：$\forall B \in P(A), B \oplus \phi = \phi \oplus B = B, \therefore \oplus$运算幺元为$\phi$ 【2 分】。

(4)逆元【1 分】：$\forall B \in P(A), B \oplus B = \phi, \therefore B$的逆元为$B$ 【2 分】。

(5)交换性【1 分】:

综上所述，$<P(A), \oplus>$ 是一个阿贝尔群。

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题